



Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Decadimenti $B \rightarrow D^0 K$ e violazione di $\mathcal{CP}$

Tesi di Laurea

di Viola Sordini
matricola: 693013

Relatore:

Prof. Fernando Ferroni

Corelatori:

Dott. Riccardo Faccini

Dott. Luca Silvestrini

Anno Accademico 2005-2006

Tesine

Cosmic Microwave Background:
cosmological parameters and their measurements with
the Boomerang and WMAP experiments.

Relatore: Dott. Francesco Piacentini

The K-SAT optimization problem.

Relatore: Dott. Tommaso Castellani

Indice

Introduzione	2
1 Il Modello Standard e la violazione di $\mathcal{CP}$	3
1.1 Violazione di $\mathcal{CP}$ nel Modello Standard	4
1.1.1 La matrice CKM	8
1.1.2 Il Triangolo Unitario	10
2 Misura di γ con i canali $B^+ \rightarrow D^0(\overline{D}^0)K^+$	19
2.1 Il metodo GLW	20
2.2 Il metodo ADS	22
2.3 L'analisi di Dalitz	23
2.4 Strategia dell'analisi	26
2.5 Stato attuale delle misure	28
3 Fenomenologia dei decadimenti $B \rightarrow DK, B \rightarrow D\pi$	33
3.1 OPE e Hamiltoniana efficace	33
3.2 Fattorizzazione	34
3.3 Classificazione dei diagrammi	35
3.4 Ampiezze di decadimento per i canali $B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$	37
4 Analisi fenomenologica	39
4.1 Previsioni per il rapporto $r_{D^0K^0}$	39
4.2 Test di fattorizzazione	51
4.3 Correzioni alla fattorizzazione	53
5 L'esperimento BABAR a $PEP-II$	59
5.1 La B Factory $PEP-II$	62

5.1.1	I fondi di $PEP - II$	64
5.2	Il sistema di tracciamento	66
5.2.1	Il rivelatore di vertice	66
5.2.2	La camera a deriva	68
5.3	Il rivelatore Cherenkov	73
5.4	Il calorimetro elettromagnetico	76
5.5	L' IFR	80
6	Ricostruzione dei mesoni B	85
6.1	Identificazione delle tracce cariche	85
6.1.1	Identificazione dei kaoni	85
6.1.2	Identificazione degli elettroni	88
6.1.3	Identificazione dei muoni	92
6.2	Ricostruzione dei vertici di decadimento e <i>fit</i> cinematici	94
6.3	Ricostruzione dei π^0	95
6.4	Ricostruzione del mesone D^0	96
6.5	Ricostruzione dei mesoni B^+	97
6.5.1	Scelta del miglior candidato B	98
7	Selezione degli eventi $B^+ \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^+$	101
7.1	Preselezione degli eventi	101
7.2	Caratterizzazione del fondo	103
7.2.1	Fondo combinatorio continuo	104
7.2.2	Fondo $B\bar{B}$	105
7.3	Reiezione del fondo continuo	105
7.3.1	Studio delle variabili discriminanti	106
7.3.2	La rete neurale	117
7.3.3	Selezione e ottimizzazione dei tagli	119
7.4	Composizione del campione	124
8	Estrazione di R_{ADS} e limite su $r_{D^0 K^+}$	127
8.1	Fit di massima verosimiglianza	127
8.2	Parametrizzazioni per il modo di normalizzazione	129
8.2.1	Normalizzazione	129

8.2.2	Fondo continuo	133
8.2.3	Fondo $B\bar{B}$	135
8.2.4	Fondo $D\pi$	135
8.3	Parametrizzazioni per il modo di segnale	138
8.3.1	Segnale	138
8.3.2	Fondo continuo	140
8.3.3	Fondo $B\bar{B}$	142
8.3.4	Fondo $D\pi$	143
8.4	<i>Fit</i> sui dati	144
8.4.1	Risultato per il modo di normalizzazione	144
8.4.2	Risultato per il modo di segnale	146
8.5	Risultato per R_{ADS} e estrazione del limite per $r_{D^0K^+}$	148
Conclusioni		153
Ringraziamenti		155
Bibliografia		157

Introduzione

Il Modello Standard delle particelle elementari è la teoria che descrive in un quadro unitario le interazioni forti, elettromagnetiche e deboli.

Nel Modello Standard la violazione di $\mathcal{CP}$ viene descritta dalla presenza di una fase nella matrice di mescolamento delle masse dei quark (la matrice di *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* V_{CKM}). La relazione di unitarietà della matrice V_{CKM} può essere rappresentata in un opportuno piano complesso come un triangolo detto *Triangolo Unitario*. Lo studio del *Triangolo Unitario* e la misura dei suoi parametri permettono di verificare la descrizione del Modello Standard della violazione di $\mathcal{CP}$. L'esperimento BABAR (sito presso lo *Stanford Linear Accelerator Center*) raccoglie e analizza dati prodotti dal collisore a fasci, asimmetrici in energia, di elettroni e positroni PEP-II. Nelle collisioni viene prodotta la risonanza $\Upsilon(4S)$ che decade in una coppia di mesoni $B\bar{B}$. Con questi dati è possibile studiare i decadimenti del mesone B ed effettuare misure dei parametri del *Triangolo Unitario*.

Il contributo originale a questo studio è composto di una parte sperimentale e di una parte teorica fenomenologica.

L'analisi sperimentale si propone di misurare, utilizzando i dati raccolti dal rivelatore BABAR, il rapporto (detto R_{ADS}) tra le due frazioni di decadimento $\mathcal{BR}(B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm)$ e $\mathcal{BR}(B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm)$. Si cercano cioè eventi in cui il decadimento di un mesone B^+ in un mesone D^0 (o $\bar{D}^0$) e in un kaone K^+ è seguito dal decadimento del mesone D^0 (o $\bar{D}^0$) in uno stato finale composto da un kaone e un pione carichi e da un pione neutro. Si vuole, in particolare, misurare il rapporto tra il numero di eventi in cui il segno del kaone carico prodotto nel decadimento del mesone D è opposto al segno del kaone prodotto nel decadimento del mesone B e il numero di eventi in cui il segno dei due è concorde.

La misura di R_{ADS} porta un'informazione sul rapporto tra le due ampiezze di decadimento $r_{D^0 K^+} = \frac{|A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)|}{|A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)|}$. Il parametro $r_{D^0 K^+}$ è importante per la determinazione

dell'angolo γ del *Triangolo Unitario*. Infatti sperimentalmente l'angolo γ è accessibile tramite la misura di quantità che sono proporzionali a $r_{D^0 K^+} \sin \gamma$ ed è dunque fondamentale misurare $r_{D^0 K^+}$ per estrarre γ .

Mentre è misurata una frazione di decadimento per $B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+$ ($\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+) = (3.7 \pm 0.6) 10^{-4}$), non è ancora stato osservato il decadimento $B^+ \rightarrow D^0 K^+$. Tutte le informazioni sperimentali indicano un valore per $r_{D^0 K^+} \sim 0.1$ e quindi il decadimento $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ è soppresso e la sua frazione di decadimento è aspettata dell'ordine $\sim 10^{-6}$.

Nello studio fenomenologico le ampiezze per i decadimenti del mesone B in due corpi, di cui uno è un mesone D e l'altro è un pione o un kaone, sono state espresse nel formalismo basato sulla *Operator Product Expansion* in termini di elementi di matrice di operatori locali e di coefficienti di Wilson. Definendo alcune particolari combinazioni, indipendenti dalla scala e dallo schema di rinormalizzazione, di questi elementi e coefficienti si possono mettere in relazione le ampiezze di decadimenti diversi grazie a delle ipotesi di simmetrie $SU(2)$ o $SU(3)$.

In questo approccio, a partire dalle conoscenze sul parametro $r_{D^0 K^+}$, si è cercato di trarre informazioni su $r_{D^0 K^0}$ (parametro importante per lo studio di $\sin(2\beta + \gamma)$, dove β e γ sono angoli del *Triangolo Unitario*).

Utilizzando questo formalismo viene inoltre studiata la possibilità di descrivere questi processi in termini di modelli fenomenologici basati sulla fattorizzazione.

La tesi è suddivisa in otto capitoli. Nel capitolo 1 è descritto brevemente il Modello Standard: viene mostrato come esso renda conto della violazione di $\mathcal{CP}$ (tramite la presenza di una fase nella matrice V_{CKM}) e sono presentati gli aspetti fondamentali dell'analisi del *Triangolo Unitario*. Nel capitolo 2 sono esposti i metodi sperimentali per la misura dell'angolo γ del *Triangolo Unitario*. Nel capitolo 3 sono presentati brevemente i modelli teorici su cui si basa lo studio fenomenologico, che è descritto nel capitolo 4. Nel capitolo 5 viene descritto il rivelatore BABAR. I dettagli dell'analisi sperimentale sono presentati nei capitoli 6 e 7. Infine nel capitolo 8 è descritta la procedura di estrazione di R_{ADS} (e del parametro $r_{D^0 K^+}$) dai risultati della misura.

Capitolo 1

Il Modello Standard e la violazione di $\mathcal{CP}$

Lo studio delle simmetrie delle interazioni fondamentali in fisica è importante in quanto esse stabiliscono relazioni esatte tra quantità a priori scorrelate tra loro. In una teoria di campo descritta da una Lagrangiana $\mathcal{L}$, una trasformazione è una simmetria propria della teoria se $\mathcal{L}$ è invariante sotto tale trasformazione.

Su un generico stato definito dal quadrivettore $(t, \mathbf{x})$, si possono definire le operazioni:

- la parità $\mathcal{P} : \mathcal{P} \cdot (t, \mathbf{x}) = (t, -\mathbf{x})$
- l'inversione temporale $\mathcal{T} : \mathcal{T} \cdot (t, \mathbf{x}) = (-t, \mathbf{x})$
- la coniugazione di carica $\mathcal{C}$, che scambia particelle e antiparticelle.

Queste trasformazioni sono simmetrie discrete e possono essere composte a formare $\mathcal{CP}$ e $\mathcal{CPT}$. Il prodotto di trasformazioni $\mathcal{CP}$ trasforma una particella nella sua antiparticella e ne inverte momento ed elicità. Il prodotto $\mathcal{CPT}$ deve essere una simmetria per ogni teoria di campo locale [6]. Non ci sono evidenze sperimentali del fatto che le interazioni elettromagnetiche e forti violino $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$ o $\mathcal{T}$. Le interazioni deboli violano $\mathcal{C}$ e $\mathcal{P}$ [7] separatamente ma conservano, in prima approssimazione $\mathcal{CP}$. La violazione di $\mathcal{CP}$ è stata osservata per la prima volta nel 1964 nello studio di decadimenti rari di mesoni K neutri [5] e recentemente, grazie ai dati raccolti dalle *B-factory* è stata riscontrata anche in processi con mesoni B [8, 9]. Dalle osservazioni sperimentali fatte finora non si ha invece evidenza di violazione di $\mathcal{CPT}$. L'interesse per lo studio della simmetria $\mathcal{CP}$ deriva anche dal fatto che la violazione di $\mathcal{CP}$ è una condizione necessaria per la bariogenesi, il processo che ha generato la asimmetria materia-antimateria dell'Universo [3]. In una

data teoria di campo, ogni termine della Lagrangiana (che è una combinazione di campi e derivate dei campi) si trasforma sotto $\mathcal{CP}$ nel suo hermitiano coniugato ed entrambi sono presenti nella Lagrangiana. Queste sono conseguenze delle proprietà di trasformazione dei campi, dell'invarianza di Lorentz e dell'hermiticità della Lagrangiana. I coefficienti con cui i vari termini entrano nella Lagrangiana, che rappresentano costanti di accoppiamento o masse delle particelle, devono essere degli invarianti rispetto alle simmetrie del sistema. Quindi se uno di questi coefficienti è complesso, esso viene trasformato nel suo complesso coniugato e $\mathcal{CP}$ non è una buona simmetria del sistema.

Si dice dunque che, in una teoria descritta da una Lagrangiana $\mathcal{L}$, la simmetria $\mathcal{CP}$ è violata se sono presenti in $\mathcal{L}$ delle costanti di accoppiamento complesse che non possono essere riassorbite da una ridefinizione delle fasi dei campi.

1.1 Violazione di $\mathcal{CP}$ nel Modello Standard

Il Modello Standard [4] è una teoria di campo che descrive le interazioni forti, elettromagnetiche e deboli in termini di teorie di gruppi di *gauge* a partire dalle particelle elementari. Queste sono:

- sei leptoni (e altrettanti antileptoni), organizzati in tre famiglie;

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$

- sei sapori di quark (e altrettanti antiquark), organizzati in tre generazioni;

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

- un bosone di *gauge* per l'interazione elettromagnetica, il fotone γ ;
- tre bosoni di *gauge* per l'interazione debole: W^+ , W^- e Z^0 ;
- otto bosoni di *gauge* per l'interazione forte, detti gluoni;
- il bosone di Higgs, H (di cui ancora non si ha evidenza sperimentale).

Il Modello Standard si basa sul gruppo di simmetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_I \otimes U(1)_Y$, dove $SU(3)_C$ descrive la simmetria di *colore* delle interazioni forti, $SU(2)_I$ la simmetria di *isospin debole* e $U(1)_Y$ la simmetria per trasformazioni di *ipercarica*.

Si può scrivere in generale la Lagrangiana totale per queste interazioni come la somma della Lagrangiana delle interazioni forti $\mathcal{L}_{QCD}$ e della Lagrangiana che descrive le interazioni elettrodeboli $\mathcal{L}_{EW}(SU(2)_I \otimes U(1)_Y)$.

I quark sono organizzati secondo i multipletti:

$$Q_L^{int.} = \begin{pmatrix} U_L^{int.} \\ D_L^{int.} \end{pmatrix} = (3, 2)_{+1/6}$$

$$u_R^{int.} = (3, 1)_{+2/3} \quad d_R^{int.} = (3, 1)_{-1/3}$$

e similmente i leptoni:

$$\Psi_L^{int.} = \begin{pmatrix} \nu_L^{int.} \\ l_L^{int.} \end{pmatrix} = (3, 2)_{-1/2}$$

$$l_R^{int.} = (3, 1)_{-1} \quad \nu_R^{int.} = (3, 1)_0$$

dove, ad esempio, con $(3, 1)_{-1}$ si intende uno stato che è un tripletto di $SU(3)$ di colore, un singoletto di isospin debole $SU(2)$ con ipercarica $Y = Q - I_3 = -1$. Con $\phi_{L/R}(x) = (1 \mp \gamma_5)\phi(x)$ si intendono le componenti di elicità sinistrorsa $(1 - \gamma_5)$ e destrorsa $(1 + \gamma_5)$ del campo ϕ .

La Lagrangiana elettrodebole è:

$$\mathcal{L}_{EW} = i\{ \bar{Q}_L^{int.}(x)\gamma_\mu \mathcal{D}^\mu Q_L^{int.}(x) + \bar{u}_R^{int.}(x)\gamma_\mu \mathcal{D}^\mu u_R^{int.}(x) + \bar{d}_R^{int.}(x)\gamma_\mu \mathcal{D}^\mu d_R^{int.}(x) + \\ \bar{\Psi}_L^{int.}(x)\gamma_\mu \mathcal{D}^\mu \Psi_L^{int.}(x) + \bar{\nu}_R^{int.}(x)\gamma_\mu \mathcal{D}^\mu \nu_R^{int.}(x) + \bar{l}_R^{int.}(x)\gamma_\mu \mathcal{D}^\mu l_R^{int.}(x) \}$$

dove la derivata covariante $\mathcal{D}^\mu$ è espressa da:

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu + i\frac{g}{2}\tau_j W_j^\mu + 2ig'YB^\mu \quad (1.1)$$

con g e g' le costanti di accoppiamento associate ai campi di *gauge* W_j ($j = 1, 2, 3$) e B (relativi ai gruppi di simmetria di isospin $SU(2)$ e ipercarica $U(1)$) e τ_j le matrici di Pauli nello spazio $SU(2)_L$.

I bosoni $W^\pm$ sono legati alle componenti $W_{1,2}$ del campo di *gauge* W_j , il fotone e lo Z^0 sono legati alla componente W_3 e al campo B tramite un parametro (l'angolo di Weinberg [10]). Infatti per i bosoni carichi si definisce il campo:

$$W^\mu(x) = \frac{W_1^\mu - iW_2^\mu}{\sqrt{2}}$$

e analogamente il suo hermitiano coniugato (relativi ai bosoni W^+ e W^- rispettivamente).

Per i bosoni neutri si può scrivere:

$$W_3^\mu = \cos\theta_W Z^\mu - \sin\theta_W A^\mu$$

$$B^\mu = -\sin\theta_W Z^\mu + \cos\theta_W A^\mu$$

avendo indicato con $\sin^2\theta_W = 0.2326 \pm 0.0008$, con Z^μ il campo associato al bosone Z^0 e con A^μ quello relativo al fotone. Per l'angolo di Weinberg vale la relazione:

$$\frac{g}{\sin\theta_W} = \frac{g'}{\cos\theta_W} = e$$

essendo e la carica elettrica del positrone.

Si può separare la Lagrangiana in una parte che descrive la teoria libera e una parte di interazione: $\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I$. La Lagrangiana di interazione sarà composta da un termine di correnti cariche $\mathcal{L}_{CC}$ e da uno di correnti neutre $\mathcal{L}_{CN}$.

Il termine di correnti cariche si scrive, in termini dei campi dei bosoni osservabili:

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_W}{2\sqrt{2}} \left(J_\mu^+(x) W^\mu(x) + J_\mu^-(x) W^{\dagger\mu}(x) \right)$$

dove:

$$\begin{aligned} J_\mu^+ = & \bar{u}^{int.} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d^{int.} + \bar{c}^{int.} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s^{int.} + \bar{t}^{int.} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b^{int.} + \\ & \bar{\nu}_e^{int.} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e^{int.} + \bar{\nu}_\mu^{int.} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \mu^{int.} + \bar{\nu}_\tau^{int.} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \tau^{int.} \end{aligned}$$

e quello di correnti neutre:

$$\mathcal{L}_{CN} = e J_\mu^{em}(x) A^\mu(x) + \frac{g_W}{2\cos(\theta_W)} J_\mu^0(x) Z^{0\mu}(x)$$

dove

$$\begin{aligned} J_\mu^{em} &= \sum_f Q_f \bar{f} \gamma_\mu f \\ J_\mu^0 &= \sum_f \bar{f} \gamma_\mu (v_f - a_f \gamma_5) f \\ v_f &= \tau_3^f - 2Q_f \sin^2\theta_W \quad a_f = \tau_3^f \end{aligned}$$

e la somma sull'indice f è una somma su tutti i sapori. Sperimentalmente si osserva che i bosoni W^+ , W^- e Z^0 hanno massa diversa da zero. Queste masse sono introdotte nella teoria grazie alla presenza del campo di Higgs e dal meccanismo della rottura spontanea di simmetria. Il campo di Higgs è un doppietto di isospin di campi scalari complessi:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \quad \tilde{\Phi} = i \cdot \tau_2 \cdot \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi_- \end{pmatrix}$$

Si scrive la Lagrangiana per il campo di Higgs come:

$$\mathcal{D}^\mu \Phi^\dagger \mathcal{D}_\mu \Phi - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

dove di nuovo la derivata covariante è data dall'espressione 1.1:

Il “potenziale” del campo di Higgs ($V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$) possiede un massimo relativo per il valore $\Phi(x) = 0$, mentre raggiunge un minimo assoluto sugli infiniti punti della circonferenza $\Phi(x) = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$. Lo stato di energia minima (lo stato di vuoto) non è unico, ma degenere. La scelta di uno degli infiniti possibili stati di vuoto comporta la rottura spontanea di simmetria (per cui alcune simmetrie della Lagrangiana vengono perse e particelle prive di massa ne acquisiscono una diversa da zero). Tramite la rottura di simmetria il gruppo $SU(2)_I \otimes U(1)_Y$ si riduce a $U(1)_Q$ (dove Q è la carica elettrica) e tre dei bosoni di *gauge* (il W^+ , il W^- e lo Z^0) assumono una massa (il fotone, corrispondente alla carica elettrica, rimane privo di massa). Questa scelta viene fatta attribuendo un valore di aspettazione per il campo di Higgs non nullo allo stato di vuoto. Una scelta usuale è:

$$\langle 0|\Phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

dove $v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$. Si vede dunque che dal termine cinetico si ottengono dei termini di massa per i bosoni $W^\pm$ e Z^0 i cui valori $M_W = \frac{vg}{2}$ e $M_Z = \frac{vg}{2\cos\theta_W}$. Le masse dei leptoni e dei quark provengono invece dall'accoppiamento di questi ultimi con il campo di Higgs. Questo ha la forma di un accoppiamento di Yukawa:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M = Y_{ij}^d \bar{Q}_{L_i}^{int.} \Phi d_{R_j}^{int.} + Y_{ij}^u \bar{Q}_{L_i}^{int.} \tilde{\Phi} u_{R_j}^{int.} + \\ Y_{ij}^l \bar{L}_{L_i}^{int.} \Phi l_{R_j}^{int.} + h.c. \end{aligned}$$

e quindi, per come è scritto il campo Φ , limitandosi ai quark si ottiene:

$$\mathcal{L}_M = M_{ij}^d \bar{d}_{L_j}^{int.} d_{R_j}^{int.} + M_{ij}^u \bar{u}_j^{int.} u_{R_j}^{int.} + h.c.$$

dove

$$M_{ij}^u = \frac{Y_{ij}^u \cdot v}{\sqrt{2}}$$

è la matrice di massa dei quark.

L'invarianza della Lagrangiana sotto $\mathcal{CP}$ richiede che ogni suo termine (che è una combinazione di campi e derivate di campi) si trasformi sotto $\mathcal{CP}$ nell'hermitiano coniugato e quindi, per la Lagrangiana di massa, che sia: $M^\dagger = M$. Se al contrario ci sono coefficienti complessi, essi trasformano nel loro complesso coniugato producendo in questo modo violazione di $\mathcal{CP}$.

In generale la matrice M non è diagonale nella base degli autostati della interazione elettrodebole (finora utilizzata), in quanto gli autostati dell'interazione debole non sono anche autostati di massa. Si può tuttavia sempre passare nella base degli autostati di massa semplicemente diagonalizzando la matrice M . Questo può essere fatto con una coppia di matrici unitarie V_L e V_R :

$$\mathcal{M}^{u,d} = V_L^{u,d} M^{u,d} V_R^{u,d\dagger}$$

con $\mathcal{M}^f$ diagonale ($f = u, d$). Queste matrici unitarie trasformano gli autostati di interazione in autostati di massa:

$$\begin{aligned} d_{L_i} &= (V_L^d)_{ij} d_{L_j}^{int.} \quad ; \quad d_{R_i} = (V_R^d)_{ij} d_{R_j}^{int.} \\ u_{L_i} &= (V_L^u)_{ij} u_{L_j}^{int.} \quad ; \quad u_{R_i} = (V_R^u)_{ij} u_{R_j}^{int.} \end{aligned}$$

Passando dunque nella base degli autostati di massa il termine di massa della Lagrangiana d'interazione è diagonale e il termine elettrodebole di correnti cariche diventa:

$$\mathcal{L}_{CC} = i \frac{g}{2} \bar{u}_{L_i} \gamma^\mu (V_{L_{ik}}^u V_{L_{kj}}^{d\dagger}) d_{L_j} \tau_a W_\mu^a$$

Essendo $V = (V_{L_{ik}}^u V_{L_{kj}}^{d\dagger})$ una matrice 3×3 essa può essere parametrizzata in generale tramite tre angoli (parametri reali) e sei fasi (parametri complessi) di cui cinque sono riassorbibili con trasformazioni che lasciano invariata la matrice diagonale di massa e una sola fase è irriducibile. La presenza di questa fase irriducibile rende conto della violazione di $\mathcal{CP}$.

La scelta di operare nella base degli autostati di massa ha dunque spostato la descrizione della violazione di $\mathcal{CP}$ dal settore di massa a quello elettrodebole della Lagrangiana in cui esso viene descritto dalla matrice di mescolamento dei sapori $V = (V_{L_{ik}}^u V_{L_{kj}}^{d\dagger})$. Questa matrice, che è la generalizzazione del meccanismo di Cabibbo al caso di tre generazioni di quark è nota come matrice CKM (dai nomi di Cabibbo, Kobayashi e Maskawa) [1]:

$$V_{CKM} = (V_{L_{ik}}^u V_{L_{kj}}^{d\dagger})$$

1.1.1 La matrice CKM

La matrice unitaria V_{CKM} , che connette gli autostati di interazione debole con quelli di massa, si può scrivere in generale come:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

dove $V_{q_1 q_2}$ è il termine di accoppiamento per la transizione $q_1 \rightarrow q_2$. Molte parametrizzazioni sono presenti in letteratura per questa matrice, le più utilizzate sono la *parametrizzazione standard*, dovuta a L. Maiani e la *parametrizzazione di Wolfenstein*.

La parametrizzazione standard (quella adottata dal Particle Data Group [11]) è data da:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

dove $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$ e δ è la fase che viola di $\mathcal{CP}$. Da studi fenomenologici si sa che i parametri s_{13} e s_{23} sono piccoli (dell'ordine $O(10^{-3})$ e $O(10^{-2})$ rispettivamente) e quindi in questa parametrizzazione si scelgono in genere i quattro parametri indipendenti:

$$s_{12} = |V_{us}|, \quad s_{13} \sim |V_{ub}|, \quad s_{23} \sim |V_{cb}| \quad \text{e} \quad \delta$$

Partendo dalla considerazione che gli angoli di mixing sono piccoli, la parametrizzazione di Wolfenstein [12] mette in evidenza il fatto che i valori degli elementi della matrice V_{CKM} mostrano un andamento gerarchico: gli elementi sulla diagonale sono circa unitari e l'ordine di grandezza degli altri elementi diminuisce man mano che essi sono più lontani dalla diagonale. Si può quindi pensare di utilizzare una parametrizzazione approssimata, in cui i vari elementi della matrice CKM sono il risultato di un'espansione nel parametro piccolo $\lambda = |V_{us}| \sim 0.22$. In questo caso i quattro parametri indipendenti sono:

$$\lambda, \quad A, \quad \bar{\rho} \quad \text{e} \quad \bar{\eta}.$$

La matrice, in questa parametrizzazione, si scrive:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda + \frac{A^2\lambda^5}{2}(1 - 2\rho) - iA^2\lambda^5\eta & 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \lambda^4(1/8 + A^2/2) & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - (1 - \frac{\lambda^2}{2})(\rho + i\eta)) & -A\lambda^2(1 - \frac{\lambda^2}{2})(1 + \lambda^2(\rho + i\eta)) & 1 - \frac{A^2\lambda^4}{2} \end{pmatrix} + O(\lambda^6)$$

La forma qui riportata è quella di Buras [14]. Si introducono le quantità $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$:

$$\bar{\rho} = \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad \bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right), \quad (1.2)$$

in base alle quali il parametro V_{td} è espresso da $A\lambda^3(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta})$. Anche V_{ub} può essere scritto in termini di queste variabili: $V_{ub} = \frac{A\lambda^3(\bar{\rho} - i\bar{\eta})}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \sim A\lambda^3(\bar{\rho} - i\bar{\eta}) + O(\lambda^5)$. I termini di ordine λ^4 sulla diagonale sono tutti della forma $\frac{\lambda^4}{8}$ o $\frac{A^2\lambda^4}{2}$, se si considerano questi contributi come termini di ordine λ^5 ($\lambda \sim 0.22$, $A \sim 0.8$), si può scrivere la matrice V_{CKM} nella forma approssimata:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\bar{\rho} - i\bar{\eta}) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^5)$$

Il legame tra i parametri della parametrizzazione standard e di quella di Wolfenstein è dato dalle relazioni:

$$s_{12} = \lambda \quad , \quad s_{23} = A\lambda^2 \quad , \quad s_{13}e^{i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$$

a tutti gli ordini di λ , dunque

$$\bar{\rho} = \frac{s_{13}}{s_{12}s_{23}} \cos \delta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad , \quad \bar{\eta} = \frac{s_{13}}{s_{12}s_{23}} \sin \delta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right)$$

1.1.2 Il Triangolo Unitario

La matrice V_{CKM} è unitaria:

$$V_{CKM}V_{CKM}^\dagger = V_{CKM}^\dagger V_{CKM} = \mathbf{1}.$$

Se si esplicita questa relazione come prodotto righe per colonne tra matrici, le somme dei prodotti tra elementi che devono eguagliare i termini nulli fuori diagonale stabiliscono sei relazioni che possono essere rappresentate come sei triangoli (di cui solo tre indipendenti) nel piano complesso $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$. Le tre relazioni sono:

$$\begin{aligned} V_{ud}^* V_{us} + V_{cd}^* V_{cs} + V_{td}^* V_{ts} &= 0 \quad (\text{i tre termini sono di ordine, rispettivamente, } \lambda, \lambda, \lambda^5) ; \\ V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} &= 0 \quad (\text{i tre termini sono di ordine, rispettivamente, } \lambda^3, \lambda^3, \lambda^3) ; \\ V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} &= 0 \quad (\text{i tre termini sono di ordine, rispettivamente, } \lambda^4, \lambda^2, \lambda^2) . \end{aligned}$$

Poiché la violazione di $\mathcal{CP}$ è proporzionale all'area del triangolo, si preferisce lavorare in casi in cui i tre termini siano circa dello stesso ordine; si prende dunque in considerazione la seconda relazione ($V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0$), che descrive la fisica nel settore dei

mesoni B e in cui i tre termini sono tutti di ordine λ^3 . Dividendo ogni termine di questa uguaglianza per il termine $V_{cb}^* V_{cd}$ si ottiene la relazione:

$$\frac{V_{ub}^* V_{ud}}{V_{cb}^* V_{cd}} + 1 + \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cb}^* V_{cd}} = 0$$

che è rappresentata dal triangolo in figura 1.1.

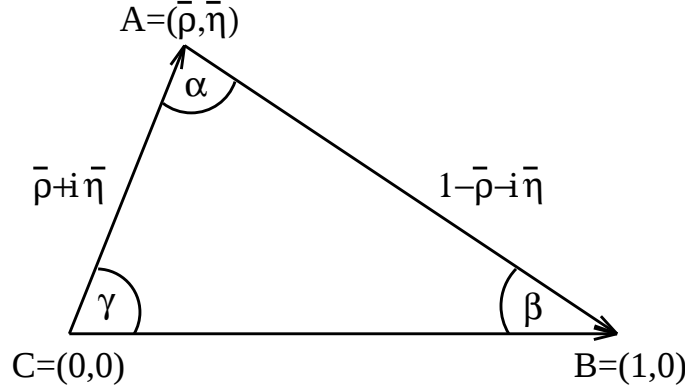


Figura 1.1: *Triangolo Unitario* rappresentato nel piano complesso $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$.

Gli angoli del triangolo si possono esprimere in termini di $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$ secondo le relazioni:

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha) &= \frac{2\bar{\eta}(\bar{\eta}^2 + \bar{\rho}^2 - \bar{\rho})}{(\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2)((1 - \bar{\rho}^2) + \bar{\eta}^2)} \\ \sin(2\beta) &= \frac{2\bar{\eta}(1 - \bar{\rho})}{(1 - \bar{\rho}^2) + \bar{\eta}^2} \\ \sin(2\gamma) &= \frac{2\bar{\eta}\bar{\rho}}{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{2\rho\eta}{\rho^2 + \eta^2} \end{aligned}$$

e i suoi lati come:

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= R_b = \frac{|V_{ub}^* V_{ud}|}{|V_{cb}^* V_{cd}|} = \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} \\ \overline{AB} &= R_t = \frac{|V_{tb}^* V_{td}|}{|V_{cb}^* V_{cd}|} = \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2}. \end{aligned}$$

Ogni angolo è la fase relativa tra due lati adiacenti:

$$\begin{aligned} \alpha &= \arg \left[\frac{V_{ub}^* V_{ud}}{V_{tb}^* V_{td}} \right] \\ \beta &= \arg \left[\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cb}^* V_{cd}} \right] \\ \gamma &= \arg \left[\frac{V_{ub}^* V_{ud}}{V_{cb}^* V_{cd}} \right]. \end{aligned}$$

Più precisamente si possono legare le fasi β e γ agli elementi V_{td} e V_{ub} :

$$V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta} \quad , \quad V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma}$$

Tramite varie tecniche sperimentali è possibile misurare gli angoli del Triangolo Unitario o quantità ad essi correlate.

Queste misure possono essere confrontate con misure di grandezze che non dipendono direttamente dagli angoli ma da $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$, ottenute assumendo la validità del Modello Standard e la rappresentazione sul piano complesso $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ [13]. Infatti le quantità che dipendono dagli angoli violano $\mathcal{CP}$ e quelle che dipendono dai lati del triangolo conservano questa simmetria. Confrontare dunque i vincoli imposti ai parametri del *Triangolo Unitario* da questi due tipi di misure è un importante controllo per la validità del Modello Standard.

Ad esempio, nello studio che è detto **analisi standard** del *Triangolo Unitario*, si utilizzano le informazioni sperimentali derivanti da processi che conservano $\mathcal{CP}$ ($\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|}$ dai decadimenti semileptonici dei mesoni B , Δm_d e Δm_s dalle oscillazioni $B_d - \bar{B}_d$ e $B_s - \bar{B}_s$) e le misure dirette di violazione di $\mathcal{CP}$ per i kaoni (ϵ_K) e per i mesoni B ($\sin 2\beta$).

Questi vincoli hanno delle forme diverse nel piano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$:

- $\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|}$ è rappresentato da una circonferenza centrata in (0,0)

$$\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|} = \frac{\lambda}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} . \quad (1.3)$$

- la differenza Δm_d tra le masse dei mesoni B_d^0 e $\bar{B}_d^0$ è rappresentata da una circonferenza centrata in (1,0)

$$\Delta m_d \propto A^2 \lambda^6 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2] \quad (1.4)$$

- Δm_s , differenza di massa tra B_s^0 e $\bar{B}_s^0$, rappresenta a sua volta una circonferenza centrata in (1,0). Il confronto con Δm_d porta alla seguente relazione

$$\frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} \propto \left(\frac{\lambda}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \right)^2 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2] . \quad (1.5)$$

Δm_s non è stata ancora misurata, ma si ha per essa un limite superiore.

- ϵ_K , parametro caratteristico della violazione di $\mathcal{CP}$ nel sistema $K^0 \bar{K}^0$, è rappresentato da una iperbole.

- $\sin 2\beta$, la prima quantità che descrive la violazione di $\mathcal{CP}$ nei mesoni B ad essere stata misurata dalle B -factory (media mondiale; $\sin 2\beta = 0.725 \pm 0.037$ [26]).

Se la determinazione di queste grandezze fosse infinitamente precisa, tutte le curve si intersecherebbero in un punto fornendo il vertice $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ del triangolo. Nella realtà, poiché a tutte le grandezze sono associate incertezze dovute agli errori sperimentali nella misura e alla determinazione dei parametri teorici, queste curve sono rappresentate da delle bande. Attraverso l'analisi del *Triangolo Unitario* dunque si determina una regione in cui il vertice del triangolo è contenuto con un dato livello di probabilità, compatibilmente con l'assunzione della validità del Modello Standard.

Vari metodi sono stati proposti per la trattazione statistica dei dati e la combinazione delle diverse misure per ottenere vincoli sul piano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$; noi qui ci riferiamo al metodo *bayesiano*¹. In questo metodo le funzioni di densità di probabilità (*pdf*) per i parametri liberi vengono scritte in termini di quantità misurate sperimentalmente o calcolate tramite modelli teorici. Con una procedura di simulazione (detta *Toy Monte Carlo*), si estrae un campione ragionevolmente grande per i parametri liberi e si associa a ogni estrazione un peso. Le diverse grandezze sono estratte secondo distribuzioni (*a priori*) omogenee in intervalli ragionevoli. Il peso corrisponde al valore assunto da $e^{-\sum_i f_i}$ dove f_i sono le *pdf* disponibili per quantità misurate sperimentalmente. I risultati ottenuti nelle diverse estrazioni sono quindi considerati più o meno affidabili a seconda che i corrispondenti valori per le quantità su cui ho informazioni sperimentali siano più o meno coerenti con queste informazioni. In questo modo si ottiene per ogni parametro utilizzato una *pdf* in uscita (*a posteriori*) in generale diversa da quella di partenza a causa del peso applicato alle diverse estrazioni.

La misura sempre più precisa dei valori sperimentali e lo sviluppo di modelli teorici sempre più accurati ha permesso di restringere notevolmente la zona selezionata per il punto $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ nell'arco di quindici anni, come mostrato in figura (1.2).

¹Tutti i risultati mostrati in questa sezione sono stati ottenuti dalla collaborazione **Ufit** [15]

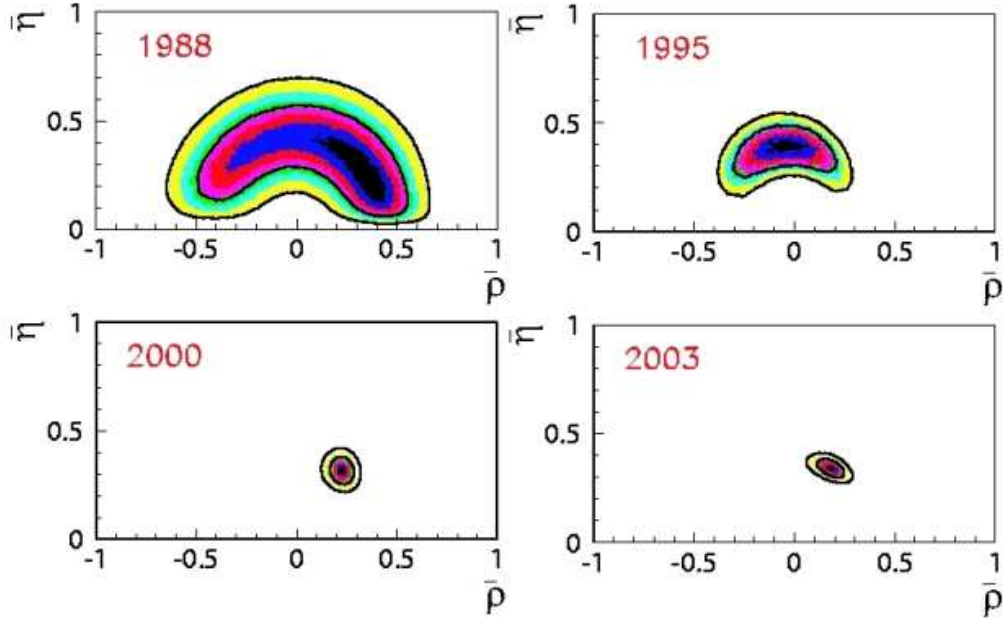


Figura 1.2: Aree selezionate dall'analisi del *Triangolo Unitario* nel piano $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ nel corso degli anni

In figura (1.3) è mostrata la regione selezionata per il vertice del *Triangolo Unitario* utilizzando i vincoli dell'**analisi standard** ($|V_{ub}|/|V_{cb}|$, Δm_d , Δm_s , ϵ_K e $\sin 2\beta$).

Come già detto, il confronto tra i vincoli imposti al *Triangolo Unitario* dalle misure di quantità che conservano e violano $\mathcal{CP}$ è un importante controllo per il Modello Standard. In figura 1.4 questa prova è stata fatta con i vincoli utilizzati nell'analisi standard: l'area del piano $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ selezionata dalle misure di $|V_{ub}|/|V_{cb}|$, Δm_d e Δm_s è confrontata con le bande ottenute dalle misure di ϵ_K e $\sin 2\beta$ e da questo confronto si vede come il Modello Standard descriva bene la consistenza delle misure².

²La seconda regione selezionata dalle misure di ϵ_K e $\sin 2\beta$ non viene considerata perché è esclusa dalla misura di $\cos 2\beta$ [16]

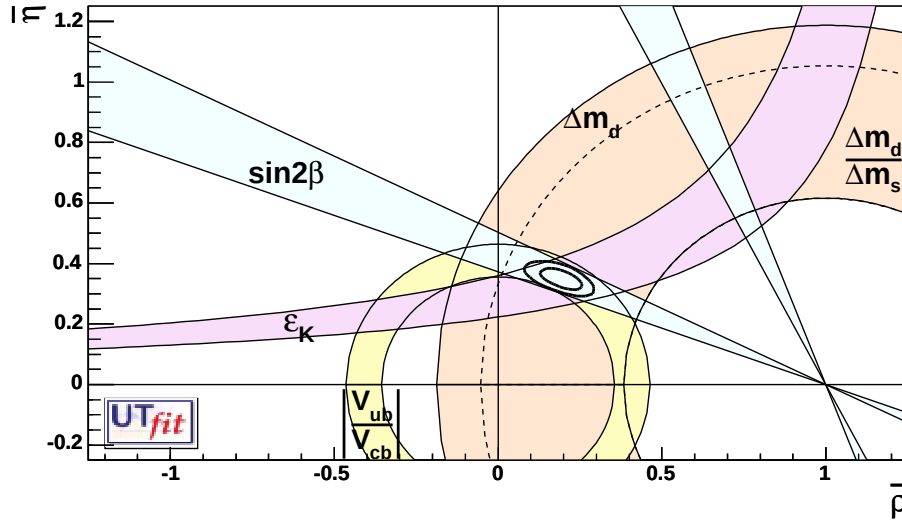


Figura 1.3: Regione selezionata per il vertice del *Triangolo Unitario* dall'analisi standard. I contorni chiusi corrispondono al 68% e 95% di probabilità che il vertice $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ sia contenuto all'interno. Le distribuzioni mostrate sono aggiornate ai risultati del *CKM 2005 Workshop on Unitary Triangle*.

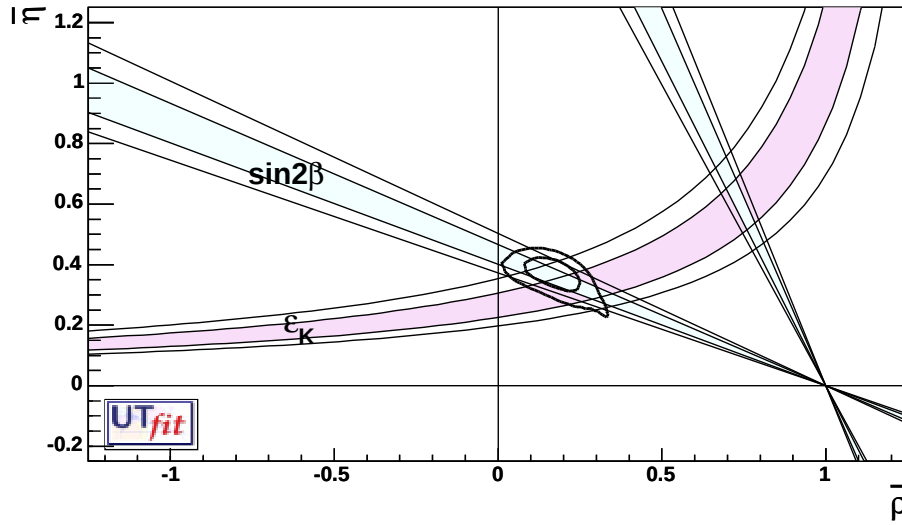


Figura 1.4: La regione del piano $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ selezionata (al 68% e 95%) dalle misure di $|V_{ub}|/|V_{cb}|$, Δm_d , Δm_s (indicata dai due contorni chiusi) è confrontata con le bande (al 68% e 95%) ottenute dalle misure di ϵ_K e $\sin 2\beta$.

Con il metodo *bayesiano*, dai vincoli imposti sul piano $\bar{\rho} - \bar{\eta}$ dall'analisi standard, si ottengono delle distribuzioni in uscita per tutti i parametri del Triangolo. Queste corrispondono, per le diverse grandezze, ai possibili intervalli di variazione mostrati in tabella 1.1 [15].

Parametro	68% analisi standard	68% solo angoli	68% tutti i vincoli
$\bar{\rho}$	0.196 ± 0.045	0.241 ± 0.081	0.207 ± 0.038
$\bar{\eta}$	0.347 ± 0.025	0.328 ± 0.038	0.341 ± 0.023
$\alpha[^\circ]$	96.1 ± 7.0	102 ± 11	97.9 ± 6.0
$\beta[^\circ]$	23.4 ± 1.5	23.6 ± 1.8	23.4 ± 1.5
$\gamma[^\circ]$	60.3 ± 6.8	54.1 ± 11.7	58.5 ± 5.8
$\sin 2\alpha$	-0.21 ± 0.24	-0.38 ± 0.36	-0.27 ± 0.20
$\sin 2\beta$	0.726 ± 0.028	0.727 ± 0.037	0.725 ± 0.028
$\sin(2\beta + \gamma)$	0.947 ± 0.038	0.955 ± 0.038	0.958 ± 0.030
$\text{Im}\lambda_t[10^{-5}]$	13.3 ± 0.9	12.8 ± 1.6	13.2 ± 0.9

Tabella 1.1: Intervalli previsti, con probabilità 68%, per i parametri del *Triangolo Unitario* dall'uso dei vincoli imposti dall'**analisi standard** (seconda colonna), dalle misure di soli angoli (terza colonna) e da tutte le misure disponibili (ultima colonna).

I valori della prima colonna in tabella 1.1 per gli angoli sono determinazioni indirette e sono da considerare delle predizioni per risultati futuri. Per l'angolo γ , di cui ci si occupa in particolare in questa analisi, la precisione della determinazione indiretta così ottenuta è dell'11%.

Grazie alla grande quantità di dati forniti dalle *B-factory*, sono possibili le misure di nuove quantità che violano $\mathcal{CP}$ e permettono una determinazione diretta di α , γ , $2\beta + \gamma$ e $\cos 2\beta$.

Per i tre angoli, metodi utilizzati sono:

- angolo γ : vari metodi legati al decadimento $B \rightarrow DK$ sono stati proposti (in particolare il metodo Gronau-London-Wyler (GLW) [20, 21], il metodo Atwood-Dunietz-Soni (ADS) [22, 23] e il metodo di Dalitz [24] che sono descritti in dettaglio nel capitolo 2)
- angolo α : può essere determinato da un'analisi di isospin per i decadimenti $B \rightarrow \pi\pi$ [17] e $B \rightarrow \rho\rho$ [18]. In assenza di contributi a pinguino (par. 3.1) questi canali fornirebbero una misura diretta di $\sin 2\alpha$. Tuttavia sono presenti diagrammi che generano tali contributi e dunque sperimentalmente si misura $\sin 2\alpha_{eff}$, una

grandezza che è funzione di $\sin 2\alpha$ e di parametri adronici sconosciuti. Assumendo valida la simmetria $SU(2)$ di sapore, è possibile descrivere le ampiezze e in termini di parametri indipendenti dalla scala e dallo schema di rinormalizzazione³ e stabilire delle relazioni tra i canali neutri e quelli carichi che permettono di estrarre l'angolo α senza l' "inquinamento da pinguini".

- angolo β : dall'analisi dipendente dal tempo del decadimento dei mesoni B neutri che coinvolgono transizioni $b \rightarrow c\bar{c}s$ si può estrarre la misura di $\sin 2\beta$. Questa quantità è misurata ormai con grande precisione grazie ai dati raccolti dalle *B-factory* [5]. Dal decadimento $B^0 \rightarrow J/\psi K^{0*}$ è possibile estrarre, oltre a $\sin 2\beta$, anche $\cos 2\beta$. Questo canale di decadimento procede esclusivamente attraverso diagrammi ad albero (a meno di $O(\lambda^2)$, dove λ è il seno dell'angolo di Cabibbo) ed ha un rapporto di decadimento elevato dovuto alla transizione favorita $b \rightarrow c$.

La figura (1.5) mostra come la precisione raggiunta negli esperimenti permetta di determinare il punto $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ esclusivamente attraverso misure dirette degli angoli. In figura (1.6)

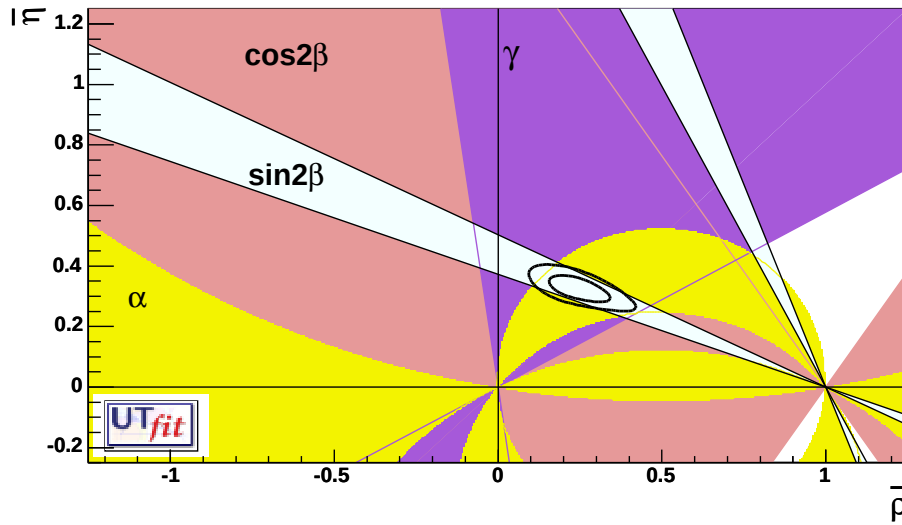


Figura 1.5: Regione selezionata per il vertice del *Triangolo Unitario* dalla sola misura diretta degli angoli. I contorni chiusi corrispondono al 68% e 95% di probabilità che il valore sia contenuto all'interno.

è possibile vedere come l'utilizzo contemporaneo di tutte le misure disponibili, dirette e indirette, permetta di determinare il vertice $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ con una notevole precisione. Dei metodi

³In modo simile a come spiegato in 3.3

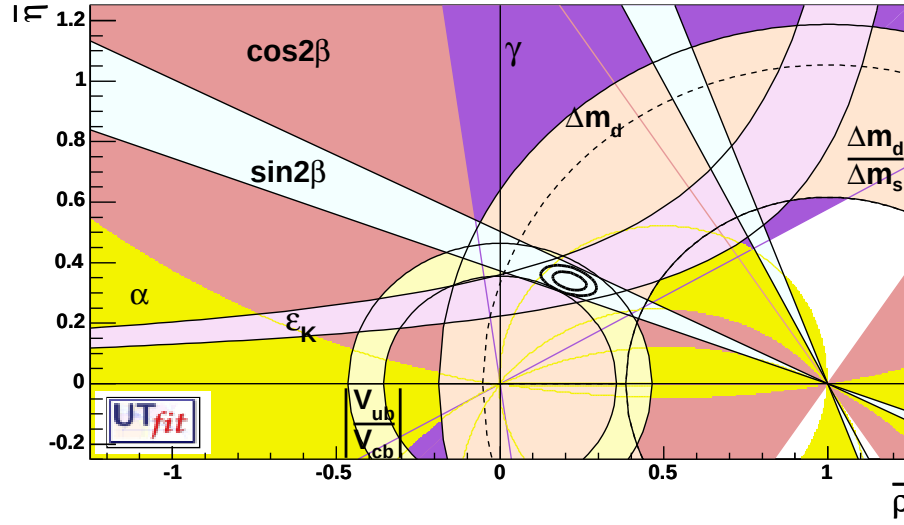


Figura 1.6: Regione selezionata per il vertice del *Triangolo Unitario* utilizzando misure dirette e indirette degli angoli. I contorni chiusi corrispondono al 68% e 95% di probabilità che il valore sia contenuto all'interno.

per la misura di γ e della presente conoscenza dei parametri correlati a questo angolo, si parlerà in maniera più estesa nel capitolo 2.

Capitolo 2

Misura di γ con i canali

$$B^+ \rightarrow D^0(\overline{D^0})K^+$$

Essendo le ampiezze di decadimento dei canali $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ e $B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+$ proporzionali rispettivamente gli elementi V_{ub} e V_{cb} della matrice CKM, la loro interferenza è sensibile alla fase debole $\gamma = \arg(\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*})$ [19]. L'ampiezza del decadimento $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ è soppressa rispetto a quella di $B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+$, poichè (come si vede in figura 2.1) il rapporto tra l'ampiezza dei due decadimenti è piccolo a causa dei fattori CKM:

$$|\frac{V_{ub}^* V_{cs}}{V_{cb}^* V_{us}}| = \frac{1}{\lambda} \cdot |\frac{V_{ub}}{V_{cb}}| \sim 0.39 ,$$

essendo $|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}| \sim 0.086$ e $\lambda = \sin\theta_C \sim 0.22$.

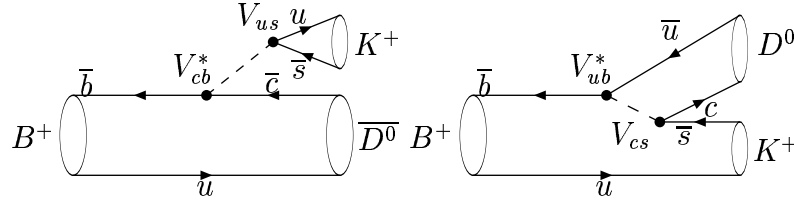


Figura 2.1: Diagrammi per il decadimento $B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+$ e per il decadimento $B^+ \rightarrow D^0 K^+$

Inoltre, come si vede dalla figura 2.1, nel caso permesso il colore dei quark emessi che vanno a creare il kaone non è definito ed è quindi possibile operare una somma sul numero dei colori (il quark e l'antiquark che adronizzano per creare il mesone devono avere lo stesso colore in quanto questo è un singoletto di colore). Nel caso del decadimento soppresso invece il quark c è forzato ad avere il colore del quark $\overline{u}$ emesso; questo diagramma è dunque *soppresso di colore* rispetto a quello permesso, ovvero il rapporto tra le due ampiezze è proporzionale a un fattore $\frac{1}{N_C}$ (dove N_C è il numero di colori, $N_C = 3$). Si definisce la quantità $r_{D^0 K^+}$ come il rapporto tra i moduli delle ampiezze:

$$r_{D^0 K^+} = \frac{|A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)|}{|A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+)|}$$

Dai dati sperimentali raccolti finora, con i diversi metodi spiegati di seguito, si deduce un valore per il rapporto $r_{D^0 K^+} \sim 0.1$. Il decadimento $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ è dunque soppresso rispetto a $B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+$ e, essendo $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+) = (3.7 \pm 0.6) 10^{-4}$ ([11]), la sua frazione di decadimento è aspettata dell'ordine $\sim 10^{-6}$. Le ampiezze per i due diagrammi hanno una differenza di fase dovuta all'interazione di stato finale tra i mesoni (detta *fase forte*, invariante sotto $\mathcal{CP}$) e una dovuta alla fase debole dell'elemento V_{ub} (la fase γ , che rende conto della violazione di $\mathcal{CP}$).

Diversi metodi sono stati sviluppati per misurare γ dall'interferenza tra il canale $b \rightarrow c\overline{u}s$ e il canale $b \rightarrow u\overline{c}s$, nelle sezioni successive sono presentati i tre più importanti: il metodo GLW, il metodo ADS e l'analisi di Dalitz.

In tutti i metodi presentati di seguito, se la fase forte è nulla, la misura di γ avviene attraverso effetti di interferenza $\propto r_B^2$. Se invece la fase forte è diversa da zero, si ha una sensibilità a γ che è proporzionale a r_B . È quindi in generale preferibile avere situazioni in cui si hanno grandi valori per le ampiezze che interferiscono e grandi valori per le fasi forti. Lo studio di questi canali con ognuno di questi metodi è comunque importante ed una maggiore quantità di misure ottenute con diversi approcci accresce la sensibilità a γ ed è dunque auspicabile.

2.1 Il metodo GLW

Il metodo GLW [20, 21], il primo proposto per misurare γ in questo canale, ha incertezze teoriche molto piccole, ma è difficile da applicare nella pratica a causa del piccolo valore del rapporto tra ampiezze $r_{D^0 K^+} = \frac{|A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)|}{|A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+)|} \sim 0.1$.

Questo metodo propone una determinazione dell'angolo γ tramite la misura dei decadimenti dei mesoni B carichi positivamente e negativamente in stati finali $D_{\pm}^0 K$ in cui i $D_{\pm}^0$ sono autostati di $\mathcal{CP}$ (nel senso che vengono ricostruiti in stati finali di $\mathcal{CP}$ definita positiva, come $\pi^+\pi^-$ o K^+K^- , o negativa, come $K_S\pi^0$) con autovalore ± 1 definiti a partire da D^0 e $\overline{D}^0$ come:

$$|D_{\pm}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D^0\rangle \pm |\overline{D}^0\rangle)$$

Si possono scrivere le seguenti relazioni tra ampiezze :

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) &= e^{2i\gamma} \cdot A(B^- \rightarrow \overline{D}^0 K^-) \\ A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+) &= A(B^- \rightarrow D^0 K^-) \end{aligned}$$

e inoltre, dalla definizione di $D_{\pm}^0$ si ha che:

$$\sqrt{2} \cdot A(B^+ \rightarrow D_{\pm}^0 K^+) = A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) \pm A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+)$$

Queste relazioni possono essere rappresentate nel piano complesso come due triangoli (come mostrato in figura 2.2) La misura di γ avviene attraverso le osservabili:

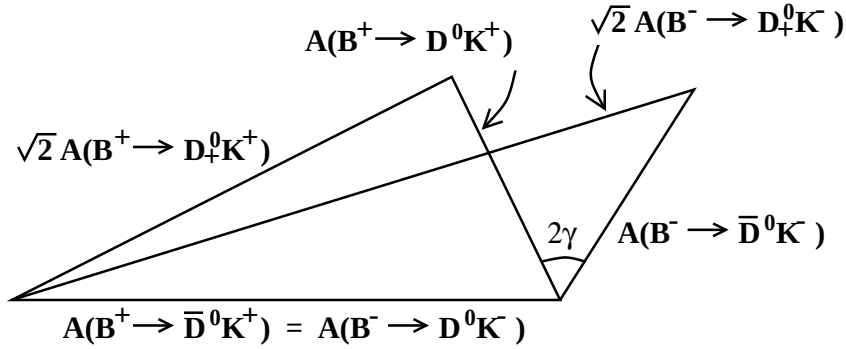


Figura 2.2: rappresentazione nel piano complesso delle relazioni tra ampiezze usate nel metodo GLW

$$\begin{aligned} R_{CP^{\pm}} &= \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^{\pm}}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^{\pm}}^0 K^-)}{\Gamma(B^+ \rightarrow D^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow \overline{D}^0 K^-)} = 1 + r_{D^0 K^+}^2 \pm 2r_{D^0 K^+} \cos \gamma \cos \delta_B \\ A_{CP^+} &= \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^+}^0 K^+) - \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^+}^0 K^-)}{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^+}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^+}^0 K^-)} = \frac{\pm 2r_{D^0 K^+} \sin \gamma \sin \delta_B}{R_{CP^{\pm}}} \end{aligned}$$

dove δ_B è la fase forte relativa tra le due ampiezze di decadimento del B , γ la fase debole e $r_{D^0 K^+}$ il rapporto tra i moduli delle ampiezze $r_{D^0 K^+} = \frac{|A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)|}{|A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+)|}$. Sfortunatamente

questo metodo non è molto efficace a causa della soppressione di $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ rispetto a $B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+$ che causa la degenerazione dei triangoli in figura 2.2 in segmenti. La misura di questi canali è inoltre soggetta dalla presenza di abbondante fondo dovuto ai corrispondenti decadimenti che portano allo stesso stato finale: ad esempio nel tentativo di misurare $B^+ \rightarrow D^0 K^+$, con il mesone D ricostruito in uno stato finale f , ci si trova nell'impossibilità di distinguere questi eventi dagli eventi $B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+$ in cui il $\overline{D}^0$ è decaduto nello stato f . Gli effetti di interferenza osservabili tra questi canali sono al massimo dell'ordine del 1%.

2.2 Il metodo ADS

Il metodo ADS [22, 23] propone una determinazione di γ tramite la misura di decadimenti del mesone B carico in stati $D^0 K$ in cui il D^0 non è un autostato di $\mathcal{CP}$. Si cerca di ovviare al problema della differenza di grandezza delle due ampiezze ($A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)$ e $A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+)$) andando a studiare i decadimenti del mesone B in stati finali che possono essere raggiunti in due modi: o tramite il decadimento favorito del B (per il B carico positivamente $B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+$) seguito da un decadimento soppresso del D^0 in uno stato finale f , o tramite il decadimento soppresso del B (per il B carico positivamente $B^+ \rightarrow D^0 K^+$) seguito da un decadimento favorito del D^0 nello stato finale $\bar{f}$ (vedi schema in figura 2.3). In questo modo le due ampiezze vengono ad essere di grandezza comparabile e si osservano termini di interferenza più grandi che nel caso del metodo GLW. Le ampiezze

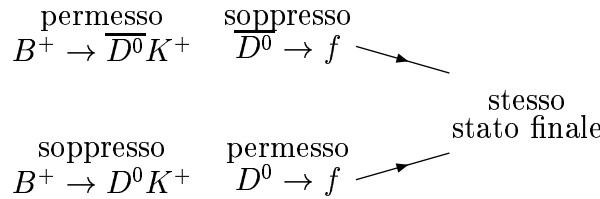


Figura 2.3: Schema della catena di decadimenti studiati con il metodo ADS

dei decadimenti soppresso e favorito sono legate dalla relazione:

$$A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) = r_{D^0 K^+} A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+) e^{i\gamma} e^{i\delta_B}$$

dove la fase forte relativa tra le ampiezze di decadimento del B δ_B , la fase debole γ e il rapporto $r_{D^0 K^+}$ tra i moduli delle ampiezze sono le stesse incognite del metodo GLW.

Similmente per il decadimento del D^0 si scrive:

$$A(\overline{D}^0 \rightarrow f) = r_D A(D^0 \rightarrow f) e^{i\delta_D}$$

dove δ_D è la fase forte relativa tra le ampiezze di decadimento del D e r_D il rapporto tra i moduli delle ampiezze :

$$r_D = \frac{|A(\overline{D}^0 \rightarrow f)|}{|A(D^0 \rightarrow f)|}$$

Si costruiscono le osservabili:

$$\begin{aligned} R_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow [f]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [\overline{f}]_D K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow [\overline{f}]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [f]_D K^+)} \\ &= r_D^2 + r_{D^0 K^+}^2 + 2r_{D^0 K^+} r_D \cos \gamma \cos(\delta_B + \delta_D) \\ A_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow [f]_D K^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow [\overline{f}]_D K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow [f]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [\overline{f}]_D K^+)} \\ &= 2r_{D^0 K^+} r_D \sin \gamma \sin(\delta_B + \delta_D) / R_{ADS} \end{aligned} \quad (2.1)$$

dove $\delta = \delta_B + \delta_D$ è la somma delle fasi forti relative. Esempi di stati finali f per il decadimento del D^0 sono $K^- \pi^+$ e $K^- \pi^+ \pi^0$.

2.3 L'analisi di Dalitz

Questo metodo [24] si propone di studiare l'interferenza tra i canali $B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+$ e $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ tramite i decadimenti a molti corpi del mesone D^0 . I decadimenti di un mesone in più di due corpi avvengono perlopiù¹ attraverso stati intermedi a due corpi in cui sono presenti risonanze. Analizziamo ad esempio i decadimenti in tre corpi del mesone D^0 : $D^0 \rightarrow M_1 M_2 M_3$, questi avvengono attraverso stati intermedi secondo la catena di decadimento $D^0 \rightarrow \mathcal{M} M_3$ in cui $\mathcal{M}$ è una risonanza che decade in seguito nei due mesoni M_1 e M_2 . Questi decadimenti vengono studiati nel piano di Dalitz, che è il piano (s_{12}, s_{13}) , dove $s_{ij} = (p_i + p_j)^2$ è la massa invariante della coppia $M_i M_j$. La distribuzione nel piano di Dalitz ci dà informazioni su un decadimento a tre corpi ed ha la tipica forma mostrata in figura 2.4 , dove le zone di massima densità rappresentano le zone in cui è presente una risonanza. Lo studio di questi canali è adatto per una misura di γ in quanto, a causa

¹La descrizione dei decadimenti a più corpi tramite stati intermedi in cui sono presenti risonanze è detta *modello isobaro*.

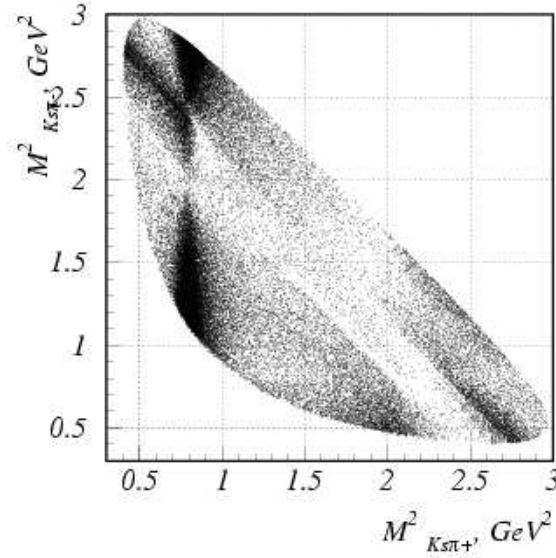


Figura 2.4: Distribuzione nel piano di Dalitz per il decadimento del mesone D in uno stato finale $K_s\pi^+\pi^-$.

delle risonanze, ci si aspettano interferenze importanti in tutto il piano di Dalitz (dovute alle differenze di fasi forti). Esaminiamo, per semplicità, il caso del decadimento in tre corpi del mesone D : $D^0 \rightarrow K_s\pi^-\pi^+$. Definiamo per questo decadimento:

$$\begin{aligned} A_D(s_{12}, s_{13}) &= A_{12,13} e^{i\delta_{12,13}} = A(D^0 \rightarrow K_s(p_1)\pi^-(p_2)\pi^+(p_3)) = \\ &= A(\overline{D}^0 \rightarrow K_s(p_1)\pi^+(p_2)\pi^-(p_3)) ; \end{aligned}$$

dove $s_{ij} = (p_i + p_j)^2$ e p_1, p_2, p_3 sono i quadrimpulsi di K_s, π^-, π^+ rispettivamente. Sia $A_{12,13} > 0$ e dunque $0 < \delta_{12,13} < 2\pi$. Si scrive la larghezza di decadimento parziale per la cascata di decadimenti:

$$\begin{aligned} d\Gamma(B^- \rightarrow K_s\pi^-\pi^+) &= (A_{12,13}^2 + r_{D^0K^+}^2 A_{13,12}^2 + \\ &+ 2r_{D^0K^+} \text{Re} [A_D(s_{12}, s_{13}) A_D^*(s_{13}, s_{12})] e^{i(\delta_B - \gamma)}) dm_{12} dm_{13} . \end{aligned}$$

I moduli delle ampiezze di decadimento $A_{12,13}$ possono essere misurati dal Dalitz plot del decadimento $D^0 \rightarrow K_s\pi^-\pi^+$ in un campione di controllo $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$. Per fare questo bisogna sapere se il mesone D è un D^0 o un $\overline{D}^0$, il che si può ottenere osservando la carica del pione soffice emesso nel decadimento del D^* . La fase $\delta_{12,13}$ invece non è misurabile. Sono stati sviluppati metodi in cui, assumendo un modello per il Dalitz plot

del canale in questione (ad esempio considerando che il decadimento $D^0 \rightarrow K_s \pi^- \pi^+$ sia dominato da alcune risonanze intermedie e scrivendo il Dalitz plot come una somma di Breit-Wigner), si hanno informazioni su questa fase. Più in generale è stato sviluppato un formalismo indipendente dall'assunzione di qualunque modello; si scrive l'ultimo termine della larghezza di decadimento parziale facendo uso della relazione trigonometrica ($\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$) :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}e[A_D(s_{12}, s_{13})A_D^*(s_{13}, s_{12})]e^{i(\delta_B - \gamma)} &= \\ &= A_{12,13}A_{13,12}[\cos(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}) \cos(\delta_B - \gamma) + \sin(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}) \sin(\delta_B - \gamma)] . \end{aligned}$$

Per confrontare con i dati, dev'essere fatta una integrazione sul piano di Dalitz, dividiamo quindi questo piano in n regioni e definiamo:

$$\begin{aligned} c_i &= \int_i dp A_{12,13} A_{13,12} \cos(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}) ; \\ s_i &= \int_i dp A_{12,13} A_{13,12} \sin(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}) ; \\ T_i &= \int_i dp A_{12,13}^2 . \end{aligned}$$

dove gli integrali sono eseguiti sull' i -ma regione. Le variabili c_i e s_i contengono differenze di fasi forti e quindi sono incognite nell'analisi, mentre T_i possono essere misurate dai decadimenti di un D di sapore noto (come detto sopra). A causa della simmetria dei termini di interferenza, è conveniente dividere il piano di Dalitz in regioni simmetriche sotto lo scambio $12 \leftrightarrow 13$. Si divide il Dalitz plot in $n = 2k$ regioni. Se si indicano con l'indice i le regioni al di sotto dell'asse di simmetria e con $\bar{i}$ quelle al di sopra (che si ottengono dalle regioni i -me per simmetria speculare rispetto all'asse), si hanno le relazioni:

$$c_{\bar{i}} = c_i ; \quad s_{\bar{i}} = -s_i$$

mentre non ci sono relazioni tra T_i e $T_{\bar{i}}$. Utilizzando le informazioni dal decadimento del B^+ e del B^- , otteniamo un sistema di $4k$ equazioni:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_i^- &= \int_i d\Gamma(B^- \rightarrow (K_s \pi^- \pi^+) K^- = \\ &= T_i + r_{D^0 K^+}^2 T_{\bar{i}} + 2r_{D^0 K^+}^2 [\cos(\delta_B - \gamma) c_i + \sin(\delta_B - \gamma) s_i] ; \\ \hat{\Gamma}_{\bar{i}}^- &= \int_{\bar{i}} d\Gamma(B^- \rightarrow (K_s \pi^- \pi^+) K^- = \\ &= T_{\bar{i}} + r_{D^0 K^+}^2 T_i + 2r_{D^0 K^+}^2 [\cos(\delta_B - \gamma) c_i - \sin(\delta_B - \gamma) s_i] ; \\ \hat{\Gamma}_i^+ &= \int_i d\Gamma(B^+ \rightarrow (K_s \pi^- \pi^+) K^+ = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= T_{\bar{i}} + r_{D^0 K^+}^2 T_i + 2r_{D^0 K^+}^2 [\cos(\delta_B + \gamma)c_i - \sin(\delta_B + \gamma)s_i] ; \\
\hat{\Gamma}_{\bar{i}}^+ &= \int_{\bar{i}} d\Gamma(B^+ \rightarrow (K_s \pi^- \pi^+) K^+ = \\
&= T_i + r_{D^0 K^+}^2 T_{\bar{i}} + 2r_{D^0 K^+}^2 [\cos(\delta_B + \gamma)c_i + \sin(\delta_B + \gamma)s_i] .
\end{aligned}$$

In totale abbiamo $2k + 3$ incognite, di modo che il sistema è risolubile per $k > 2$, dunque una divisione del Dalitz plot in quattro o più regioni permette una determinazione di γ in modo indipendente da ogni modello assunto per il decadimento $D^0 \rightarrow K_s \pi^- \pi^+$. Fino ad ora questo metodo non è stato utilizzato per le misure perché richiede un'elevata statistica.

2.4 Strategia dell'analisi

In questa analisi ci proponiamo di studiare, tramite il metodo ADS, i decadimenti $B^\pm \rightarrow [D^0/\overline{D}^0]K^\pm$ dove il mesone D neutro decade in $D^0 \rightarrow K^\pm \pi^\mp \pi^0$.

Lo stato finale f dello schema mostrato in figura 2.3 è in questo caso rappresentato dallo stato $K^- \pi^+ \pi^0$: il decadimento in questo stato finale di un mesone D^0 è sfavorito rispetto al decadimento di un mesone $\overline{D}^0$ a causa dei fattori CKM che compaiono nelle ampiezze, essendo il rapporto tra le due ampiezze:

$$\frac{|A(D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \pi^0)|}{|A(D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0)|} \sim \frac{|V_{cd}^* V_{us}|}{|V_{ud}^* V_{cs}|} = \lambda^2 ;$$

dove $\lambda = \sin \theta_C \sim 0.22$. Poiché il mesone D viene ricostruito in uno stato finale a tre corpi, è necessaria un'analisi di Dalitz. Se definiamo infatti:

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_B &= \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+) ; \\
\mathcal{B}_D &= \mathcal{BR}(D^0 \rightarrow f) ; \\
\mathcal{A}_D e^{i\delta} &= \mathcal{A}(D^0 \rightarrow f) = \mathcal{A}(\overline{D}^0 \rightarrow \overline{f}) ; \\
\overline{\mathcal{A}}_D e^{i\bar{\delta}} &= \mathcal{A}(D^0 \rightarrow \overline{f}) = \mathcal{A}(\overline{D}^0 \rightarrow f) ; \\
r_{D^0 K^+} e^{i\gamma} &= \frac{\mathcal{A}(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}{\mathcal{A}(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+)} ; \\
r_D &= \sqrt{\frac{\int |\mathcal{A}_D|^2 dm}{\int |\overline{\mathcal{A}}_D|^2 dm}} ;
\end{aligned}$$

possiamo scrivere i rapporti di decadimento che intervengono nel calcolo di $R_{ADS} = \frac{\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \bar{f}K^+) + \mathcal{BR}(B^- \rightarrow fK^-)}{\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \bar{f}K^+) + \mathcal{BR}(B^- \rightarrow fK^-)}$ come integrali sul piano di Dalitz. Le ampiezze e le fasi sono infatti funzioni del punto in questo piano e dunque funzioni di m_{12}, m_{13} . Per semplicità indichiamo la dipendenza da m_{12}, m_{13} con m e il differenziale per gli integrali sul piano di Dalitz con $dm_{12} dm_{13} \equiv dm$. Si ottiene così:

$$\begin{aligned} \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \bar{f}K^+) &= \mathcal{B}_B \int |r_{D^0 K^+} e^{i\gamma} \mathcal{A}_D(m) e^{i\delta(m)} + \bar{\mathcal{A}}_D(m) e^{i\bar{\delta}(m)}|^2 dm = \\ &= \mathcal{B}_B \int [|r_{D^0 K^+} \mathcal{A}_D|^2 + |\bar{\mathcal{A}}_D|^2 + 2r_{D^0 K^+} \mathcal{A}_D \bar{\mathcal{A}}_D \cos(\bar{\delta} - \delta - \gamma)] dm = \\ &= \mathcal{B}_B \mathcal{B}_D \cdot [r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + \frac{2r_{D^0 K^+}}{\mathcal{B}_D} \int \mathcal{A}_D \bar{\mathcal{A}}_D (\cos \Delta \cos \gamma + \sin \Delta \sin \gamma) dm] = \\ &= \mathcal{B}_B \mathcal{B}_D \cdot [r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + 2r_{D^0 K^+} r_D (C \cos \gamma + S \sin \gamma)] ; \end{aligned}$$

dove $\Delta = \delta - \bar{\delta}$ e

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\mathcal{B}_D r_D} \int \mathcal{A}_D(m) \bar{\mathcal{A}}_D(m) \cos \Delta dm , \\ S &= \frac{1}{\mathcal{B}_D r_D} \int \mathcal{A}_D(m) \bar{\mathcal{A}}_D(m) \sin \Delta dm . \end{aligned}$$

Sostituendo i valori di r_D e $\mathcal{B}_D$ si ottiene:

$$\mathcal{B}_D r_D = \int |\mathcal{A}_D(m)|^2 dm \cdot \sqrt{\frac{\int |\bar{\mathcal{A}}_D(m)|^2 dm}{\int |\mathcal{A}_D(m)|^2 dm}} = \sqrt{\int |\bar{\mathcal{A}}_D(m)|^2 dm \cdot \int |\mathcal{A}_D(m)|^2 dm} ;$$

e, per C e S :

$$\begin{aligned} C &= \frac{\int \mathcal{A}_D(m) \bar{\mathcal{A}}_D(m) \cos \Delta dm}{\sqrt{\int |\bar{\mathcal{A}}_D(m)|^2 dm \cdot \int |\mathcal{A}_D(m)|^2 dm}} ; \\ S &= \frac{\int \mathcal{A}_D(m) \bar{\mathcal{A}}_D(m) \sin \Delta dm}{\sqrt{\int |\bar{\mathcal{A}}_D(m)|^2 dm \cdot \int |\mathcal{A}_D(m)|^2 dm}} . \end{aligned}$$

Dunque le espressioni per i quattro rapporti di decadimento che entrano nella definizione di R_{ADS} sono:

$$\begin{aligned} \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \bar{f}K^+) &= \mathcal{B}_B \mathcal{B}_D (r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + r_{D^0 K^+} r_D (C \cos \gamma + S \sin \gamma)) ; \\ \mathcal{BR}(B^- \rightarrow fK^-) &= \mathcal{B}_B \mathcal{B}_D (r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + r_{D^0 K^+} r_D (C \cos \gamma - S \sin \gamma)) ; \\ \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow fK^+) &\sim \mathcal{BR}(B^- \rightarrow \bar{f}K^-) \sim \mathcal{B}_B \mathcal{B}_D ; \end{aligned}$$

e dunque, per R_{ADS} , si ha:

$$\begin{aligned} R_{ADS} &= \frac{2\mathcal{B}_B \mathcal{B}_D (r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + 2r_{D^0 K^+} r_D C \cos \gamma + r_{D^0 K^+} r_D S \sin \gamma - r_{D^0 K^+} r_D S \sin \gamma)}{2\mathcal{B}_B \mathcal{B}_D} = \\ &= r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + 2r_{D^0 K^+} r_D C \cos \gamma . \end{aligned}$$

Consideriamo ancora l'espressione per C :

$$C = \frac{\int \mathcal{A}_D(m) \overline{\mathcal{A}}_D(m) \cos \Delta dm}{\sqrt{\int |\overline{\mathcal{A}}_D(m)|^2 dm \cdot \int |\mathcal{A}_D(m)|^2 dm}} .$$

Poiché

$$\begin{aligned} \int dmdm' [\mathcal{A}_D(m)^2 \overline{\mathcal{A}}_D(m')^2 - \mathcal{A}_D(m) \overline{\mathcal{A}}_D(m) \mathcal{A}_D(m') \overline{\mathcal{A}}_D(m')] = \\ = \frac{1}{2} \int dmdm' [\mathcal{A}_D(m) \overline{\mathcal{A}}_D(m') - \mathcal{A}_D(m') \overline{\mathcal{A}}_D(m)]^2 \geq 0 , \end{aligned}$$

si ha:

$$\begin{aligned} \int \mathcal{A}_D \overline{\mathcal{A}}_D \cos \Delta dm &\leq \int \mathcal{A}_D \overline{\mathcal{A}}_D dm \\ &\leq \sqrt{\int |\overline{\mathcal{A}}_D|^2 dm \cdot \int |\mathcal{A}_D|^2 dm} ; \end{aligned}$$

e dunque $C \leq 1$ e :

$$\begin{aligned} R_{ADS} &= r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + 2r_{D^0 K^+} r_D C \cos \gamma \\ &\leq r_{D^0 K^+}^2 + r_D^2 + 2r_{D^0 K^+} r_D \cos \gamma . \end{aligned} \quad (2.2)$$

Essendo il rapporto r_D noto [11]:

$$r_D = \frac{\mathcal{A}(D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \pi^0)}{\mathcal{A}(D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0)} = 0.0656 \pm 0.0084 .$$

2.5 Stato attuale delle misure

Sia BABAR che *Belle* (un analogo esperimento di fisica dei B , sito alla B -factory giapponese KEK II) hanno svolto varie misure in questi canali (e nei canali analoghi $B^\pm \rightarrow D^{0*} K^\pm$ e $B^\pm \rightarrow D^0 K^{\pm*}$) utilizzando i tre diversi metodi sopra elencati. Queste misure si traducono in distribuzioni per le grandezze coinvolte: $r_{D^0 K^+}$, $r_{D^{0*} K^+}$, $r_{D^0 K^{+*}}$ e γ e dunque in vincoli sul piano $\overline{\rho} - \overline{\eta}$.

Come visto nel paragrafo 1.1.2, si può prevedere, sulla base dell'analisi standard del *Triangolo Unitario*, un intervallo entro cui il valore di γ deve essere compreso con una data probabilità. Il confronto tra questa stima indiretta e i valori ottenuti dalle diverse misure dirette è ²:

$$\begin{aligned} \gamma[^\circ] &= 60.3 \pm 6.8 \quad ([47.0, 74.2] \text{ at } 95\%) && \text{indiretta ;} \\ \gamma[^\circ] &= \begin{cases} 59.1 \pm 16.7 & \cup & -120.3 \pm 17.2 \\ ([24.7, 97.9] & \cup & [-155.4, -82.7] \text{ at } 95\%) \end{cases} && \text{diretta - } D^{(*)} K^{(*)} ; \end{aligned}$$

²Tutti i risultati mostrati in questa sezione sono stati ottenuti dalla collaborazione **Ufit** [15]

dove i due intervalli nella determinazione diretta sono dovuti alla ambiguità discreta del metodo di Dalitz, che domina questa determinazione di γ . Dall'analisi combinata delle diverse misure, si ottengono i risultati per i vari rapporti tra ampiezze:

$$r_{D^0 K^+} = 0.10 \pm 0.04 \text{ } ([0.03, 0.17] \text{ at } 95\% \text{ C.L.}) ; \quad (2.3)$$

$$r_{D^{0*} K^+} = 0.09 \pm 0.04 \text{ } ([0.01, 0.18] \text{ at } 95\% \text{ C.L.}) ; \quad (2.4)$$

$$r_{D^0 K^{*+}} = 0.32 \pm 0.21 \text{ } ([0.02, 0.74] \text{ at } 95\% \text{ C.L.}) .$$

Il valore indicato per R_{ADS} dalle analisi sperimentali svolte finora (per i decadimenti $B \rightarrow [K\pi]_D K$) è:

$$R_{ADS} = 0.013^{+0.011}_{-0.009} \text{ dalle analisi svolte in BABAR [25];} \quad (2.5)$$

$$R_{ADS} = 0.017 \pm 0.009 \text{ media mondiale [26].}$$

Di seguito sono mostrate le *pdf* ottenute per i parametri $r_{D^0 K^+}$ (figura 2.5), $r_{D^{0*} K^+}$ (2.6), $r_{D^0 K^{*+}}$ (figura 2.7) e γ (figura 2.8). Le misure di γ utilizzano solo processi che

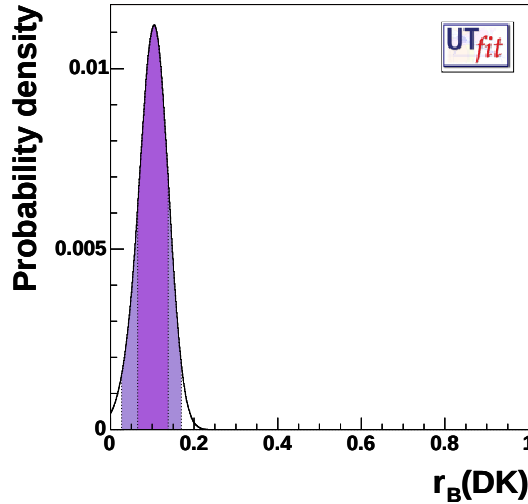


Figura 2.5: Distribuzione per $r_{D^0 K^+}$ ottenuta dalle varie misure dei canali $B \rightarrow D^0 K$ con i metodi GLW, ADS e Dalitz.

(come spiegato nel paragrafo 3.3) sono descritti da diagrammi ad *albero*, ovvero in cui non intervengono diagrammi con *loop*. Nell'ipotesi di *Nuova Fisica (NP)*, ovvero nel caso in cui vi siano particelle e interazioni non ancora scoperte e che non sono descritte dal Modello Standard, ci si aspetta in generale che i contributi di queste nuove particelle

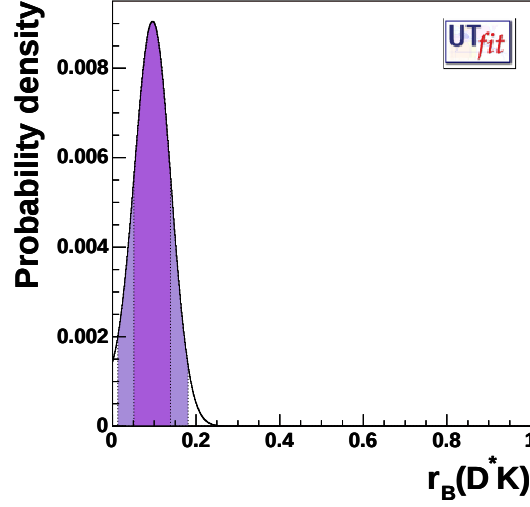


Figura 2.6: Distribuzione per $r_{D^{0*}K^+}$ ottenuta dalle varie misure dei canali $B \rightarrow D^0 K$ con i metodi GLW, ADS e Dalitz.

[h]

possano avvenire nei *loop*. I vincoli imposti dalle misure di processi ad *albero* sono quindi condizioni che ogni modello di *NP* deve soddisfare e ne verificano quindi la consistenza. Il vincolo imposto dalla misura di γ , combinato ad esempio con quello dovuto alla misura di $|V_{ub}|/|V_{cb}|$, seleziona una regione nel piano $(\bar{\rho} - \bar{\eta})$ di cui ogni modello di *NP* deve render conto. Questa regione è mostrata in figura 2.9 e i vincoli su $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$ sono:

$$\bar{\rho} = \pm(0.21 \pm 0.10) \quad ; \quad \bar{\eta} = \pm(0.36 \pm 0.06) \quad .$$

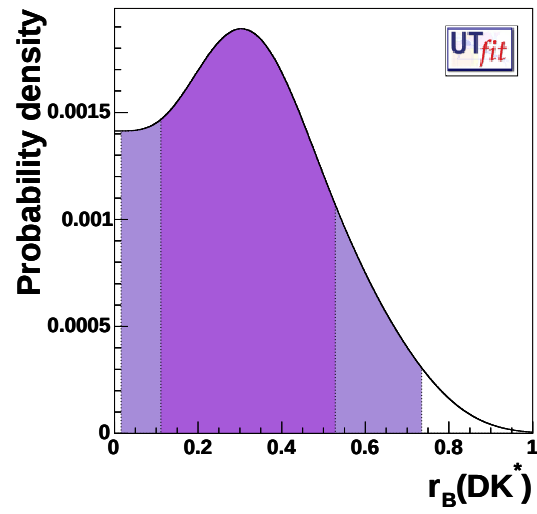


Figura 2.7: Distribuzione per $r_{D^0 K^{*+}}$ ottenuta dalle varie misure dei canali $B \rightarrow D^0 K$ con i metodi GLW, ADS e Dalitz.

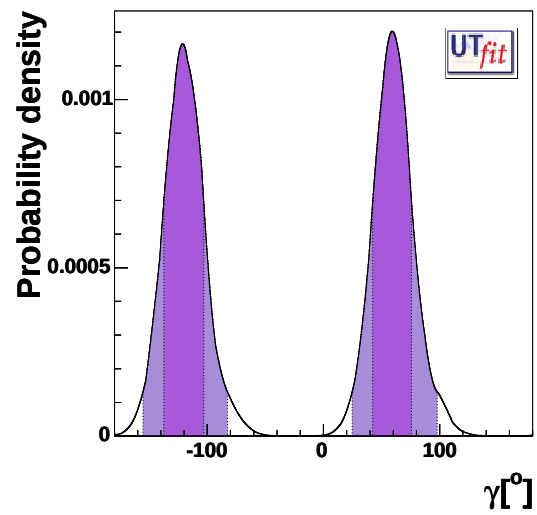


Figura 2.8: Distribuzione per γ ottenuta dalle varie misure dei canali $B \rightarrow D^0 K$ con i metodi GLW, ADS e Dalitz.

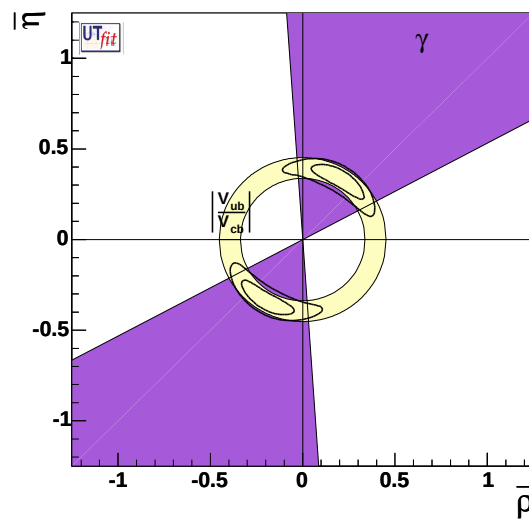


Figura 2.9: Regione del piano $(\bar{\rho} - \bar{\eta})$ (al 68% e 95% di probabilità) selezionata in seguito alle misure di γ e $|V_{ub}|/|V_{cb}|$.

Capitolo 3

Fenomenologia dei decadimenti

$$B \rightarrow DK, B \rightarrow D\pi$$

3.1 OPE e Hamiltoniana efficace

Nell'ambito del Modello Standard, si possono descrivere i decadimenti a due corpi non leptonic del mesone B tramite la *Operator Product Expansion* (**OPE**) e le tecniche del gruppo di rinormalizzazione [14]. In questo formalismo si può esprimere il decadimento del mesone B in uno stato finale f tramite una Hamiltoniana efficace H_{eff} e scrivere l'ampiezza di decadimento come:

$$\begin{aligned} A(B \rightarrow f) &= \langle f | H_{eff} | B \rangle = \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cdot \sum_i V_i^{CKM} C_i(\mu) \langle f | Q_i(\mu) | B \rangle \end{aligned}$$

dove Q_i sono degli operatori locali che descrivono il decadimento (tutti quelli che hanno i numeri quantici adatti a descrivere la transizione tra gli stati in questione). Il prodotto dei fattori CKM V_i^{CKM} e dei coefficienti di Wilson $C_i(\mu)$ indica con quale peso gli operatori contribuiscono all'Hamiltoniana. G_F è la costante di Fermi, espressa dalla relazione $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W}{8 \cdot M_W^2}$ e il cui valore è $G_F = 1.16639(9) \cdot 10^{-5} GeV^{-2}$. La scala μ separa i contributi di *corta distanza* (contributi che avvengono a scale di energia più alta di μ), contenuti nei coefficienti di Wilson $C_i(\mu)$ da quelli di *lunga distanza* (relativi a scale di energia più bassa di μ), descritti dagli elementi di matrice adronici $\langle f | Q_i(\mu) | B \rangle$. La scala μ è in genere scelta dell'ordine della massa del quark b ($\mu = 4.3 \frac{GeV}{c^2}$), ma il suo valore è arbitrario. La dipendenza dei coefficienti di Wilson da tale scala e dallo schema di rinormalizzazione deve essere tale da cancellare la dipendenza degli elementi di matrice adronici in modo che l'ampiezza fisica sia indipendente da questa scelta (questa cancellazione è limitata dall'ordine

a cui sono calcolati i coefficienti di Wilson in teoria delle perturbazioni). Nei coefficienti di Wilson sono contenuti i contributi del quark top e dei bosoni W e Z ($m_t \sim 170\text{GeV}/c^2$, $M_{W^\pm} \sim 80\text{GeV}/c^2$, $M_{Z^0} \sim 90\text{GeV}/c^2$). Per i decadimenti che ci interessano ($B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$), entrano in gioco solo otto contributi e si può scrivere l'Hamiltoniana efficace come:

$$\begin{aligned} H_{eff} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cdot \{ V_{ub}^* V_{cs} \cdot [C_1(\mu) Q_1^{scu}(\mu) + \\ & + C_2(\mu) Q_2^{scu}(\mu)] + V_{cb}^* V_{us} \cdot [C_1(\mu) Q_1^{suc}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{suc}(\mu)] + \\ & + V_{ub}^* V_{cd} \cdot [C_1(\mu) Q_1^{dcu}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{dcu}(\mu)] + \\ & + V_{cb}^* V_{ud} \cdot [C_1(\mu) Q_1^{duc}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{duc}(\mu)] \} \end{aligned}$$

Dove gli operatori Q_1 e Q_2 (*operatori corrente-corrente*) sono:

$$\begin{aligned} Q_1^{d_i u_j u_k} &= (\bar{b} u_k)_{V-A} (\bar{u}_i d_i)_{V-A} \\ Q_2^{d_i u_j u_k} &= (\bar{b} d_i)_{V-A} (\bar{u}_j u_k)_{V-A} \end{aligned}$$

I coefficienti di Wilson possono essere calcolati con tecniche perturbative, mentre sulle tecniche da usare per il calcolo degli elementi di matrice non esiste al momento un generale consenso della comunità teorica e vari approcci sono stati proposti.

Nel caso degli *operatori corrente-corrente*, le due correnti non sono mai costituite da contrazioni $q\bar{q}$ di due quark dello stesso sapore. Operatori di questo tipo (detti operatori *a pinguino*) esistono nella teoria, ma non intervengono nei decadimenti $B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$ in cui i quattro quark nello stato finale hanno diverso sapore.

3.2 Fattorizzazione

La fattorizzazione si propone di calcolare gli elementi di matrice adronici come prodotto degli elementi di matrice delle correnti deboli, espressi in termini di fattori di forma e costanti di decadimento dei mesoni coinvolti. Ad esempio l'elemento di matrice:

$$\langle D^- K^+ | (\bar{b} c)_{V-A} (\bar{u} s)_{V-A} | B^0 \rangle$$

può essere espresso in fattorizzazione come:

$$\langle D^- K^+ | (\bar{b} c)_{V-A} (\bar{u} s)_{V-A} | B^0 \rangle = \langle D^- | (\bar{b} c)_{V-A} | B^0 \rangle \cdot \langle K^+ | (\bar{u} s)_{V-A} | 0 \rangle$$

ovvero il processo fisico viene descritto dalla composizione di due sottoprocessi: il mesone B che decade in un mesone D (processo descritto dal fattore di forma $F^{B \rightarrow D}$) e il kaone che viene creato dal vuoto (descritto dalla costante di decadimento del kaone f_K). Un'idea intuitiva dell'ipotesi di fattorizzazione si può ottenere seguendo l'argomento (detto della trasparenza di colore) enunciato per la prima volta da Bjorken [27] alla fine degli anni '80. Si definisce mesone emesso quello a cui non appartiene il quark spettatore nel decadimento del B . Nell'ipotesi in cui questo mesone sia prodotto con un grande impulso, i due quark che lo compongono (che hanno carica di colore opposta) avranno impulso elevato lungo la direzione di volo del mesone e relativamente ridotto nella direzione trasversa. Lo scambio di gluoni soffici con altre linee fermioniche è quindi soppresso in quanto il gluone non riesce a risolvere i due quark come due oggetti distinti all'interno del mesone, che appare come un singoletto di colore. In quest'ottica si può considerare, in prima approssimazione, la formazione del mesone emesso come un sottoprocesso indipendente dal resto. Questo argomento è valido nell'ipotesi in cui il mesone emesso sia creato con grande impulso, è quindi plausibile per decadimenti in cui l'emesso sia un mesone leggero e, già nei casi in cui questo sia un mesone D , esso perde di validità. Anche nel caso di mesone emesso leggero tuttavia, la fattorizzazione spesso non è in grado di tenere in conto tutti i contributi all'ampiezza presenti ed è considerata generalmente un'approccio insufficiente anche se molto utile come prima approssimazione (si veda, ad esempio, [28, 29]).

3.3 Classificazione dei diagrammi

Un altro approccio ai decadimenti non leptonici del mesone B è l'approccio diagrammatico [2], in cui le ampiezze sono scritte come somme di vari contributi dovuti alle diverse topologie che scaturiscono da tutte le possibili contrazioni di Wick tra stato iniziale e finale degli operatori che appaiono nell'Hamiltoniana efficace. Seguendo l'approccio presentato in [2, 29], è possibile esprimere le ampiezze per i decadimenti a due corpi del mesone B in termini di un insieme di parametri che sono indipendenti dalla scala e dallo schema di rinormalizzazione. Questi parametri sono opportune combinazioni lineari di contrazioni di Wick di operatori con i relativi coefficienti di Wilson. Qui sono presentate esclusivamente le topologie di emissione e annichilazione, in quanto sono le uniche a intervenire nei decadimenti $B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$. Le topologie di emissione rilevanti sono: la *Emissione Disconnessa* (**DE** vedi figura) e la *Emissione Connessa* (**CE** vedi figura). Le topologie

di annichilazione che ci interessano sono la *Annichilazione Disconnessa* (**DA** vedi figura) e la *Annichilazione Connessa* (**CA** vedi figura). Si costruiscono [2] i seguenti parametri

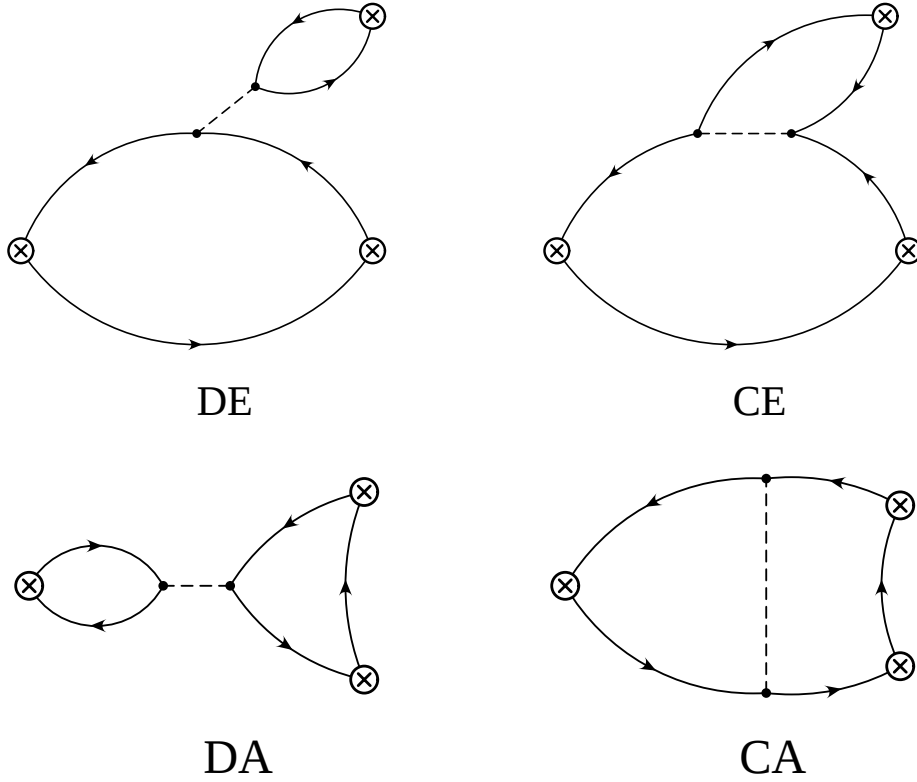


Figura 3.1: Diagrammi generati dalle contrazioni degli operatori dell'Hamiltoniana efficace.

di emissione:

$$E_1 = C_1 \langle Q_1 \rangle_{DE} + C_2 \langle Q_2 \rangle_{CE} ;$$

$$E_2 = C_1 \langle Q_1 \rangle_{CE} + C_2 \langle Q_2 \rangle_{DE} ;$$

e di annichilazione:

$$A_1 = C_1 \langle Q_1 \rangle_{DA} + C_2 \langle Q_2 \rangle_{CA} ;$$

$$A_2 = C_1 \langle Q_1 \rangle_{CA} + C_2 \langle Q_2 \rangle_{DA} .$$

Dove con $\langle Q_1 \rangle_{DE}$ si intende l'inserzione dell'operatore Q_1 all'interno della topologia **DE**. Al fine di rendere più esplicito il legame con le topologie (mostrate in figura 3.1) si può scrivere:

$$E_1(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) = C_1 DE(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) + C_2 CE(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) ;$$

$$\begin{aligned}
 E_2(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) &= C_1 C E(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) + C_2 D E(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) ; \\
 A_1(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) &= C_1 D A(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) + C_2 C A(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) ; \\
 A_2(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) &= C_1 C A(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) + C_2 D A(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) .
 \end{aligned}$$

Come spiegato nel paragrafo 3.1, nell'hamiltoniana per i decadimenti $B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$ non appaiono operatori *a pinguino* e dunque non intervengono diagrammi in cui siano presenti *loop* in cui possono circolare i quark di vario sapore (tra cui ad esempio il quark top che, alla scala considerata, non può intervenire come particella reale). Si dice dunque che questi decadimenti avvengono tramite diagrammi ad *albero* (cioè non ricevono contributi da diagrammi con *loop*). I coefficienti di Wilson corrispondenti agli operatori *a pinguino* sono in generale più piccoli di almeno un ordine di grandezza rispetto a quelli relativi a Q_1 e Q_2 , dunque nei casi in cui siano presenti entrambi i contributi, quelli dovuti a diagrammi ad *albero* sono dominanti.

3.4 Ampiezze di decadimento per i canali $B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$

Possiamo dunque esprimere le ampiezze per i decadimenti che ci interessano in termini di questi parametri come segue:

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow D\pi$, proporzionali a $V_{ud} V_{cb}^*$:

$$A(B^0 \rightarrow D^- \pi^+) = E_1(l, l, c, \pi, D) + A_2(c, l, l, D, \pi) ; \quad (3.1)$$

$$A(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 \pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} (E_2(c, l, l, D, \pi) - A_2(c, l, l, D, \pi)) ; \quad (3.2)$$

$$A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 \pi^+) = E_1(l, l, c, \pi, D) + E_2(c, l, l, D, \pi) .$$

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow D\pi$, proporzionali a $V_{cd} V_{ub}^*$:

$$A(B^+ \rightarrow D^0 \pi^+) = -E_2(l, c, l, D, \pi) - A_1(l, l, c, \pi, D) ; \quad (3.3)$$

$$A(B^+ \rightarrow D^+ \pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-E_1(l, c, l, D, \pi) + A_1(l, l, c, \pi, D)) ; \quad (3.4)$$

$$A(B^0 \rightarrow D^+ \pi^-) = -E_1(l, c, l, D, \pi) - A_2(l, l, c, \pi, D) ;$$

$$A(B^0 \rightarrow D^0 \pi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-E_2(l, c, l, D, \pi) + A_2(l, l, c, \pi, D)) .$$

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow D_s \pi$, proporzionali a $V_{cs} V_{ub}^*$:

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow D_s^+ \pi^0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_1(s, c, l, D, \pi); \\ A(B^0 \rightarrow D_s^+ \pi^-) &= E_1(s, c, l, D, \pi). \end{aligned} \quad (3.5)$$

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow DK$, proporzionali a $V_{us} V_{cb}^*$:

$$A(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+) = E_1(s, l, c, K, D) + E_2(c, l, s, D, K); \quad (3.6)$$

$$A(B^0 \rightarrow D^- K^+) = E_1(s, l, c, K, D); \quad (3.7)$$

$$A(B^0 \rightarrow \overline{D^0} K^0) = E_2(c, l, s, D, K).$$

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow DK$, proporzionali a $V_{cs} V_{ub}^*$:

$$A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) = E_2(l, c, s, D, K) + A_1(s, l, c, K, D); \quad (3.8)$$

$$A(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = A_1(s, l, c, K, D); \quad (3.9)$$

$$A(B^0 \rightarrow D^0 K^0) = E_2(l, c, s, D, K).$$

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow D_s K$, proporzionali a $V_{ud} V_{cb}^*$:

$$A(B^0 \rightarrow D_s^- K^+) = A_2(c, s, l, D, K). \quad (3.10)$$

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow D_s K$, proporzionali a $V_{cd} V_{ub}^*$:

$$A(B^{+0} \rightarrow D_s^+ K^-) = A_2(l, s, c, K, D). \quad (3.11)$$

- Ampiezze di decadimento per i modi $B \rightarrow D_s K$, proporzionali a $V_{cd} V_{ub}^*$:

$$A(B^+ \rightarrow D_s^+ \overline{K^0}) = A_1(l, s, c, K, D). \quad (3.12)$$

Si possono esprimere i rapporti di decadimento in termini di queste ampiezze tenendo conto dello spazio delle fasi. Ad esempio, per un generico decadimento $B \rightarrow DK$

$$\mathcal{BR}(B \rightarrow DK) = \frac{\Gamma}{\Gamma_{tot}} = |A(B \rightarrow DK)|^2 \frac{1}{8\pi M_B^2} \frac{\tau(B)}{\hbar} \quad (3.13)$$

$$\frac{\sqrt{(M_B^2 - (M_D + M_K)^2)(M_B^2 - (M_D - M_K)^2)}}{2M_B}. \quad (3.14)$$

I valori di questi parametri si possono mettere in relazione per decadimenti diversi usando, ad esempio, le simmetrie $SU(2)$ e $SU(3)$.

Capitolo 4

Analisi fenomenologica

Il fatto che le ampiezze per i canali di decadimento $B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$ si possano scrivere in termini di alcuni parametri comuni permette studi fenomenologici combinati di questi decadimenti. Infatti, sfruttando le misure disponibili, si possono valutare questi parametri in modo da fare delle previsioni su quantità non direttamente misurate.

4.1 Previsioni per il rapporto $r_{D^0 K^0}$

Ad esempio si possono esprimere le ampiezze di decadimento per i decadimenti del B in D neutro - K neutro e in D neutro - K carico in termini di quattro parametri.

Infatti, per le ampiezze dei decadimenti del B in un mesone D neutro e un kaone carico, si può scrivere:

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+) &= T + C ; \\ A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) &= \overline{C} + A ; \end{aligned}$$

dove T sta per “contributo albero” (dall’inglese *tree*) , A per “annichilazione” , C e $\overline{C}$ indicano i contributi “soppressi di colore” e si ha:

$$\begin{aligned} T &= V_{us} V_{cb}^* E_1(s, l, c, K, D) ; \\ A &= V_{cs} V_{ub}^* A_1(s, l, c, K, D) ; \\ C &= V_{us} V_{cb}^* E_2(c, l, s, D, K) ; \\ \overline{C} &= V_{cs} V_{ub}^* E_2(l, c, s, D, K) . \end{aligned}$$

I parametri E_1 , E_2 e A_1 , come detto, sono indipendenti dalla scala e dallo schema di

rinormalizzazione. Richiamiamo la definizione del rapporto $r_{D^0 K^+}$:

$$r_{D^0 K^+} = \frac{|A(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+)|}{|A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)|}.$$

Allo stesso modo, per i decadimenti del B in un mesone D neutro e un kaone neutro, scriviamo le ampiezze in termini degli stessi parametri:

$$\begin{aligned} A(B^0 \rightarrow \overline{D^0} K^0) &= C; \\ A(B^0 \rightarrow D^0 K^0) &= \overline{C}; \end{aligned}$$

e si definisce il rapporto:

$$r_{D^0 K^0} = \frac{|A(B^0 \rightarrow \overline{D^0} K^0)|}{|A(B^0 \rightarrow D^0 K^0)|}.$$

Il valore del parametro C può essere estratto dalla misura del rapporto di decadimento $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^0)$ e, scrivendo i due rapporti tra ampiezze in termini dei parametri definiti:

$$\begin{aligned} r_{D^0 K^+} &= \frac{|\overline{C} + A|}{|T + C|}; \\ r_{D^0 K^0} &= \frac{|\overline{C}|}{|C|}; \end{aligned}$$

si ottiene per $\overline{C}$ l'equazione:

$$|\overline{C}| = -A \cos \delta \pm \sqrt{A^2(\cos^2 \delta - 1) + r_{D^0 K^+}^2 \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+)}, \quad (4.1)$$

in cui il termine di spazio delle fasi si cancella e δ è la fase forte relativa tra $\overline{C}$ e A nell'ampiezza di decadimento $A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)$. Esistono due possibili soluzioni per $|\overline{C}|$ (per definizione reale e positivo).

$$\begin{aligned} C_+ &= -A \cos \delta + \sqrt{A^2(\cos^2 \delta - 1) + r_{D^0 K^+}^2 \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}; \\ C_- &= -A \cos \delta - \sqrt{A^2(\cos^2 \delta - 1) + r_{D^0 K^+}^2 \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}; \end{aligned}$$

che differiscono per:

$$C_+ - C_- = 2 \cdot \sqrt{A^2(\cos^2 \delta - 1) + r_{D^0 K^+}^2 \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^0 K^+)}.$$

La soluzione C_+ è sempre accettabile, mentre C_- lo è se $\cos(\delta) < 0$ e se è verificata la seguente condizione:

$$A |\cos \delta| - \sqrt{A^2(\cos^2 \delta - 1) + r_{D^0 K^+}^2 \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+)} > 0 \quad \text{ovvero}$$

$$A^2 \cos^2 \delta > A^2 (\cos^2 \delta - 1) + r_{D^0 K^+}^2 \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+) \quad \text{ovvero}$$

$$A^2 > r_{D^0 K^+}^2 \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+) = \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^0 K^+) .$$

Questa doppia soluzione per $|\overline{C}|$ si traduce in una ambiguità nella determinazione di $r_{D^0 K^0}$. Utilizziamo le misure sperimentali disponibili ([11, 30]):

$$\begin{aligned} \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+) &= (3.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-4} ; \\ \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^0) &= (5.0 \pm 1.4) \cdot 10^{-5} ; \\ \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) &= (-2.8_{-5.6}^{+6.1}) 10^{-6} \quad (< 5.0 \cdot 10^{-6} \text{ (al 90\% probabilità).}) ; \end{aligned} \tag{4.2}$$

e la media ottenuta per il rapporto tra ampiezze $r_{D^0 K^+}$ dalla collaborazione **Ufit** [15]:

$$r_{D^0 K^+} = 0.100 \pm 0.036 \quad (\text{al 68\% di probabilità}).$$

Il rapporto di decadimento $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$ è preso in considerazione in quanto esso ci permette di determinare il parametro di annichilazione A . Infatti questo decadimento è un processo di pura annichilazione e la sua ampiezza si scrive:

$$A(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = A .$$

La misura di questa ampiezza riportata in 4.2 è un limite superiore in quanto la *pdf* ottenuta dall'analisi sperimentale per $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$ è consistente con zero (il limite mostrato si riferisce all'intervallo in cui il valore di $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$ deve essere compreso con il 90% di probabilità). In questo studio per il parametro di annichilazione si utilizza la *pdf* ottenuta sperimentalmente per $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$ (mostrata in figura 4.1), sfruttando così tutta l'informazione disponibile.

Con questi valori (che sono le attuali misure sperimentali, ottenute con una statistica di 205 fb^{-1}) si ha ambiguità nella determinazione di $\overline{C}$ nel 10.3% dei casi.

In generale, come si vede dall'espressione per $\overline{C}$ (4.1), c'è una sorgente di indeterminazione intrinseca in questo metodo, dovuta al fatto che non conosciamo il valore di $\cos \delta$. Una parte dell'errore sulla determinazione di $r_{D^0 K^0}$ è quindi dovuta a questo ed è tanto più grande quanto più è grande il valore dell'annichilazione. Di seguito sono mostrati l'andamento di $\cos \delta$ in funzione del rapporto $r_{D^0 K^0}$ e la distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ per i casi in cui non esiste (figura 4.2) ed è presente (figura 4.3) ambiguità .

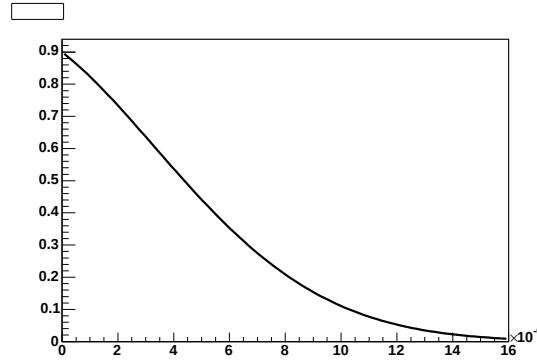


Figura 4.1: Distribuzione di probabilità per $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$.

La distribuzione bidimensionale di $\cos\delta$ in funzione del rapporto $r_{D^0 K^0}$ è una informazione che possiamo trarre da questo modello indipendentemente dalle assunzioni fatte a priori sulla distribuzione della fase forte.

Per ottenere invece la distribuzione di $r_{D^0 K^0}$, è stata fatta una ipotesi sulla distribuzione della fase forte: si è considerata la distribuzione di $\cos\delta$ uniforme tra -1 e 1 ¹. La

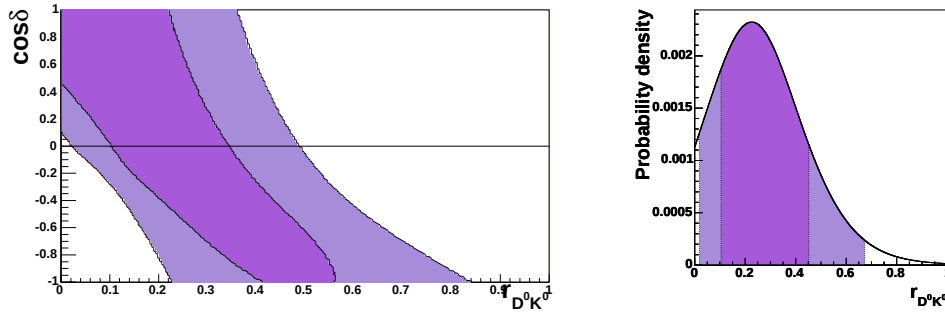


Figura 4.2: Distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ e distribuzione di $r_{D^0 K^0}$. Qui è mostrata la soluzione C_+ in caso di **non ambiguità** per 250 fb^{-1} .

soluzione C_+ indica in genere un valore di $r_{D^0 K^0} \sim 0.3$, mentre C_- (presente solo nel 10.3 % dei casi) un valore vicino a zero.

Una scelta possibile nel caso di ambiguità è quella di accettare entrambe le soluzioni C_+ e C_- . In figura 4.4 sono mostrate insieme la soluzione C_+ per il caso di non ambiguità ed entrambe le soluzioni nel caso di ambiguità. Per tutte queste soluzioni insieme sono

¹Se si ripete lo stesso esercizio assumendo una distribuzione piatta per δ (tra 0 e 2π), la *pdf* in uscita per $r_{D^0 K^0}$ rimane invariata, questa è una indicazione che non c'è grande dipendenza dalle assunzioni fatte per la distribuzione fase forte.

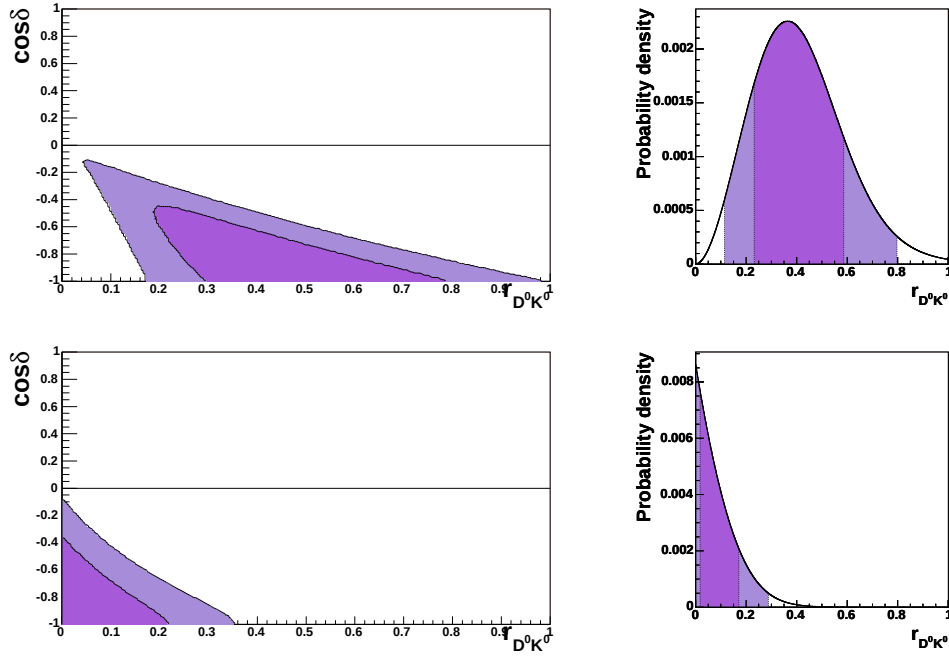


Figura 4.3: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (sinistra) e distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (destra). Qui sono mostrate le soluzioni C_+ (in alto) e C_- (in basso) in caso di **ambiguità** (**10.3%**) per 250 fb^{-1} .

mostrate la distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ e la distribuzione di $r_{D^0 K^0}$. È inoltre mostrata la distribuzione del rapporto tra i due rapporti di ampiezze

$$\frac{r_{D^0 K^0}}{r_{D^0 K^+}}.$$

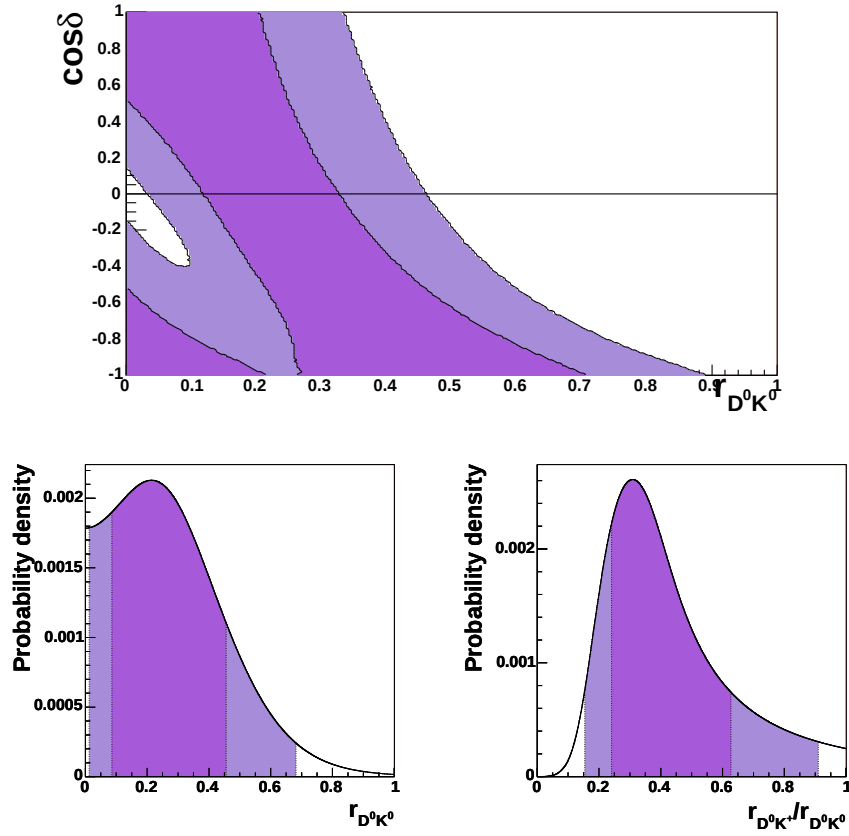


Figura 4.4: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (in alto), distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (in basso a sinistra) e distribuzione di $\frac{r_{D^0 K^0}}{r_{D^0 K^+}}$ per **tutte le soluzioni insieme** per 250 fb^{-1} (in basso a sinistra).

In questa configurazione si ottiene per $r_{D^0 K^0}$:

$$r_{D^0 K^0} = 0.27 \pm 0.18 \text{ (al 68\% probabilità),}$$

dove, dell'errore su $r_{D^0 K^0}$, un contributo di circa 0.08 è dovuto all'errore su $r_{D^0 K^+}$ e 0.16 alle altre indeterminazioni (tra cui quella dominante è dovuta alla fase forte). Per $\frac{r_{D^0 K^0}}{r_{D^0 K^+}}$ si ottiene:

$$\frac{r_{D^0 K^+}}{r_{D^0 K^0}} = 0.43 \pm 0.19 \text{ (al 68\% probabilità).}$$

Questi sono i risultati che si ottengono con le misure disponibili con l'attuale statistica (250 fb^{-1}). La stessa analisi è stata ripetuta nel caso di (500 fb^{-1}) nell'ipotesi in cui gli errori sulle misure sperimentali scalino come $1/\sqrt{N}$. Dalla misura sperimentale di $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$, si ottiene una *pdf* che restituisce per $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$ un valore consistente con zero. Se si estrapolano gli errori sulle attuali misure sperimentali a una statistica di 500 fb^{-1} , si cade nell'ambiguità nel 7.2% dei casi. Per questa configurazione sono mostrate, nelle figure 4.5, 4.6 e 4.7, le stesse distribuzioni presenti nelle figure 4.2, 4.3 e 4.4.

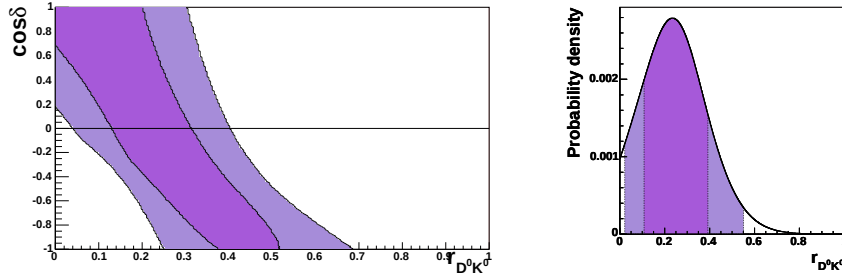


Figura 4.5: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (sinistra) e distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (destra). Qui è mostrata la soluzione C_+ in caso di **non ambiguità** per 500 fb^{-1} .

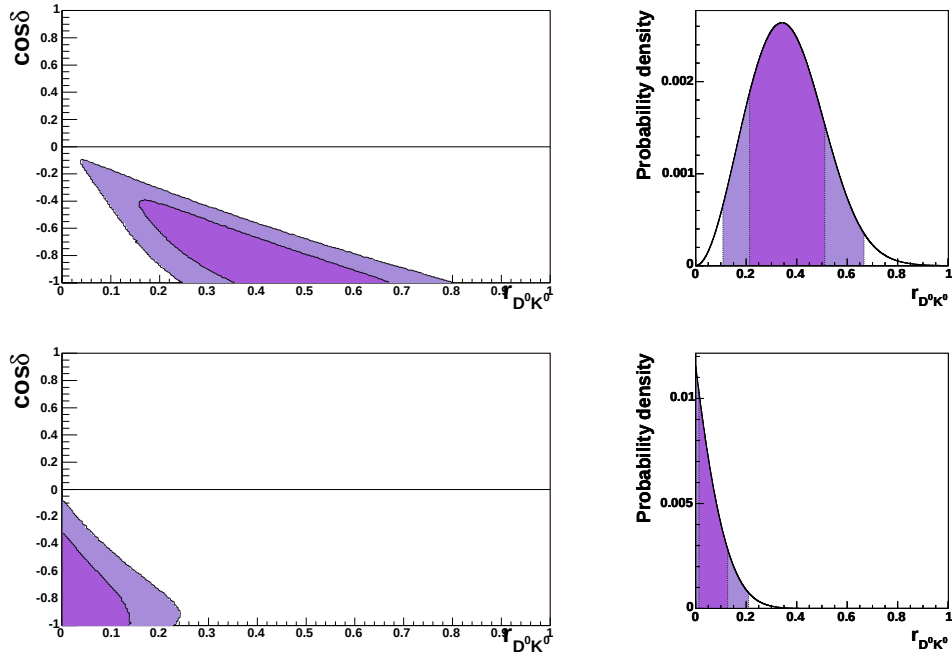


Figura 4.6: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (sinistra) e distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (destra). Qui sono mostrate le soluzioni C_+ (in alto) e C_- (in basso) in caso di **ambiguità** (7.2%) per 500 fb^{-1} .

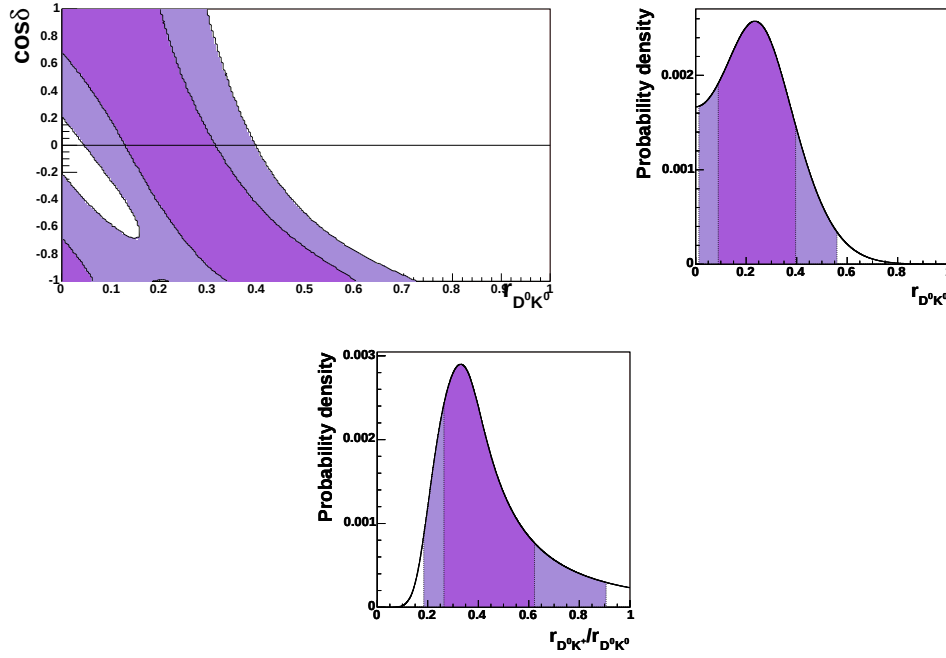


Figura 4.7: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (in alto a sinistra), distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (in alto a destra) e distribuzione di $\frac{r_{D^0 K^0}}{r_{D^0 K^+}}$ (in basso) per **tutte le soluzioni insieme** per 500 fb^{-1} .

Considerando anche in questo caso (500 fb^{-1}) entrambe le soluzioni, si ottiene per $r_{D^0 K^0}$:

$$r_{D^0 K^0} = 0.24 \pm 0.15 \quad (\text{al } 68\% \text{ probabilità}).$$

Dove, dell'errore su $r_{D^0 K^0}$, un contributo di circa 0.07 è dovuto all'errore su $r_{D^0 K^+}$ e 0.13 alle altre indeterminazioni (tra cui quella dominante è dovuta alla fase forte).

$$\frac{r_{D^0 K^+}}{r_{D^0 K^0}} = 0.44 \pm 0.18 \quad (\text{al } 68\% \text{ probabilità}).$$

In un recente studio fenomenologico [31] viene previsto un valore per il $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$ ($\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = (5.0 \pm 5.0) \cdot 10^{-7}$). Lo stesso esercizio è stato dunque svolto prendendo in considerazione questo valore per il rapporto di decadimento e i valori sperimentali attuali per tutte le altre quantità, si ha ambiguità nel 1.3% dei casi.

Per questa configurazione sono mostrate, nelle figure 4.8, 4.9 e 4.10, le stesse distribuzioni presenti nelle figure 4.2, 4.3 e 4.4.

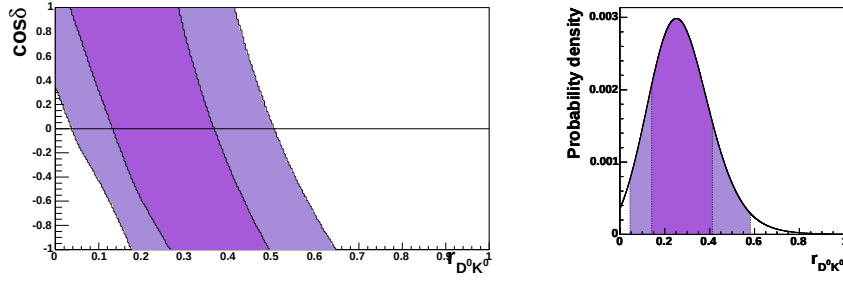


Figura 4.8: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (sinistra) e distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (destra). Qui è mostrata la soluzione C_+ in caso di **non ambiguità** per 250 fb^{-1} (e con $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = (5.0 \pm 5.0) \cdot 10^{-7}$).

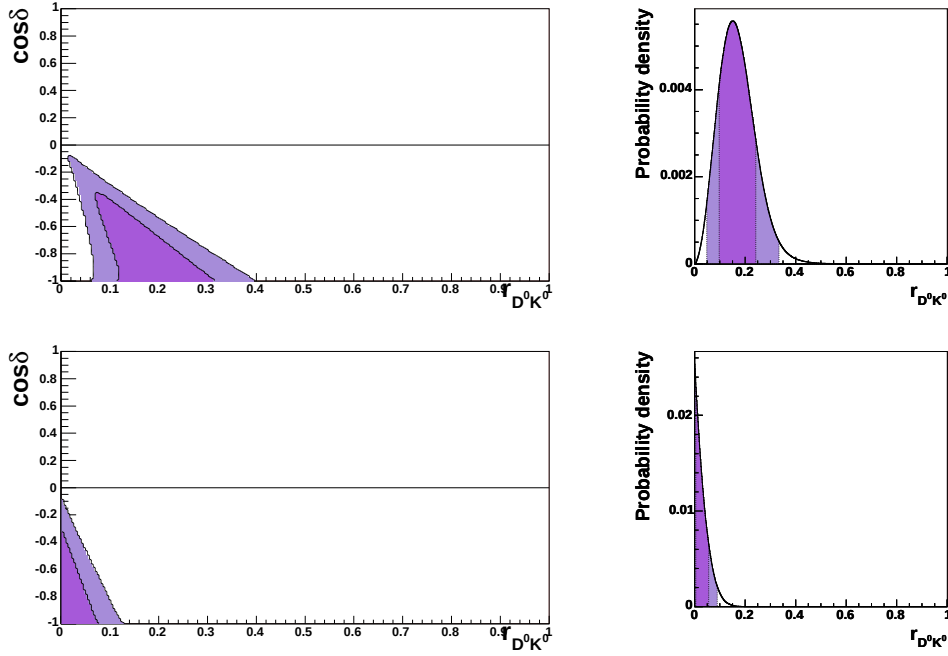


Figura 4.9: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (sinistra) e distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (destra). Qui sono mostrate le soluzioni C_+ (in alto) e C_- (in basso) in caso di **ambiguità (1.3%)** per 250 fb^{-1} (e con $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = (5.0 \pm 5.0) \cdot 10^{-7}$).

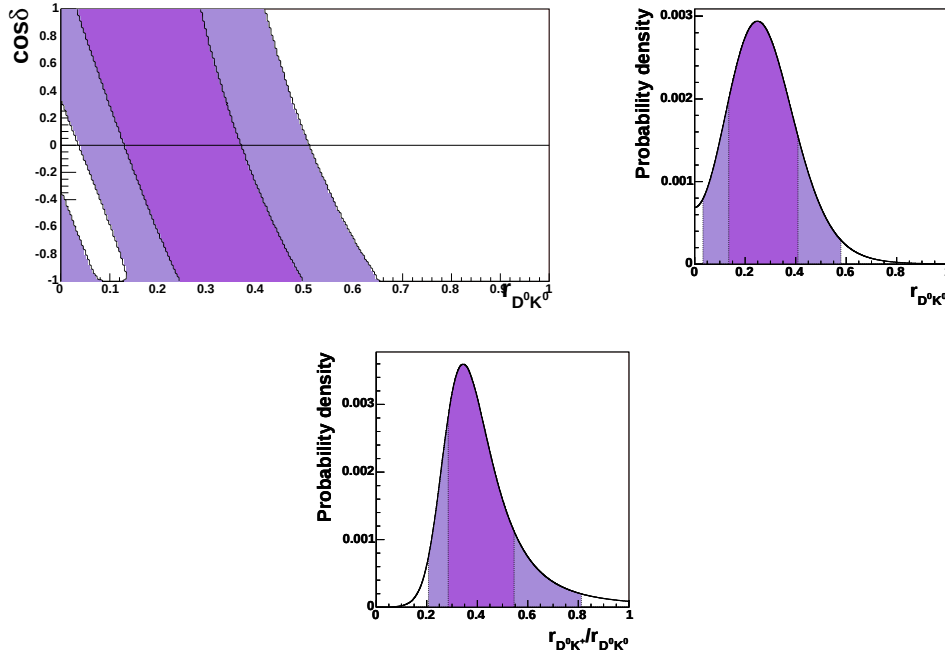


Figura 4.10: distribuzione del coseno della fase forte in funzione di $r_{D^0 K^0}$ (in alto a sinistra), distribuzione di $r_{D^0 K^0}$ (in alto a destra) e distribuzione di $\frac{r_{D^0 K^0}}{r_{D^0 K^+}}$ (in basso) per **tutte le soluzioni insieme** per 250 fb^{-1} (e con $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = (5.0 \pm 5.0) \cdot 10^{-7}$).

Considerando anche in questo caso ($\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = (5.0 \pm 5.0) \cdot 10^{-7}$) entrambe le soluzioni, si ottiene per $r_{D^0 K^0}$:

$$r_{D^0 K^0} = 0.27 \pm 0.14 \text{ (al 68\% probabilità).}$$

Dove, dell'errore su $r_{D^0 K^0}$, un contributo di circa 0.11 è dovuto all'errore su $r_{D^0 K^+}$, 0.04 all'errore sul $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0)$ e 0.07 alle altre indeterminazioni (tra cui quella dominante è dovuta alla fase forte).

$$\frac{r_{D^0 K^+}}{r_{D^0 K^0}} = 0.41 \pm 0.13 \text{ (al 68\% probabilità).}$$

Gli errori su $r_{D^0 K^0}$ e $\frac{r_{D^0 K^+}}{r_{D^0 K^0}}$ non cambiano molto passando da 250 fb^{-1} a 500 fb^{-1} (confronto tra prima e seconda colonna della tabella 4.1), questo a causa della indeterminazione dovuta alla fase forte. Anche se gli errori sulle misure sperimentali diminuissero, il contributo della fase forte all'errore complessivo rimarrebbe consistente in quanto proporzionale al valore dell'annichilazione. Infatti, nel caso in cui si assume un valore piccolo per essa ($\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = (5.0 \pm 5.0) \cdot 10^{-7}$), l'errore diminuisce (confronto tra prima e ultima colonna della tabella 4.1).

Grandezza	$250fb^{-1}$	$500fb^{-1}$	$250fb^{-1}$ e $\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow D^+ K^0) = (5.0 \pm 5.0) \cdot 10^{-7}$
$r_{D^0 K^0}$	0.27 ± 0.18	0.24 ± 0.15	0.27 ± 0.14
$\frac{r_{D^0 K^+}}{r_{D^0 K^0}}$	0.43 ± 0.19	0.44 ± 0.18	0.41 ± 0.13

Tabella 4.1: Valori ottenuti, al 68% di probabilità, per $r_{D^0 K^0}$ e per $\frac{r_{D^0 K^+}}{r_{D^0 K^0}}$ nell'approccio in cui si accettano entrambe le soluzioni C_+ e C_- .

4.2 Test di fattorizzazione

Lo schema descritto in 3.2, in cui l'ampiezza di un processo fisico è descritto dalla composizione di due sottoprocessi:

$$\langle D^- K^+ | (\bar{b}c)_{V-A} (\bar{u}s)_{V-A} | B^0 \rangle = \langle D^- | (\bar{b}c)_{V-A} | B^0 \rangle \cdot \langle K^+ | (\bar{u}s)_{V-A} | 0 \rangle$$

è detto fattorizzazione *naïve* ed è insufficiente a descrivere i decadimenti che ci interessano. Questo ha portato allo sviluppo di diversi modelli che, basandosi sulla fattorizzazione, cercano di descrivere i decadimenti del mesone B in due corpi; usando questi modelli si fanno delle previsioni per le ampiezze di decadimento che possono essere verificate o smentite dalle misure sperimentali.

Un approccio basato sulla fattorizzazione è la *QCD-factorization*, secondo il quale l'ampiezza di decadimento è espressa come la convoluzione delle funzioni d'onda sul cono di luce dei mesoni coinvolti e dei fattori di diffusione ad alti impulsi (calcolabili perturbativamente). In questi termini si riescono a descrivere abbastanza bene i decadimenti del mesone B in due mesoni leggeri.

Nei casi di decadimenti del mesone B in un mesone leggero e uno pesante, si prevede che il termine dell'ampiezza in cui il mesone emesso è quello pesante (contributo non fattorizzabile) siano soppressi rispetto a quelli in cui l'emesso è il leggero (contributo fattorizzabile) di un fattore $\left(\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b}\right)^2 \sim 0.005$. Si prevede similmente che anche i termini di annichilazione siano soppressi di un fattore $\left(\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b}\right) \sim 0.07$.

In quest'ottica viene predetto:

$$\frac{\sqrt{2} A(B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0)}{A(B^0 \rightarrow D^- \pi^+)} \sim \left(\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b}\right). \quad (4.3)$$

Ricordiamo qui la parametrizzazione per le ampiezze (dei modi $B \rightarrow D\pi$ proporzionali a $V_{cd} V_{ub}^*$) esposta in 3.1:

$$\begin{aligned} A(B^0 \rightarrow D^- \pi^+) &= E_1(l, l, c, \pi, D) + A_2(c, l, l, D, \pi); \\ A(B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (E_2(c, l, l, D, \pi) - A_2(c, l, l, D, \pi)); \\ A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+) &= E_1(l, l, c, \pi, D) + E_2(c, l, l, D, \pi); \end{aligned} \quad (4.4)$$

in termini della quale, la 4.3 diventa:

$$\frac{\sqrt{2} (E_2(c, l, l, D, \pi) - A_2(c, l, l, D, \pi))}{E_1(l, l, c, \pi, D) + A_2(c, l, l, D, \pi)} \sim \left(\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b}\right).$$

Per questi tre canali esistono misure sperimentali [11]:

$$\begin{aligned}\mathcal{BR}(B^0 \rightarrow D^- \pi^+) &= (2.76 \pm 0.25) 10^{-3} ; \\ \mathcal{BR}(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 \pi^0) &= (2.91 \pm 0.28) 10^{-4} ; \\ \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 \pi^+) &= (4.98 \pm 0.29) 10^{-3} ;\end{aligned}\tag{4.5}$$

Con un *fit* combinato per le ampiezze di questi modi, è stata estratta la distribuzione per il rapporto $\frac{\sqrt{2} A(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 \pi^0)}{A(B^0 \rightarrow D^- \pi^+)}$. Il risultato ottenuto ($\frac{\sqrt{2} A(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 \pi^0)}{A(B^0 \rightarrow D^- \pi^+)} = 0.46 \pm 0.03$) è inconsistente con le previsioni della *QCD-factorization* ($\frac{\sqrt{2} A(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 \pi^0)}{A(B^0 \rightarrow D^- \pi^+)} \sim 0.07$) ed è mostrato in figura 4.11.

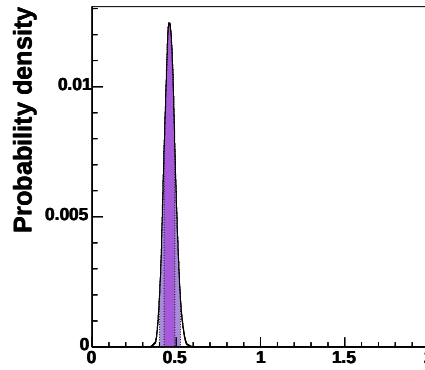


Figura 4.11: Distribuzione ottenuta per il rapporto $\frac{\sqrt{2} A(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 \pi^0)}{A(B^0 \rightarrow D^- \pi^+)}$. Il valore previsto dalla *QCD-factorization* è escluso dall'intervallo ottenuto.

Ricordiamo le parametrizzazioni ottenute in 3.6 per i canali $B \rightarrow DK$ proporzionali a $V_{us} V_{cb}^*$:

$$\begin{aligned}A(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+) &= E_1(s, l, c, K, D) + E_2(c, l, s, D, K) ; \\ A(B^0 \rightarrow D^- K^+) &= E_1(s, l, c, K, D) ; \\ A(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 K^0) &= E_2(c, l, s, D, K) .\end{aligned}\tag{4.6}$$

Nell'ipotesi di soppressione dei contributi non fattorizzabili in cui il mesone emesso è pesante, la *QCD-factorization* prevede per i parametri che intervengono in questi decadimenti:

$$\frac{E_2(c, l, s, D, K)}{E_1(s, l, c, K, D)} \sim \left(\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b} \right)^2 .$$

Anche per questi decadimenti esistono delle misure sperimentali [11] (elencati in 4.7):

$$\begin{aligned}\mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D}^0 K^+) &= (3.7 \pm 0.6) 10^{-4} ; \\ \mathcal{BR}(B^0 \rightarrow D^- K^+) &= (2.0 \pm 0.6) 10^{-4} ; \\ \mathcal{BR}(B^0 \rightarrow \overline{D}^0 K^0) &= (5.0 \pm 1.4) 10^{-5} ;\end{aligned}\tag{4.7}$$

Con un *fit* combinato per le ampiezze di questi modi, sfruttando le misure sperimentali, si ottiene anche per $\frac{E_2(c,l,s,D,K)}{E_1(s,l,c,K,D)}$ un risultato ($\frac{E_2(c,l,s,D,K)}{E_1(s,l,c,K,D)} = 0.48 \pm 0.10$) inconsistente con la previsione ($\frac{E_2(c,l,s,D,K)}{E_1(s,l,c,K,D)} \sim 0.005$). Questo è mostrato in figura 4.12.

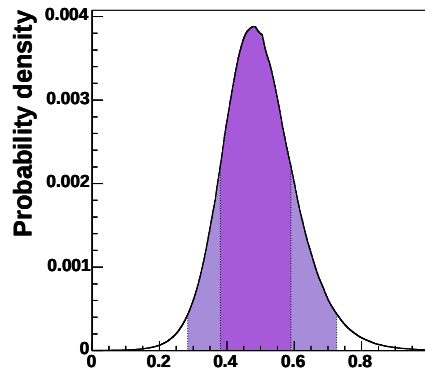


Figura 4.12: Distribuzione ottenuta per il rapporto $\frac{E_2(c,l,s,D,K)}{E_1(s,l,c,K,D)}$. L'area più scura rappresenta l'intervallo in cui il valore di $\frac{E_2(c,l,s,D,K)}{E_1(s,l,c,K,D)}$ deve essere contenuto al 68 % di probabilità, l'area più chiara l'intervallo in cui deve essere contenuto al 95 % di probabilità. Il valore previsto dalla *QCD-factorization* è escluso dall'intervallo ottenuto.

Si conclude dunque che la *QCD-factorization* non è predittiva nel campo dei decadimenti del mesone B in cui uno dei due figli è un mesone pesante (il mesone D).

4.3 Correzioni alla fattorizzazione

La fattorizzazione (o altri metodi su essa basati) si rivela dunque incapace di descrivere i decadimenti $B \rightarrow DK$ e $B \rightarrow D\pi$. Si è allora tentato di parametrizzare le correzioni alla fattorizzazione in termini di un parametro reale k e uno complesso ϵ . Consideriamo i diagrammi che descrivono l' *Emissione Disconnessa* e l' *Emissione Connessa* (figura 3.3). In fattorizzazione *naïve*, l' *Emissione Disconnessa* si esprime come

$$DE(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) = DE_{fatt} = \langle M_1 | q_2 \overline{q}_1 | 0 \rangle \langle M_2 | \overline{b} q_3 | B \rangle ,\tag{4.8}$$

e, trascurando gli scambi di gluoni tra i due mesoni dello stato finale, l'*Emissione Connessa* è proporzionale all'*Emissione Disconnessa* tramite un termine di soppressione *di colore*

$$CE(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) = \frac{1}{3} DE(q_1, q_2, q_3, M_1, M_2) . \quad (4.9)$$

In prima approssimazione si può pensare di correggere le relazioni 4.8 e 4.9 in termini di tre parametri reali $k, \epsilon = |\epsilon|$ e ϕ_ϵ in modo che le topologie sono espresse da:

$$\begin{aligned} DE &= k DE_{fatt} ; \\ CE &= \left(\frac{1}{3} + \epsilon e^{i\phi_\epsilon} \right) DE = k \left(\frac{1}{3} + \epsilon e^{i\phi_\epsilon} \right) DE_{fatt} ; \end{aligned}$$

dove k parametrizza lo scostamento di DE dal valore fattorizzato e $(\epsilon, \phi_\epsilon)$ la correzione alla soppressione di colore per CE. Nel limite in cui valesse la fattorizzazione, sarebbe $k = 1$ e $\epsilon = 0$.

In termini di queste correzioni possiamo scrivere, per i parametri di emissione che compaiono nelle espressioni delle ampiezze dei canali $B \rightarrow D\pi$ che ci interessano:

$$\begin{aligned} E_1(l, l, c, \pi, D) &= C_1 DE(l, l, c, \pi, D) + C_2 CE(l, l, c, \pi, D) = \\ &= k \left(C_1 + C_2 \left(\frac{1}{3} + \epsilon e^{i\phi_\epsilon} \right) \right) DE_{fatt}(l, l, c, \pi, D) , \end{aligned}$$

dove $DE_{fatt}(l, l, c, \pi, D) = f_\pi F^{B \rightarrow D}(m_\pi^2) (M_B^2 - M_D^2)$ e

$$\begin{aligned} E_2(c, l, l, D, \pi) &= C_2 DE(c, l, l, D, \pi) + C_1 CE(c, l, l, D, \pi) = \\ &= k \left(C_2 + C_1 \left(\frac{1}{3} + \epsilon e^{i\phi_\epsilon} \right) \right) DE_{fatt}(c, l, l, D, \pi) , \end{aligned}$$

dove $DE_{fatt}(c, l, s, D, K) = f_D F^{B \rightarrow K}(M_D^2) (M_B^2 - m_K^2)$. Analogamente, per i parametri di emissione che compaiono nelle espressioni delle ampiezze dei canali $B \rightarrow DK$ si scrive:

$$\begin{aligned} E_1(s, l, c, K, D) &= C_1 DE(s, l, c, K, D) + C_2 CE(s, l, c, K, D) = \\ &= k \left(C_1 + C_2 \left(\frac{1}{3} + \epsilon e^{i\phi_\epsilon} \right) \right) DE_{fatt}(s, l, c, K, D) , \end{aligned}$$

dove $DE_{fatt}(s, l, c, K, D) = f_K F^{B \rightarrow D}(m_K^2) (M_B^2 - M_D^2)$ e

$$\begin{aligned} E_2(c, l, s, D, K) &= C_2 DE(c, l, s, D, K) + C_1 CE(c, l, s, D, K) = \\ &= k \left(C_2 + C_1 \left(\frac{1}{3} + \epsilon e^{i\phi_\epsilon} \right) \right) DE_{fatt}(c, l, s, D, K) , \end{aligned}$$

dove $DE_{fatt}(c, l, s, D, K) = f_D F^{B \rightarrow K}(M_D^2)(M_B^2 - m_K^2)$. I valori utilizzati in questo studio sono:

$$\begin{aligned} C_1(\mu) &= 1.105, \\ C_2(\mu) &= -0.228, \\ f_D &= (0.201 \pm 0.012) \text{ GeV}, \\ f_\pi &= 0.131 \text{ GeV}, \\ f_K &= 0.161 \text{ GeV}, \\ F^{B \rightarrow K} &= (0.32 \pm 0.12) \text{ GeV}. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Il fattore di forma

$$F^{B \rightarrow D}(m_K^2)$$

è stato valutato in questo studio secondo l'espressione:

$$F^{B \rightarrow D}(w) = F^{B \rightarrow D}(1) k(w),$$

dove:

$$k(w) = 1 - 8\rho_G^2 z + (51\rho_G^2 - 10)z^2 - (252\rho_G^2 - 84)z^3$$

e:

$$z = \frac{\sqrt{w+1} - \sqrt{2}}{\sqrt{w+1} + \sqrt{2}}$$

per $w = m_K^2$. La misura sperimentale per ρ_G^2 è:

$$\rho_G^2 = 1.19 + -0.19.$$

La stima teorica per $F^{B \rightarrow D}(1)$ è:

$$F^{B \rightarrow D}(1) = 1.04 + -0.06.$$

Per il fattore di forma si ottiene in questo modo $F^{B \rightarrow D}(m_K^2) = 0.565 \pm 0.079$ e la sua distribuzione è mostrata in figura 4.13. Con un *fit* a questi canali, utilizzando i valori sperimentali elencati in 4.5, 4.7 e 4.10 [11], sono stati estratti i parametri k , ϵ e ϕ_ϵ . Questa procedura è stata applicata prima alle ampiezze per i canali $B \rightarrow D\pi$ (elencati in 4.4) e $B \rightarrow DK$ (elencati in 4.6) separatamente e poi all'insieme di questi, in modo da capire se le correzioni possono essere considerate universali (nell'ambito dei canali mediati

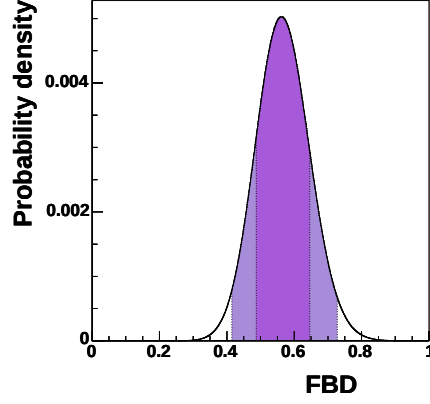


Figura 4.13: Distribuzione ottenuta per $F^{B \rightarrow D}(m_K^2)$. L'area più scura rappresenta l'intervallo in cui il valore di $F^{B \rightarrow D}(m_K^2)$ deve essere contenuto al 68 % di probabilità, l'area più chiara l'intervallo in cui deve essere contenuto al 95 % di probabilità.

da correnti V_{cb}). Le distribuzioni ottenute per k , ϵ e ϕ_ϵ nel caso dei canali $B \rightarrow D\pi$ sono mostrate in figura 4.3 e quelli per i canali $B \rightarrow DK$ in figura 4.15. In figura 4.16 sono infine mostrate le distribuzioni ottenute dal *fit* combinato utilizzando tutti e sei i canali. In tabella 4.2 sono riportati i risultati numerici.

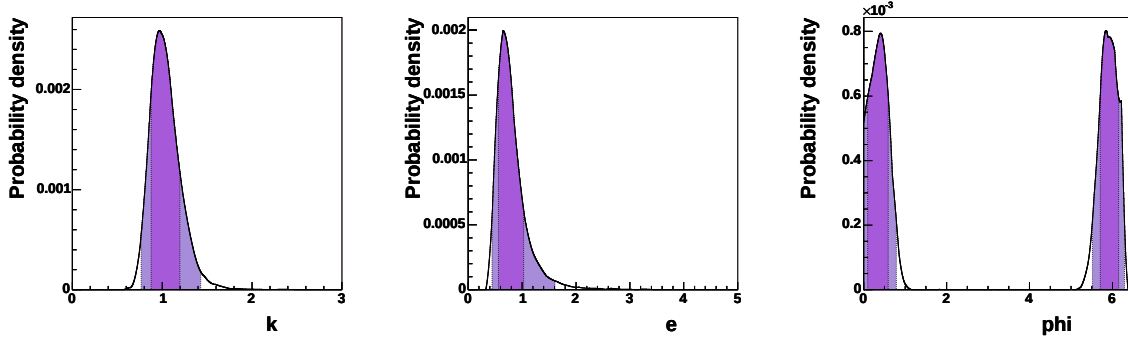


Figura 4.14: Distribuzioni ottenute per k (sinistra), ϵ (centro) e ϕ_ϵ nel caso dei canali $B \rightarrow D\pi$. L'area più scura rappresenta l'intervallo in cui il valore della grandezza in considerazione deve essere contenuto al 68 % di probabilità, l'area più chiara l'intervallo in cui deve essere contenuto al 95 % di probabilità.

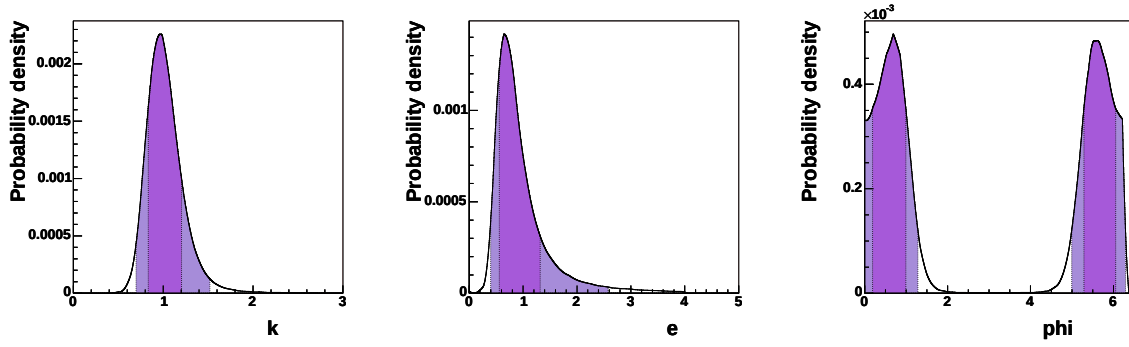


Figura 4.15: Distribuzioni ottenute per k (sinistra), ϵ (centro) e ϕ_ϵ nel caso dei canali $B \rightarrow DK$. L'area più scura rappresenta l'intervallo in cui il valore della grandezza in considerazione deve essere contenuto al 68 % di probabilità, l'area più chiara l'intervallo in cui deve essere contenuto al 95 % di probabilità.

Misure usate nel <i>fit</i>	k	ϵ	ϕ_ϵ
$B \rightarrow D\pi$	1.03 ± 0.16	0.79 ± 0.23	0.34 ± 0.25
$B \rightarrow DK$	1.02 ± 0.19	0.937 ± 0.38	0.59 ± 0.40
$B \rightarrow D\pi$ e $B \rightarrow DK$	0.998 ± 0.142	0.73 ± 0.16	0.41 ± 0.24

Tabella 4.2: Valori ottenuti per k (sinistra), ϵ (centro) e ϕ_ϵ dal *fit* per i canali $B \rightarrow D\pi$ e $B \rightarrow DK$ separatamente e insieme. L'area più scura rappresenta l'intervallo in cui il valore della grandezza in considerazione deve essere contenuto al 68 % di probabilità, l'area più chiara l'intervallo in cui deve essere contenuto al 95 % di probabilità.

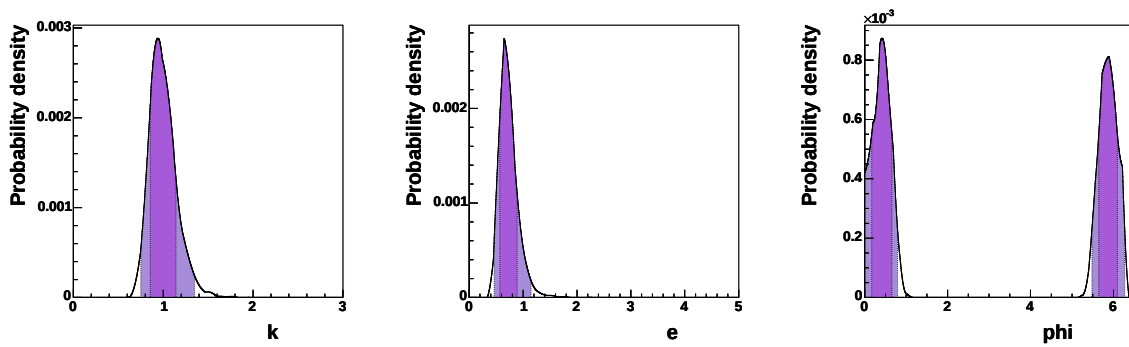


Figura 4.16: Distribuzioni ottenute per k (sinistra), ϵ (centro) e ϕ_ϵ nel caso dei canali $B \rightarrow D\pi$ e $B \rightarrow DK$. L'area più scura rappresenta l'intervallo in cui il valore della grandezza in considerazione deve essere contenuto al 68 % di probabilità, l'area più chiara l'intervallo in cui deve essere contenuto al 95 % di probabilità.

In tutti i casi per il parametro k si ottiene un valore consistente con 1, per il parametro ϵ invece è escluso, con una buona probabilità, il valore zero. Da questo studio si deduce dunque che la fattorizzazione si applica bene ai contributi dovuti ai diagrammi DE , ma non riesce a descrivere quelli dovuti ai diagrammi CE .

Capitolo 5

L'esperimento BABAR a *PEP-II*

L'esperimento BABAR alla *B Factory PEP-II* è stato ottimizzato per studi di violazione di $\mathcal{CP}$ e per la ricerca di decadimenti rari del mesone B .

La *B Factory PEP-II* è un collisore e^+e^- costruito per operare ad una luminosità di almeno $3 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, ad una energia del centro di massa di 10.58 GeV , corrispondente al valore della massa della risonanza $\Upsilon(4S)$. In *PEP-II*, un fascio di elettroni di energia pari a 9.0 GeV collide con uno di positroni di energia 3.1 GeV da cui risulta un *boost* di Lorenz per la $\Upsilon(4S)$ di $\beta\gamma = 0.56$ (cfr. figura 5.1).

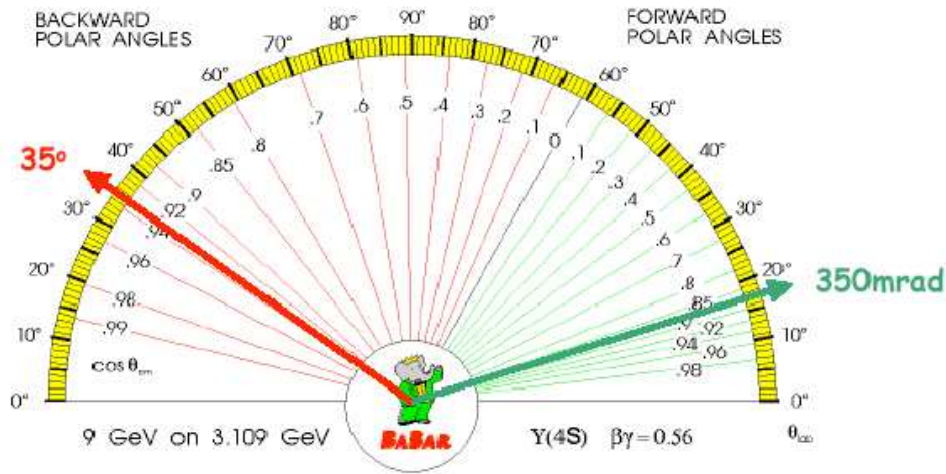


Figura 5.1: *Trasformazione di Lorentz a BABAR*

Questo *boost* rende possibile ricostruire i vertici di decadimento dei due mesoni B , determinare la differenza dei loro tempi di decadimento, e quindi misurare le asimmetrie

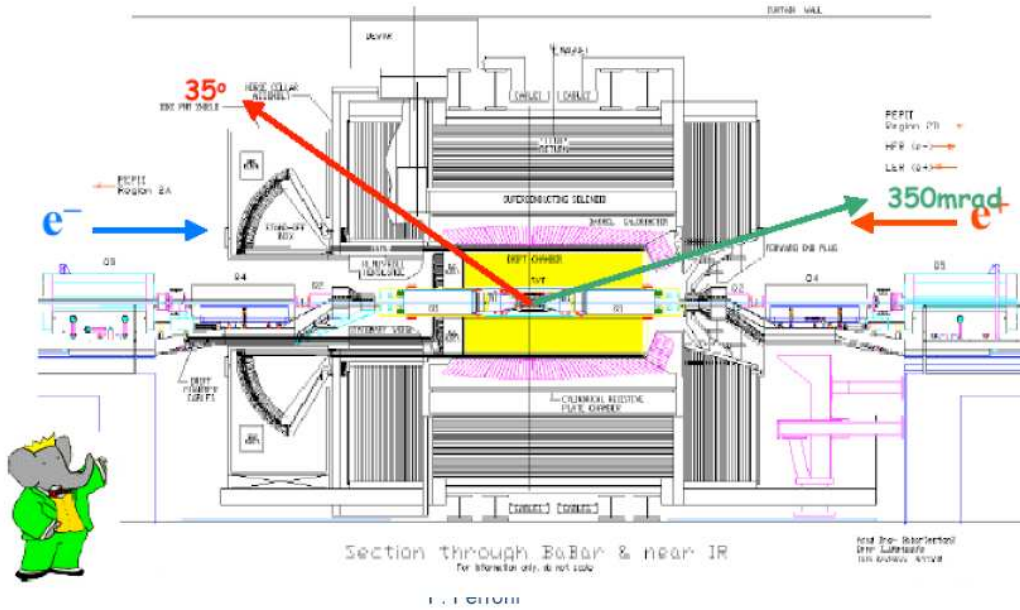


Figura 5.2: Sezione longitudinale del rivelatore BABAR

in funzione del tempo. Se il sistema del laboratorio coincidesse con il sistema del centro di massa, la differenza tra le coordinate z dei due mesoni B sarebbe dell'ordine di $30 \mu m$, grazie al fatto che i mesoni sono accelerati essa è $\sim 250 \mu m$. Per fare questo è necessario un rivelatore che abbia un'ottima efficienza di ricostruzione per le particelle cariche e un'ottima risoluzione dell'impulso per separare i deboli segnali dal fondo. Sono quindi necessari una buona ricostruzione del vertice, sia in direzione parallela che normale ai fasci e un'alta efficienza di identificazione di muoni ed elettroni.

La figura 5.2 mostra una sezione longitudinale attraverso il centro del rivelatore; per massimizzare l'accettanza geometrica per i decadimenti della $\Upsilon(4S)$ l'intero rivelatore è traslato lungo la direzione dei fasci rispetto al punto di interazione di $0.37 m$ relativamente al fascio di energia minore. La figura 5.3 mostra la sezione trasversale del rivelatore (piano xy).

La parte interna del rivelatore è costituita da un tracciatore di vertice al silicio (SVT), una camera a deriva (DCH), un rivelatore di luce Cherenkov (DIRC) e un calorimetro elettromagnetico a ioduro di Cesio attivato al Tallio (EMC). Questo sistema di rivelatori è circondato da un solenoide superconduttore che genera un campo magnetico di $1.5 T$. Il ferro per il ritorno di flusso del campo magnetico è strumentato per la rivelazione di muoni e di adroni neutri, quali K_L^0 e neutroni (IFR). L'angolo polare coperto dal rivelatore va da

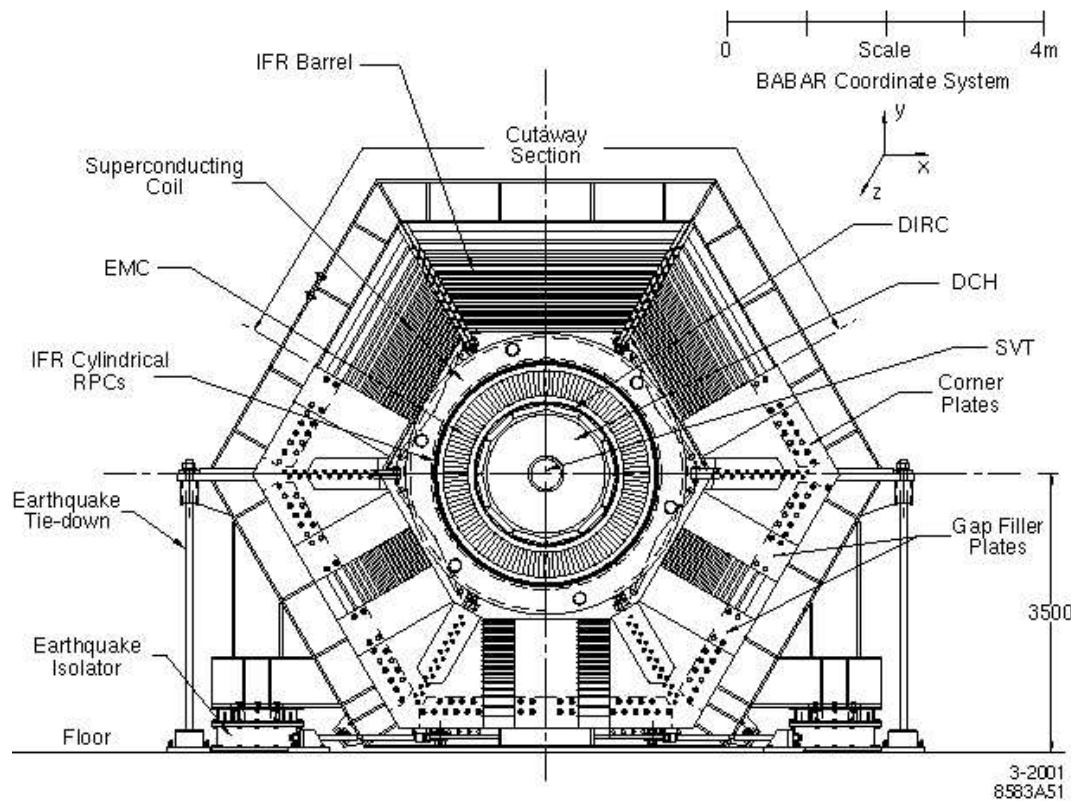


Figura 5.3: Sezione trasversale del rivelatore *BABAR*

350 mrad in avanti a 400 mrad indietro, direzioni relative al fascio di alta energia. Viene utilizzato un sistema di coordinate destrorso ancorato alla camera a deriva con l'asse z coincidente con l'asse principale, l'asse y che punta verso l'alto e l'asse x diretto verso il centro dell'anello di *PEP – II*. Viene utilizzato un sistema di *trigger* per selezionare le collisioni che producono eventi interessanti rigettando eventi di fondo, prodotti ad esempio dall'interazione dei fasci con residui di gas. Il sistema di *trigger* è diviso in due livelli in sequenza, il secondo condizionato dal primo. Il *livello 1* ($L1$) è realizzato in *hardware* ed è progettato per avere una frequenza massima in uscita di 2 kHz ed un tempo massimo di ritardo di 12 μs (che è il tempo che il *trigger* impiega per decidere se una traccia è buona), l'altro livello, *livello 3* ($L3$) è *software* e la sua frequenza in uscita è limitata a 120 Hz in modo da permettere l'archiviazione ed il processamento dei dati.

5.1 La *B Factory* PEP – II

PEP – II è un sistema di due anelli di accumulazione (*HER* per e^- ed *LER* per e^+) asimmetrici progettato per operare ad una energia nel sistema del centro di massa (c.m.) di 10.58 GeV corrispondente alla massa della $\Upsilon(4S)$. I parametri di questo sistema sono mostrati in tabella 5.1. *PEP – II* ha superato i parametri di progetto sia in termini di luminosità istantanea che di luminosità integrata giornaliera raggiungendo di recente il valore di picco di $9.2 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ con una luminosità integrata giornaliera di 681 pb^{-1} .

Parametri	Disegno	Tipico
Energia HER/LER (GeV)	9.0/3.1	8.9/3.1
Corrente HER/LER (A)	0.75/2.15	1.3/2.0
#B di bunch	1658	1440
spaziatura tra i bunch (ns)	4.2	6.3-10.5
: sB_{Lx} (: mBm)	110	120
: sB_{Ly} (: mBm)	3.3	5.6
: sB_{Lz} (: mBm)	9000	9000
Luminosità ($10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$)	3	5.4
Luminosità integrata giornaliera (pb^{-1}/d)	135	370

Tabella 5.1: *Parametri dei fasci di PEP – II. I valori sono mostrati come previsti dal progetto e nel loro valore tipico e sono riferiti al primo anno di funzionamento. I valori tipici attuali sono per la luminosità istantanea di $6.8 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ e per la luminosità integrata giornaliera di 370 pb^{-1} .*

La maggior parte dei dati vengono registrati all'energia di picco della $\Upsilon(4S)$. In tabella

5.2 sono mostrati i processi attivi all'energia di picco con le rispettive sezioni d'urto; la produzione di coppie di quark leggeri (u, d, s) e coppie di quark *charm* viene chiamata produzione del continuo. Per studiare questa produzione non risonante circa il 10% dei dati vengono presi ad un'energia del centro di massa di 40 MeV al di sotto dalla $\Upsilon(4S)$.

$e^+e^- \rightarrow$	Sezione d'urto (nb)
$b\bar{b}$	1.05
$c\bar{c}$	1.30
$s\bar{s}$	0.35
$u\bar{u}$	1.39
$d\bar{d}$	0.35
$\tau^+\tau^-$	0.94
$\mu^+\mu^-$	1.16
e^+e^-	~ 40

Tabella 5.2: Sezione d'urto di produzione con $\sqrt{s} = M(\Upsilon(4S))$. La sezione d'urto Bhabha è una sezione d'urto effettiva, all'interno dell'accettanza sperimentale

I fasci collidono in un unico punto di interazione in maniera frontale grazie ad un campo magnetico che permette alle particelle di compiere una traiettoria particolare (fig. 5.4), in questo modo si minimizzano le collisioni parassite tenendo i due fasci separati al di fuori della zona di interazione. I fasci vengono tenuti separati nel piano orizzontale da un sistema di dipoli magnetici, il foccheggiamento forte viene effettuato con dei quadrupoli magnetici posti dentro il campo magnetico del rivelatore, quindi non possono essere composti da ferro ma vengono realizzati in samario-cobalto.

Per tenere in considerazione lo spostamento dei fasci di *PEP–II* rispetto al rivelatore BABAR la posizione del punto di collisione viene calcolata ad intervalli periodici, utilizzando un metodo basato sugli eventi a due tracce. Le dimensioni della zona di interazione (*beam spot*) che si ricavano con questa tecnica sono circa 150 μm in x , 50 μm in y e 1 cm in z . La stima ottenuta per la dimensione y è completamente dominata dalla risoluzione del tracciamento e può essere migliorata studiando la variazione della luminosità al variare della posizione relativa dei due fasci. In particolare, note anche le correnti dei fasci e la dimensione in x , si ottiene $\sigma_y \sim 5 \mu m$, valore stabile al 10% sulla scala dei tempi di un'ora. Queste misure vengono anche verificate *offline* misurando i vertici primari di eventi a molti adroni¹.

¹Ricostruendo il vertice di tutte le tracce ricostruite in un evento è possibile avere una stima della

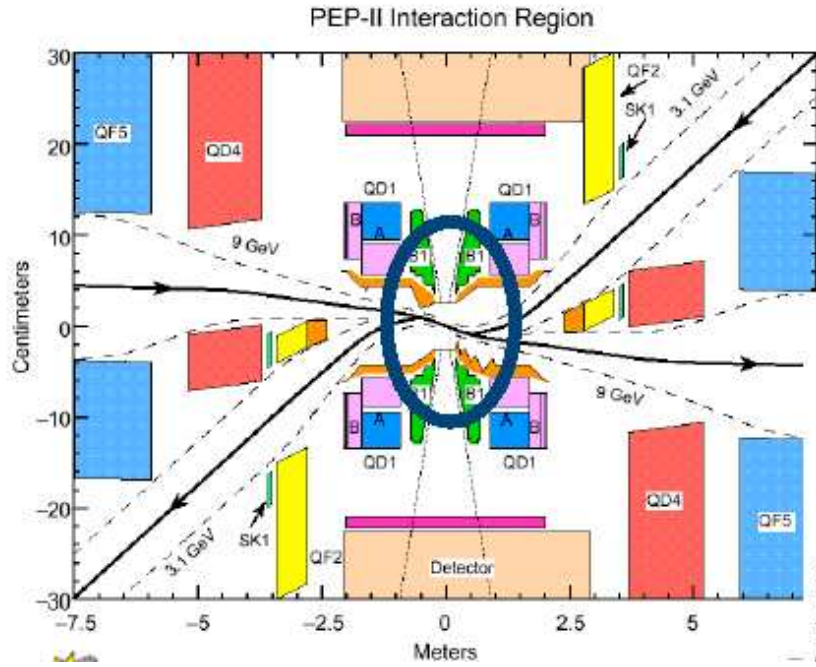


Figura 5.4: Vista trasversale della zona di interazione.

In figura 5.6 sono mostrate la luminosità integrata ottenuta da *PEP – II* e registrata da BABAR dall'inizio della presa dati fino Luglio 2004 (**Run1-Run4**). Inoltre nella figura 5.5 viene mostrata la luminosità integrata giornaliera per tutti i **Run**.

5.1.1 I fondi di *PEP – II*

Il raggiungimento di una configurazione caratterizzata da un accettabile livello di fondo è necessario a causa della finita resistenza alla radiazione del rivelatore al silicio (SVT) e del calorimetro elettromagnetico, oltre che del massimo valore di corrente tollerabile dalla camera a deriva. Altre limitazioni vengono imposte dalla *rate* del trigger di primo livello (*L1*) e dall'occupazione negli altri sottosistemi. Simulazioni, analisi dei dati ed accurate misure dedicate delle sorgenti di fondo e del loro impatto sulla presa dati e sulle prestazioni del rivelatore hanno portato ad una comprensione dettagliata di vari fenomeni, ed ad una loro effettiva riduzione. Le cause principali di fondi a *PEP – II* [35] sono quelle elencate qui di seguito, in ordine di importanza crescente:

posizione del *vertex primario*, coincidente con il punto di decadimento della $\Upsilon(4S)$ nel piano trasverso. Poiché il *boost* lungo l'asse *z* produce uno spostamento relativo dei due mesoni *B* questo metodo è abbastanza povero ed è peggiorato dalla presenza di particelle a lunga vita.

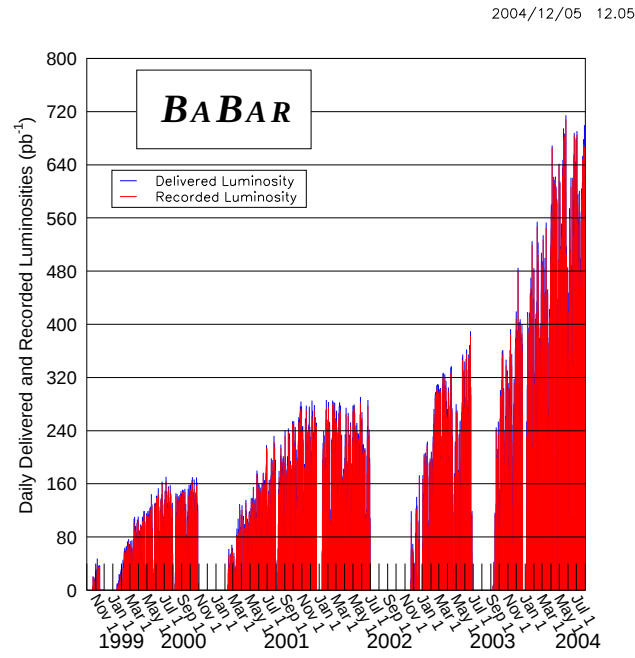


Figura 5.5: *Luminosità giornaliera integrata da PEP – II dal 1999 al 2004.*

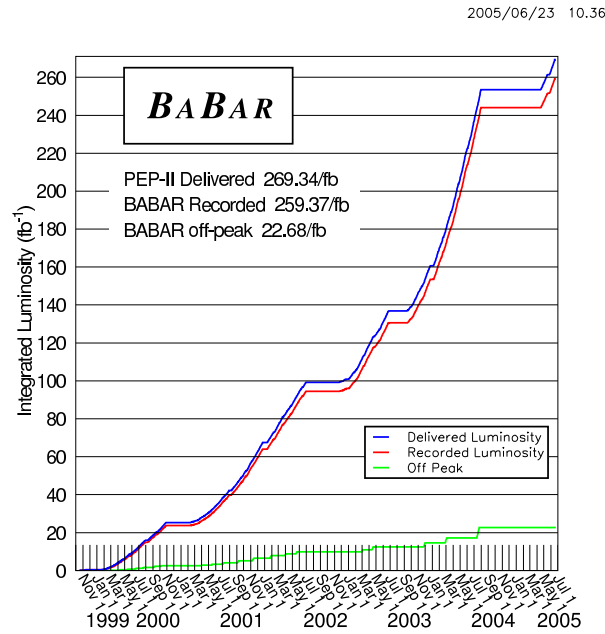


Figura 5.6: *Luminosità integrata da PEP – II e luminosità registrata da BABAR dal 1999 al 2004.*

- La radiazione di sincrotrone, generata nei magneti di curvatura e nei quadrupoli per la focalizzazione finale nelle linee di fascio del *HER* e del *LER*. Un attento disegno della regione di interazione e una schermatura per mascherare la radiazione si sono dimostrati efficaci per abbattere questo tipo di fondo.
- Fondo di luminosità dovuto a elettroni e positroni, degradati in energia, provenienti da scattering *Bhabha* che colpiscono i dispositivi per la produzione del vuoto.
- L'interazione di particelle del fascio con residui nel vuoto degli anelli (*beam – gas*), che costituisce la sorgente primaria di danneggiamento da radiazioni e che ha l'impatto maggiore sull'efficienza di BABAR.

5.2 Il sistema di tracciamento

Il sistema di tracciamento di BABAR è composto da due componenti, il rivelatore di vertice al silicio (SVT) e la camera a deriva (DCH).

5.2.1 Il rivelatore di vertice

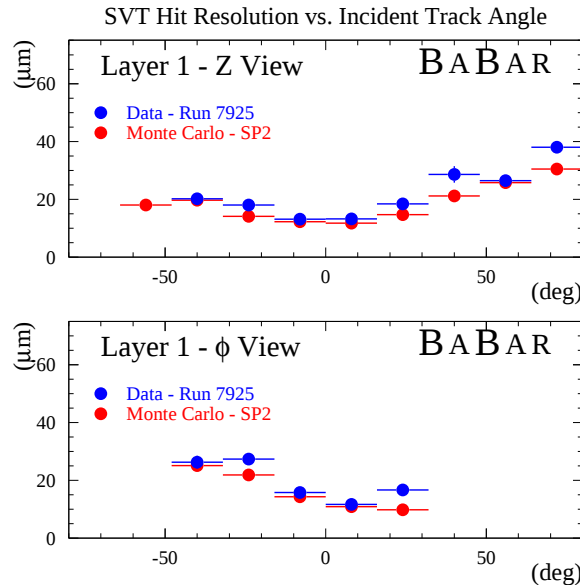


Figura 5.7: Risoluzione del SVT (layer più interno) sul singolo hit in funzione dell'angolo di incidenza della traccia.

Il rivelatore al silicio (*Silicon Vertex Tracker*) viene utilizzato per la misura dei vertici

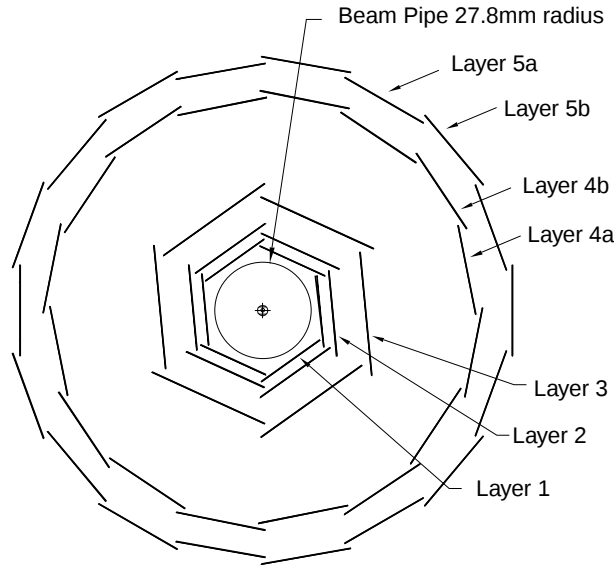


Figura 5.8: *Visione schematica del SVT : sezione trasversa*

di decadimento dei mesoni B . Essendo in grado di fornire una risoluzione di $\sim 160 \mu\text{m}$ sulla quantità Δz (che è la differenza tra le coordinate z dei due B) risulta essere un elemento fondamentale per lo studio delle asimmetrie di $\mathcal{CP}$ a PEP-II; si tratta inoltre dell'unico rivelatore in grado di tracciare le particelle cariche con basso momento trasverso ($p_T < 120 \text{ MeV}$), particelle che non raggiungono la camera a deriva. Il progetto del SVT è ottimizzato in modo da considerare le limitazioni imposte dalla geometria di $PEP-II$ alla regione di interazione; essendovi infatti in prossimità del punto di interazione ($\pm 20 \text{ cm}$) i magneti permanenti $B1$ (fig. 5.4) necessari a separare i fasci dopo la collisione.

Trattandosi del rivelatore più interno, la costruzione ha richiesto uno sforzo tecnologico tale da garantire un'alta resistenza alla radiazione e, allo stesso tempo, il minimo spessore di materiale possibile, al fine di limitare gli effetti di diffusione multipla.

La struttura si basa su 340 sensori di Silicio a doppio strato letti da circuiti dedicati a basso rumore. Tali moduli sono organizzati su 5 livelli radiali (*layers*), dei quali i tre più interni sono sostanzialmente predisposti al tracciamento e alla ricostruzione dei vertici, mentre i due più esterni contribuiscono alla ricostruzione delle tracce che muoiono prima di raggiungere la camera a deriva (fig. 5.8). I moduli sono alloggiati su di una struttura conica in fibra di carbonio, posizionata intorno ai magneti permanenti $B1$ ed alla *beam pipe*. Tutto il SVT e parte degli elementi focalizzanti dell'acceleratore risiedono all'interno di un tubo di supporto in berillio, il quale è direttamente collegato alla struttura meccanica della linea di fascio.

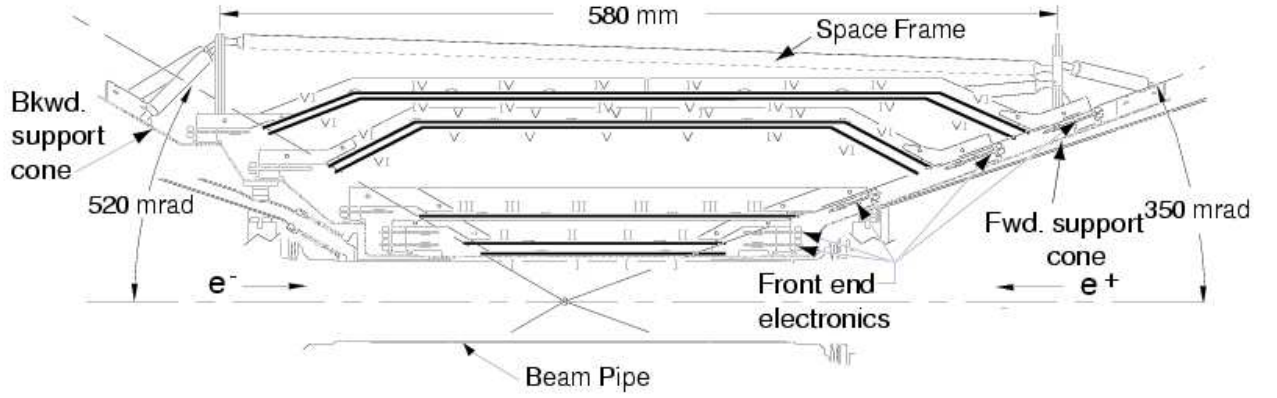


Figura 5.9: *Visione schematica del SVT : sezione longitudinale*

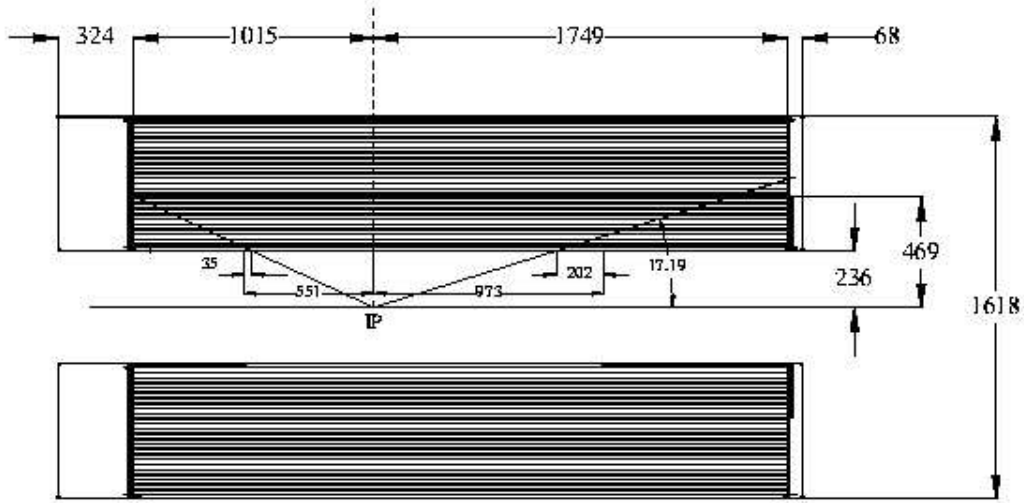


Figura 5.10: *Sezione longitudinale della DCH, le dimensioni sono espresse in mm.*

Il controllo sulla dose di radiazione assorbita dal silicio viene eseguito attraverso un sistema costituito da 12 fotodiodi, posizionati vicino al primo layer del SVT.

L'accettanza del rivelatore nell'angolo polare θ , limitata proprio dagli elementi dalla *beamline*, è di $-0.87 < \cos\theta_{lab} < 0.96$.

5.2.2 La camera a deriva

La camera a deriva (*Drift CHamber*) è il secondo componente del sistema di tracciamento presente in BABAR. Questo rivelatore viene impiegato per misurare l'impulso delle particelle cariche con impulso trasverso ≥ 120 MeV, a partire dalla curvatura delle tracce

ad esse associate, dovuta alla presenza del campo magnetico (di intensità pari a $1.5\ T$). La DCH contribuisce inoltre al sistema di identificazione delle particelle (PID), per la separazione di kaoni e pioni attraverso misure dell'energia persa per ionizzazione (dE/dx) nell'intervallo di impulso compreso tra 100 e 700 MeV. Infine, le informazioni degli *hit* nelle singole celle vengono usate per il trigger di primo livello.

La camera a deriva è costituita da un cilindro lungo 280 *cm*, con un raggio interno di 23.6 *cm* e un raggio esterno di 80.9 *cm*, ed è posizionata all'esterno del tubo di supporto che contiene il rivelatore di vertice ed all'interno del DIRC.

Il centro della camera è posizionato sull'asse z (figura 5.10) a +36.7 *cm* rispetto al punto di interazione al fine di aumentare il volume di tracciamento nella regione in avanti, dove, a causa del *boost*, si concentra il maggior numero di tracce.

La sottile parete interna in Berillio ($0.0028\ X_0$) e la parete esterna in fibra di Carbonio ($0.015\ X_0$) minimizzano la quantità di materiale che le particelle devono attraversare prima di arrivare al calorimetro elettromagnetico².

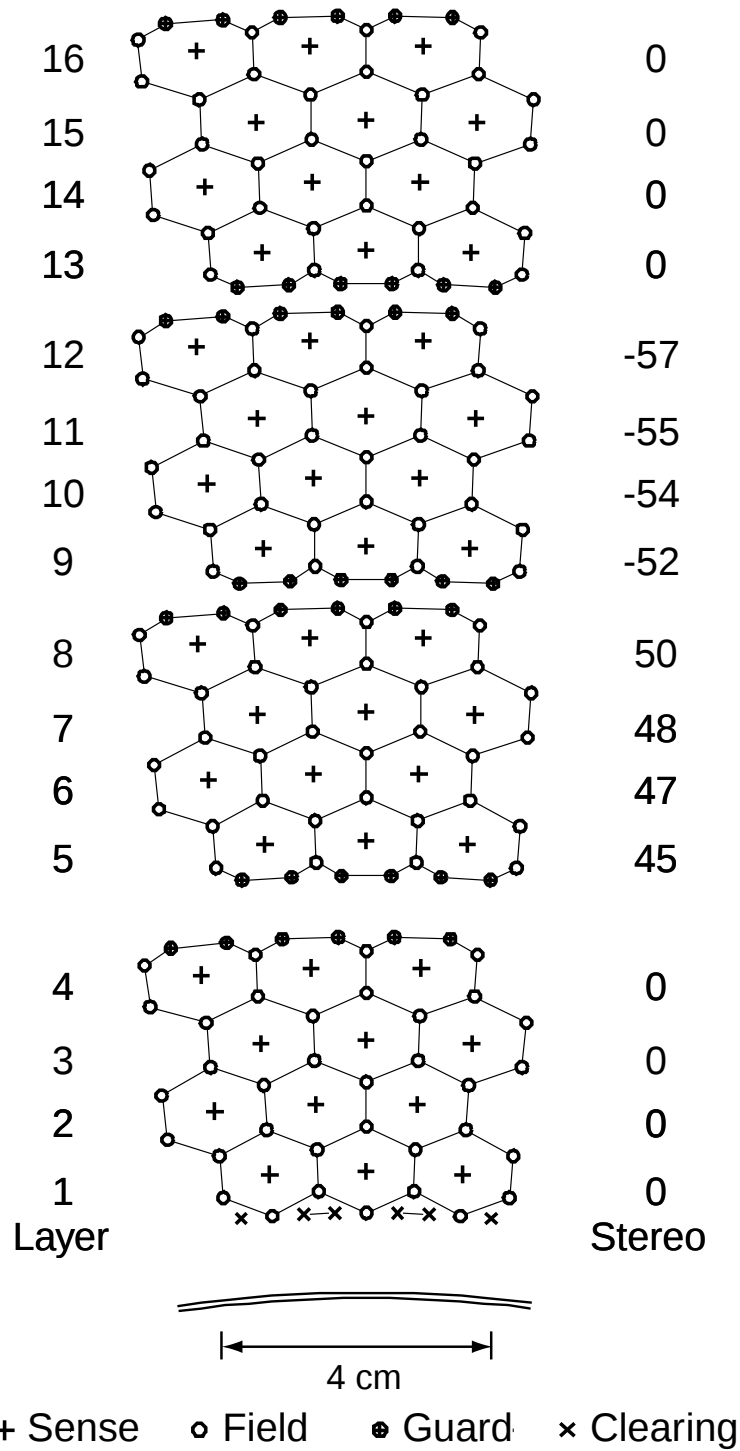
La camera a deriva è suddivisa in 7104 celle esagonali, approssimativamente di $1.2\ cm \times 1.8\ cm$, raggruppate in 40 *layers* concentrici. Il volume attivo per il tracciamento copre un angolo polare di $-0.92 < \cos\theta_{lab} < 0.96$. I 40 *layers* sono raggruppati in 10 *super-layers* composti di 4 *layers* ciascuno (fig. 5.11).

Una completa simmetria lungo l'asse z non permetterebbe di ricostruire la posizione della traccia lungo questa direzione. Per questo motivo esistono due tipi di fili: fili assiali (A), paralleli all'asse z , e i fili stereo (U,V). I fili stereo, grazie all'angolo che formano con l'asse z (positivo per il tipo U, negativo per il tipo V), permettono di trovare per intersezione la coordinata Z della traccia. I *super-layers* si alternano secondo lo schema AUVAUVAUVA (in figura 5.11 sono indicati i quattro *super-layers* più interni)

Tutti i *super-layers* contribuiscono alla ricostruzione di segmenti per il trigger di primo livello, mentre solo quelli assiali partecipano alla determinazione di p_T per il trigger.

Le singole celle sono costituite da un filo di alta tensione centrale (*sensewire*) di tungsteno che lavora ad una tensione di 1960 *V*, circondato da 6 fili catodici di alluminio dei quali circa la metà in comune con le celle vicine (fig. 5.12). Il gas utilizzato nella camera, scelto per minimizzare la quantità di materiale presente, è una miscela 80%–20% di He-Isobutano (la lunghezza di radiazione di questa miscela è $x_0 = 807\ m$), con una

²La camera a deriva incide per $\sim 0.021\ X_0$ per una traccia ad incidenza normale.



1-2001
8583A14

Figura 5.11: Rappresentazione schematica dei primi quattro super – layers. I numeri sulla destra indicano il valore dell'angolo stereo (in mrad.) per ogni layer.

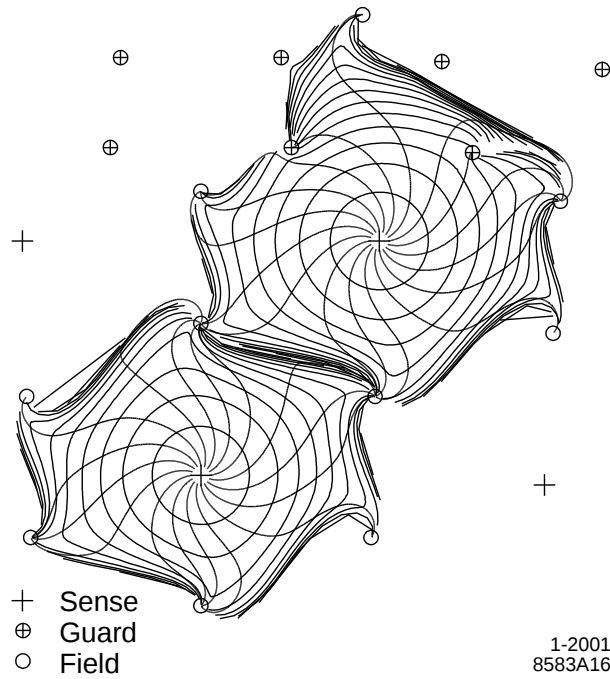


Figura 5.12: *Celle di drift. Sono rappresentate le isocrone delle celle dei layers 3 e 4 di un super-layer assiale; le curve sono quasi circolari in vicinanza dei fili di senso, ma diventano irregolari vicino ai fili di campo.*

piccola quantità di vapor d'acqua (3000 ppm) per prolungare la vita del rivelatore in un ambiente sottoposto ad intensa radiazione.

La risoluzione spaziale di progetto per singolo hit nella camera a deriva è di $140\ \mu m$. Il modello di relazione spazio-tempo per un gas non saturato è realizzato tramite polinomi di Chebychev. Questo modello si è dimostrato stabile in funzione del tempo. Rimane una piccola dipendenza residua dalla densità del gas, per la quale ancora non è stata introdotta nessuna correzione nella ricostruzione. La risoluzione di singola cella ottenuta dall'insieme di tutte le tracce cariche in eventi adronici è riportata in figura 5.13a per una tensione di lavoro di $1960\ V$. La risoluzione media ottenuta è di $125\ \mu m$.

L'informazione temporale degli hit nella camera è ricostruita utilizzando dei TDC (*Time to Digital Converters*). Vengono inoltre utilizzati dei flash-ADC (*Analogic to Digital Converters*) per campionare l'andamento del segnale impulsivo in funzione del tempo.

Iniettando una quantità di carica nota si calcola la correzione sul guadagno che viene poi applicata in fase di acquisizione.

Durante la ricostruzione *off-line* sono calcolate ed applicate le correzioni al dE/dx

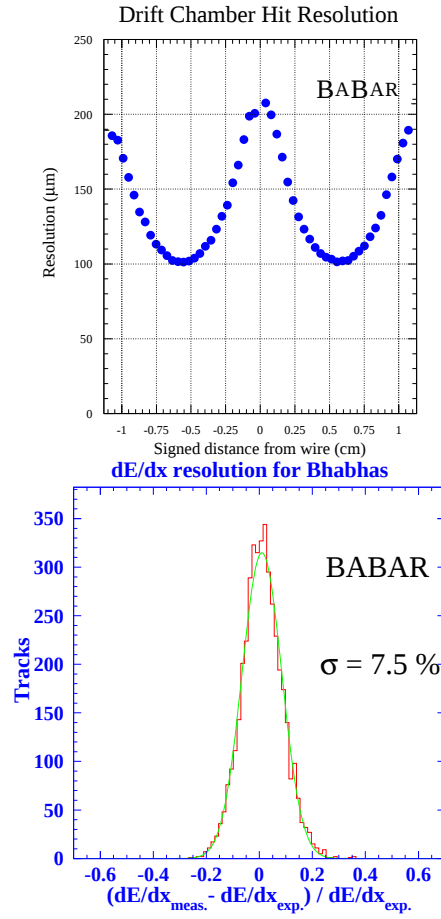


Figura 5.13: (a) Risoluzione sul singolo hit nella DCH. (b) Risoluzione sul dE/dx per particelle che provengono da eventi Bhabha.

dovute alla saturazione, alla lunghezza di cammino nella cella, ed al guadagno del singolo filo e del singolo *layer*. Si è verificato che queste correzioni sono stabili in funzione del tempo. Tutto questo contribuisce ad ottenere una risoluzione del 7.5 % sulla media troncata della perdita di energia per ionizzazione osservata in eventi *Bhabha* (fig.5.13b).

5.3 Il rivelatore Cherenkov

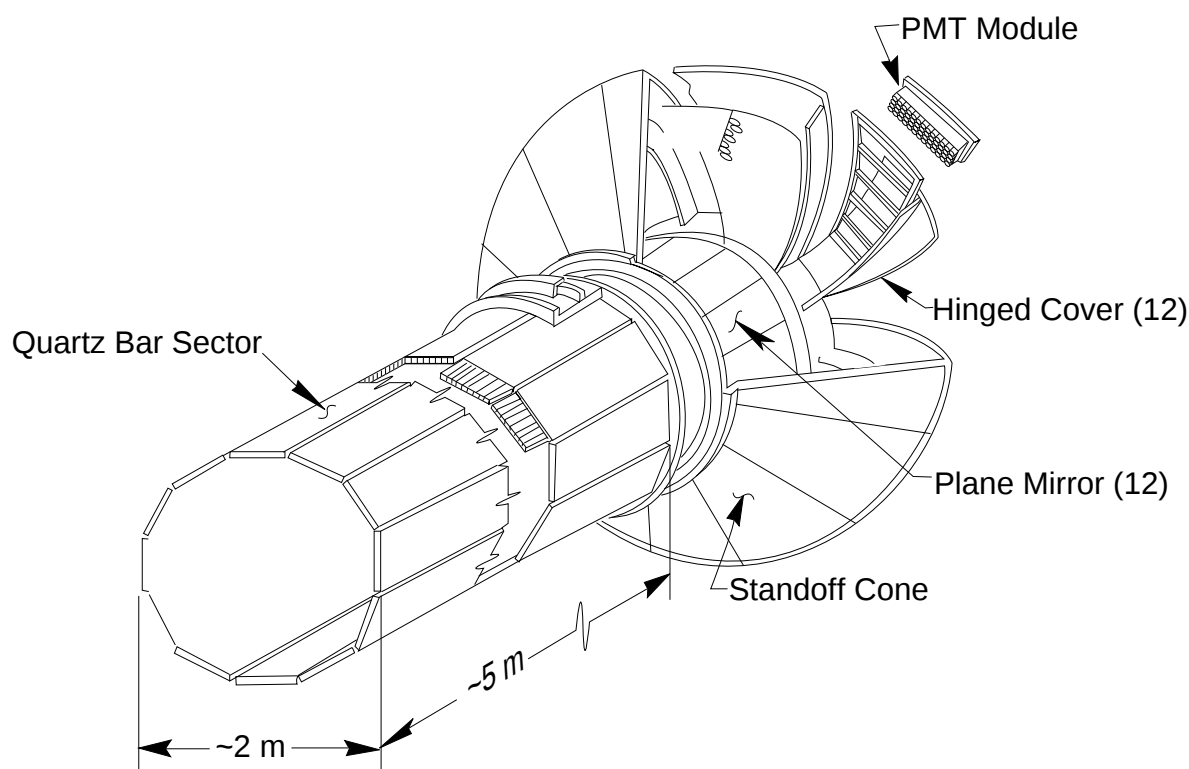


Figura 5.14: *Vista tridimensionale del DIRC.*

BABAR ha un rivelatore dedicato all'identificazione delle particelle chiamato DIRC (*Detector of Internally Reflected Cherenkov light*) basato sulla misura della luce Cherenkov prodotta nel quarzo.

Il DIRC (fig. 5.14) è posto prima del calorimetro e quindi deve essere sottile ed uniforme in termini di lunghezza di radiazione (per minimizzare il degrado della risoluzione di energia nel calorimetro), e ridotto nella direzione radiale per ridurre il volume, quindi il costo del calorimetro. Infine per operare ad alta luminosità, è necessario che abbia una risposta veloce al segnale e che sia in gradi di tollerare una grande quantità di fondo.

Una caratteristica non tradizionale del DIRC consiste nell'uso delle barre di quarzo

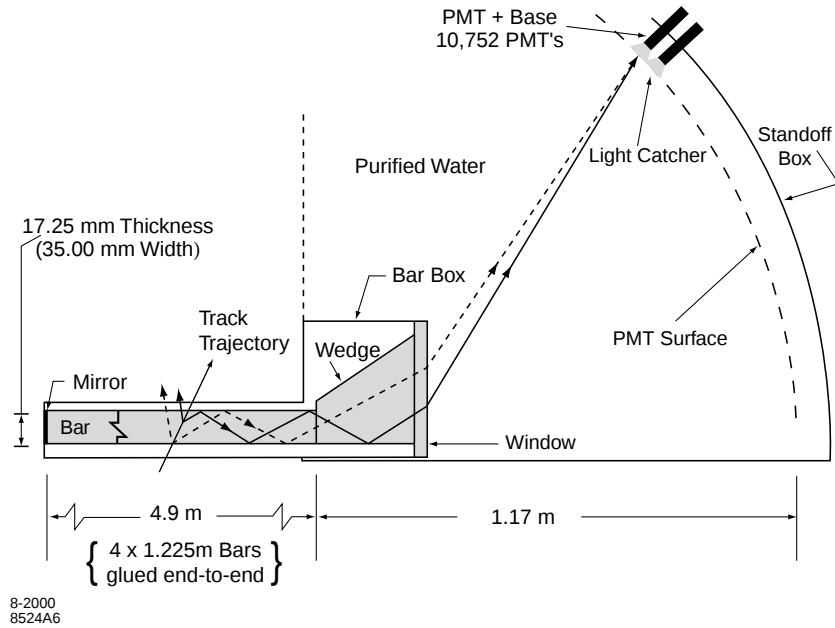


Figura 5.15: Schema del DIRC: zona di radiazione e regione di immagine.

sia come radiatore che come guida di luce. Le particelle cariche che escono dalla regione cilindrica centrale (*barrel*) della camera a deriva attraversano una matrice di 144 barre di quarzo, posizionate su un poligono di 12 lati, ognuna di circa 17 mm di spessore, 35 mm di larghezza e 4.9 m di lunghezza lungo l'asse z . Le particelle sopra la soglia Cherenkov emettono fotoni nel quarzo. L'angolo Cherenkov (θ_C) dei γ rispetto la direzione della particella carica viene misurato da una matrice di 10752 fotomoltiplicatori posizionati come si vede in figura 5.15.

In fig. 5.15 è mostrato uno schema della geometria DIRC ed i principi di funzionamento della produzione di luce, del suo trasporto e della formazione dell'immagine, immagine di cui vengono mostrati alcuni esempi in fig. 5.16.

La copertura del rivelatore nell'angolo polare è di $-0.84 < \cos \theta_{lab} < 0.90$ corrispondente all'87% nel sistema del centro di massa. La copertura nell'angolo azimutale è del 93% a causa dello spazio tra i 12 lati del poligono.

Le 144 barre di quarzo sono posizionate in 12 moduli (*barboxes*) disposti parallelamente alla direzione dei fasci nella regione cilindrica centrale (*barrel*), e terminano ad una estremità con uno specchio (nella regione *forward*) e dall'altra in un serbatoio semi-toroidale riempito di acqua purificata, posto al di fuori del campo magnetico di BABAR.

I fotoni Cherenkov vengono intrappolati per riflessione totale nelle barre ed entrano

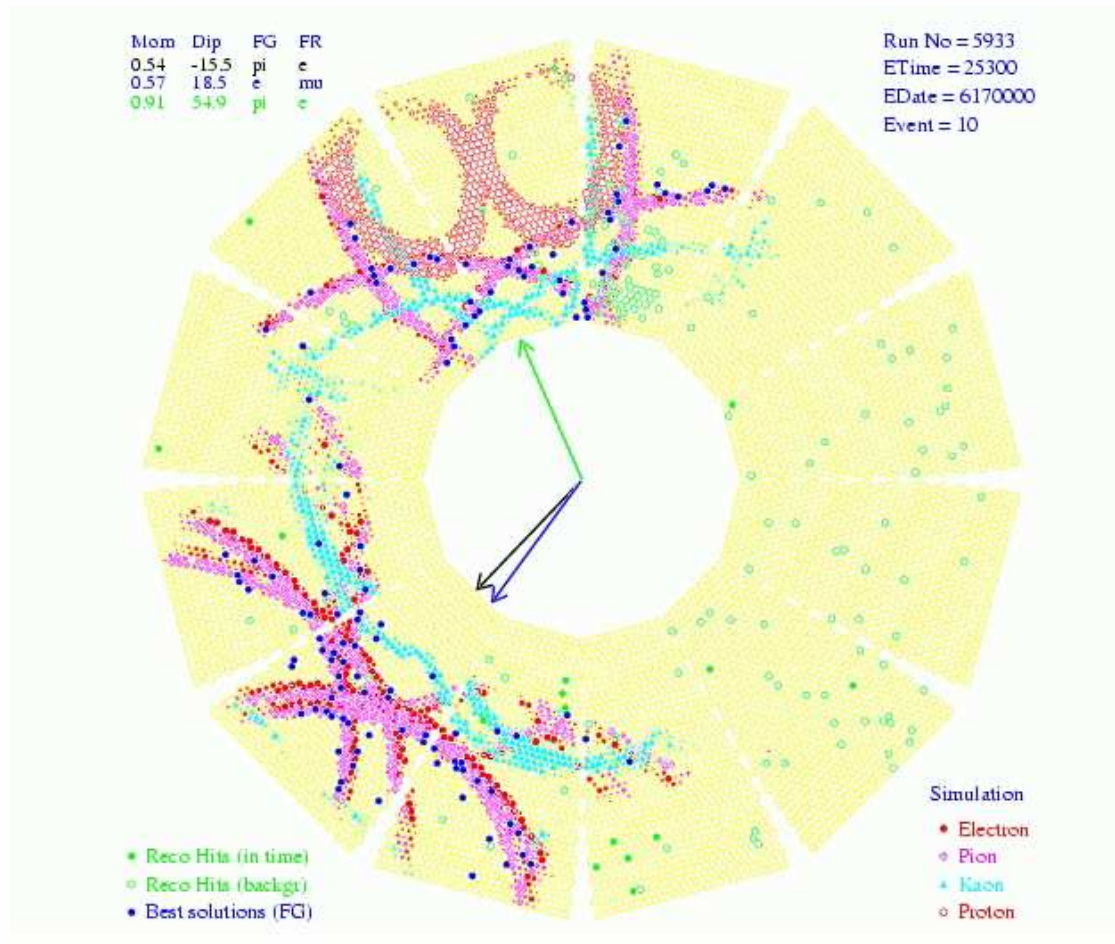


Figura 5.16: Ricostruzione di un anello Cherenkov nel DIRC.

nel serbatoio che accoppia otticamente le stesse con la matrice dei fotomoltiplicatori. I fototubi, posti su una superficie semi-toroidale con raggio interno di 1.2 m e raggio esterno di 3 m , sono suddivisi in 12 settori corrispondenti ai 12 moduli.

Mettendo in relazione la direzione della particella ottenuta dal sistema di tracciamento e la posizione dei fototubi che osservano i fotoni Cherenkov si ricava l'angolo θ_C . L'informazione portata da questo angolo risulta fondamentale nell'identificazione delle particelle cariche, in particolare per la separazione tra pioni e kaoni.

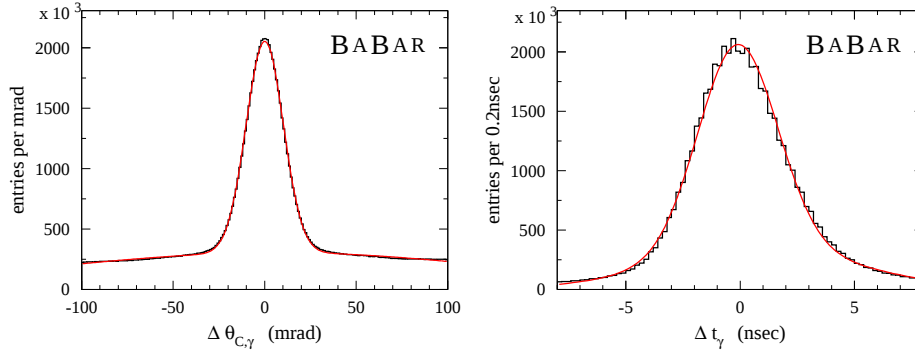


Figura 5.17: (a) Risoluzione sull'angolo Cherenkov ricostruito per il singolo fotone. (b) Risoluzione sulla differenza tra il tempo di arrivo misurato ed atteso.

A causa della riflessione totale all'interno delle barre sono possibili più soluzioni per l'associazione tra segnali (*hit*) nei fototubi e la traccia.

La risoluzione angolare per un singolo fotone è di circa 10.2 mrad (fig.5.17a) e, con una media di 30 fotoni per traccia, la risoluzione sull'angolo Cherenkov di una traccia è di circa 2.8 mrad . Questo corrisponde ad una separazione migliore di tre deviazioni standard tra K e π carichi per un impulso pari a 3 GeV .

È inoltre possibile misurare il tempo al quale si ha un *hit* nei fotomoltiplicatori rispetto al tempo t_0 dell'evento con una precisione di 1.7 ns (fig.5.17b). Confrontando il tempo misurato con la stima del tempo di propagazione previsto per un certo fotone Cherenkov è possibile ridurre il fondo di fotoni scorrelati e risolvere le ambiguità.

5.4 Il calorimetro elettromagnetico

Il calorimetro elettromagnetico (*EMC*) è stato progettato per misurare con eccellente risoluzione l'energia e la distribuzione angolare degli sciami elettromagnetici con un'energia

compresa tra 20 MeV e 4 GeV. Questo intervallo permette di poter individuare i π^0 di bassa energia e gli η provenienti dal decadimento del B ed inoltre i fotoni e gli elettroni provenienti da processi elettromagnetici o deboli.

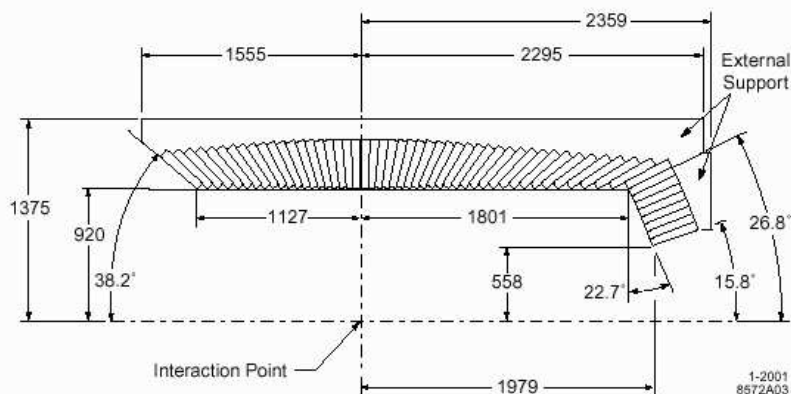


Figura 5.18: *Sezione longitudinale dell'EMC (è mostrata soltanto la parte superiore) che mostra il posizionamento dei 56 anelli di cristalli. Il rivelatore è a simmetria assiale lungo l'asse z . Le dimensioni sono date in mm*

L' *EMC* (fig. 5.18) è composto da 6580 cristalli di Ioduro di Cesio attivati al Tallio. Ogni cristallo è un tronco di piramide trapezoidale con una lunghezza, che varia con l'angolo polare, tra 16 e 17.5 lunghezze di radiazione. La faccia frontale è tipicamente di $\sim 5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$, mentre la faccia posteriore è di $\sim 6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. (fig. 5.20) I cristalli sono posizionati con una geometria semi-proiettiva in una struttura cilindrica (*barrel*) suddivisa in 48 corone in θ di 120 cristalli l'una (in ϕ). La regione in avanti del rivelatore è chiusa da una struttura separata dal *barrel*, costituita da 9 anelli di cristalli (*endcap*). Il calorimetro copre la regione $-0.78 < \cos\theta_{lab} < 0.96$.

La luce di scintillazione viene rivelata da due fotodiodi di 2 cm^2 posti sulla faccia esterna del cristallo. La calibrazione ed il controllo delle prestazioni sono realizzati con diversi sistemi: tramite impulsi immessi direttamente nell'amplificatore collegato ai fotodiodi; usando un sistema che emette impulsi luce nella regione posteriore dei cristalli e infine facendo circolare in un apposito sistema di tubature un liquido radioattivo che emette fotoni da 6 MeV in ogni cristallo. Vengono inoltre usati campioni di controllo estratti dai dati (π^0 , eventi *Bhabha* radiativi e non, $\mu^+\mu^-$ e $\gamma\gamma$). La calibrazione con eventi *Bhabha* e con la sorgente viene effettuata settimanalmente per controllare eventuali variazioni della quantità di luce.

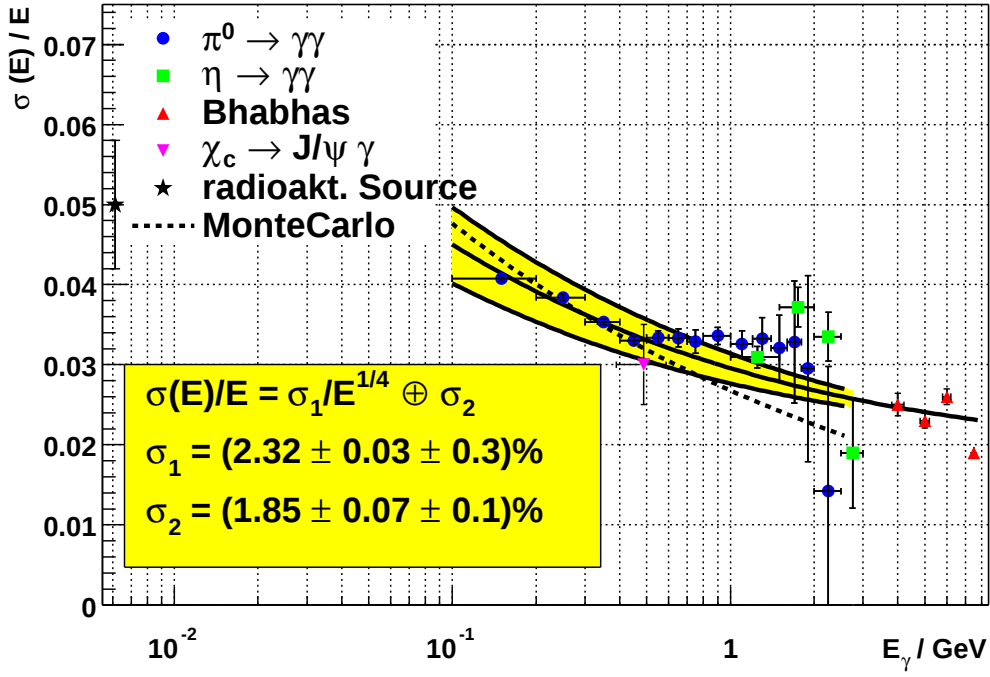


Figura 5.19: Risoluzione dell' EMC in funzione dell'energia.

La risoluzione di progetto dell' EMC è data da:

$$\sigma(E)/E(\text{GeV}) = \sigma_1 E(\text{GeV})^{-1/4} \oplus \sigma_2 \quad (5.1)$$

dove $\sigma_1 \sim 1\%$ e $\sigma_2 \sim 1.2\%$. La risoluzione $\sigma(E)/E$ può essere stimata, in intervalli di energia diversi, utilizzando la sorgente radioattiva da 6 MeV oppure con elettroni in eventi di scattering *Bhabha* ad energie più elevate.

Con la sorgente è stata misurata una risoluzione media $\sigma(E)/E \approx 5.0 \pm 0.8\%$, mentre con elettroni *Bhabha* da 7.5 GeV si ottiene $\sigma(E)/E \approx 1.90 \pm 0.07\%$.

Effettuando un fit (fig.5.19) delle misure sperimentali con la 5.1 si ottiene: $\sigma_1 \approx 2.32 \pm 0.30\%$ e $\sigma_2 \approx 1.85 \pm 0.12\%$. Il termine costante più grande di quello atteso è causato da un effetto, non ancora corretto, di *cross talk* nell'elettronica di acquisizione.

La figura 5.19 mostra la risoluzione in energia nei dati confrontata con quella aspettata dal Monte Carlo. In questo grafico sono incluse misure ottenute usando fotoni da 50 ÷ 600 MeV provenienti da decadimenti di π^0 , e fotoni da eventi *Bhabha* radiativi ($\sim 0.25 \div 3$ GeV). Nell'ultimo caso è stato tenuto in considerazione il contributo alla risoluzione dovuto al sistema di tracciamento ottenuto studiando eventi $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Eventi *Bhabha* sono stati usati anche per determinare la risoluzione angolare del calorimetro, che risulta variare tra 12 mrad e 3 mrad passando dalle basse alle alte energie,

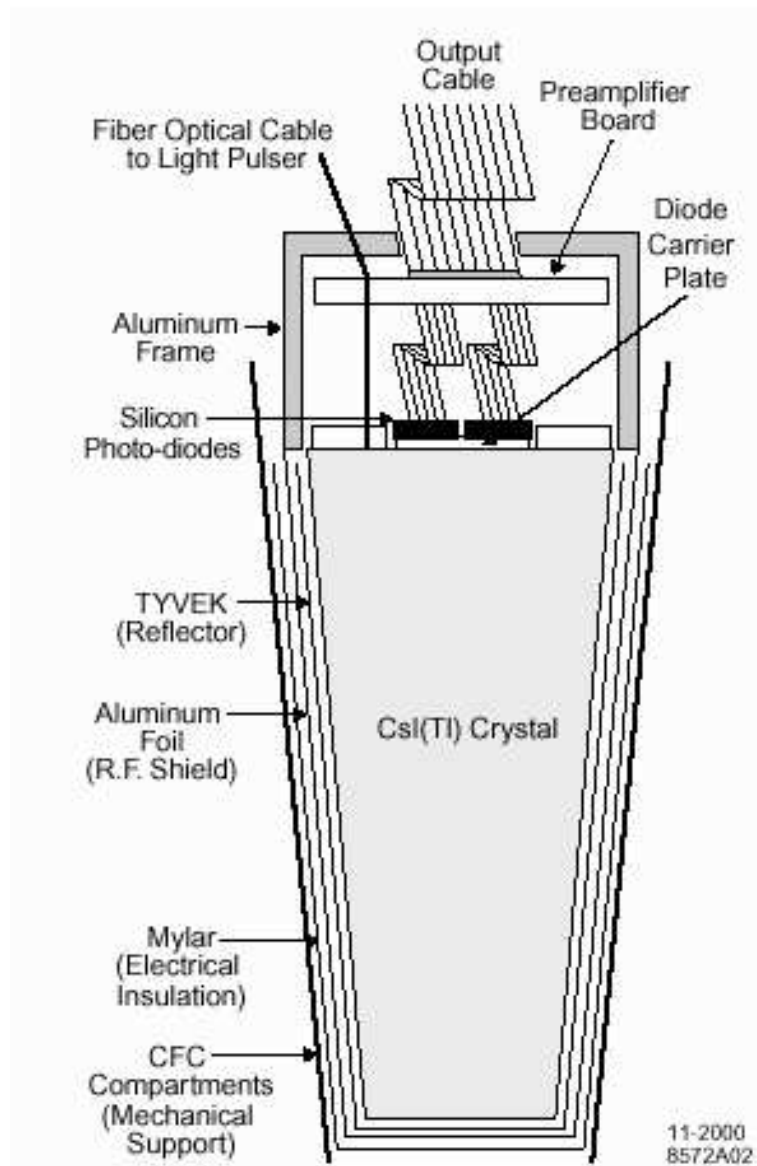


Figura 5.20: Schema di un cristallo dell'EMC.

secondo una dipendenza dall'energia descritta dalla relazione:

$$\sigma_{\theta,\phi} = \sigma_1(E/GeV)^{-1/2} + \sigma_2, \quad (5.2)$$

con $\sigma_1 = (3.87 \pm 0.07) mrad$ e $\sigma_2 = (0.00 \pm 0.04) mrad$.

5.5 L' IFR

L'identificazione dei muoni e la rivelazione degli adroni neutri (principalmente K_L^0) in un ampio intervallo di impulsi ed angoli è demandata al sottosistema chiamato IFR (*Instrumented Flux Return*).

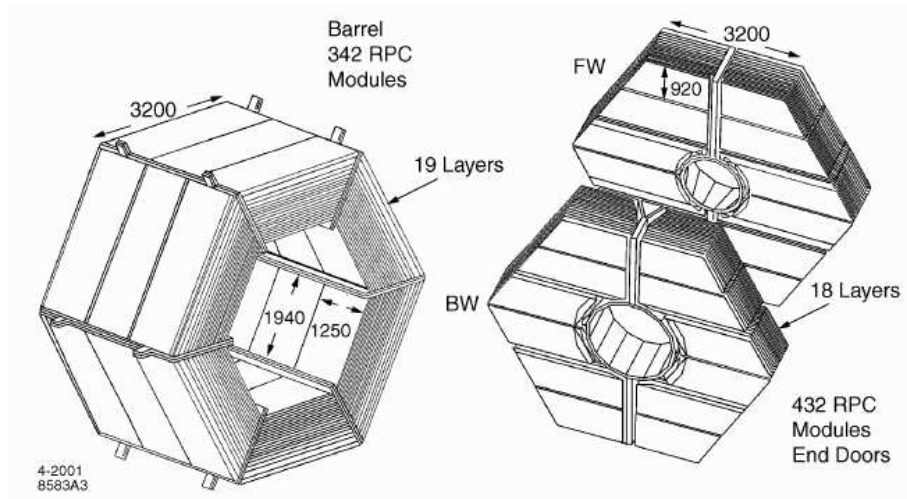


Figura 5.21: Vista dell'IFR

Come tutti i rivelatori di BABAR, anche l'IFR ha una struttura asimmetrica e la sua copertura dell'angolo polare è $17^\circ \leq \theta_{lab} \leq 150^\circ$.

L'IFR (fig. 5.21) consiste di 19 piani di *Resistive Plate Chambers* (*RPC* - [36]) nella regione cilindrica centrale (*barrel*) e 18 piani nelle regioni anteriore e posteriore. I piani di *RPC* sono alternati con le piastre di ferro che chiudono il ritorno del campo magnetico solenoidale. La struttura del ferro è suddivisa in tre parti principali: il *barrel* che circonda il solenoide, composto da 6 sestanti che si estendono radialmente da 1.820 m a 3.045 m per una lunghezza di 3.750 m; il *forward endcap* ed il *backward endcap* che coprono rispettivamente la regione anteriore (asse z positivo) o posteriore del rivelatore. In più, due *layer* di *RPC* cilindrici sono installati tra il calorimetro e il criostato del magnete per

rivelare particelle uscenti dall'EMC. Questi devono supplire alle regioni, nella coordinata ϕ , non coperte dal *barrel*. I *layer* cilindrici sono suddivisi in quattro sezioni, ognuna delle quali copre un quarto della circonferenza. Ognuna ha quattro gruppi di *RPC* con *strip* di lettura ortogonali, all'interno *strip* elicoidali $u-v$ disposte lungo le diagonali del modulo, mentre all'esterno ci sono *strip* parallele a ϕ e z .

Gli *endcap* sono di forma esagonale ed ognuno di essi è diviso verticalmente in due metà per permettere l'accesso ai sottosistemi interni. Entrambi sono forati al centro per consentire il posizionamento del tubo a vuoto e degli elementi focalizzanti di *PEP-II*.

Lo spessore delle piastre di ferro va da circa 2 cm per quelle più vicine alla regione di interazione a 10 cm per quelle più esterne, per un totale di ≥ 65 cm (corrispondenti a ~ 4 lunghezze di interazione) nel *barrel* e ≥ 60 cm negli *endcap*. La distanza nominale tra gli strati di ferro è di 3.5 cm per i *layer* più interni del *barrel* e 3.2 cm altrove. Una maggiore granularità degli strati interni rispetto agli ultimi è giustificata dal fatto che la maggior parte delle particelle rivelate nell'IFR interagiscono con le prime piastre di materiale.

La segmentazione scelta è anche il risultato di un compromesso tra il costo della struttura (proporzionale al volume) e la necessità di individuare anche muoni di basso impulso (> 700 MeV), minimizzando però la frazione di K_L^0 che non interagiscono nell'IFR. Il risultato della ottimizzazione è una segmentazione non uniforme, con lastre di ferro di spessore crescente verso l'esterno. La sezione di un *RPC* è mostrato nella figura 5.22

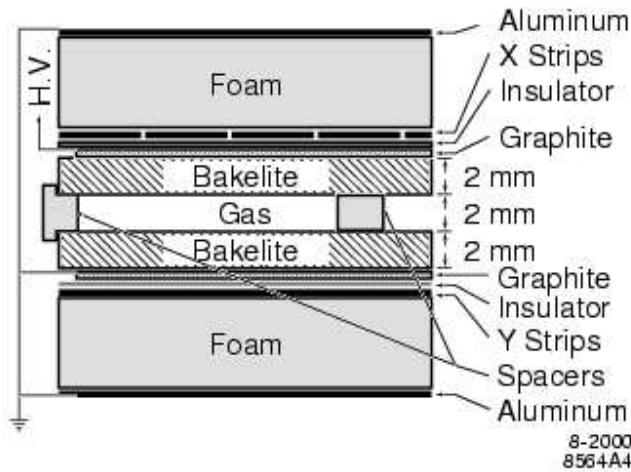


Figura 5.22: Sezione di un *RPC* planare con lo schema della connessione dell'*HV*.

In ciascun sestante del *barrel* le lastre vengono tenute assieme da una struttura in

acciaio che riduce la copertura dell'angolo solido con rivelatori attivi di circa il 7%. La copertura attiva dell'IFR è di $\approx 2000 \text{ m}^2$, per un totale di circa 900 moduli di *RPC*.

I segnali prodotti dal passaggio delle particelle nello strato gassoso degli *RPC* sono raccolti su entrambi i lati della camera per mezzo di sottili *strip* di spessore $40 \text{ }\mu\text{m}$ e larghezza variabile di qualche centrimetro. Le *strip* sono applicate in 2 direzioni ortogonali tra loro su fogli isolanti spessi $200 \text{ }\mu\text{m}$, in modo da ottenere una lettura bidimensionale. In ciascun sestante del *barrel* ogni *gap* ospita una camera. Questa consiste di 3 moduli di *RPC* di forma rettangolare. Ogni modulo è lungo $\sim 125 \text{ cm}$ nella direzione parallela ai fasci, con larghezza variabile in modo da chiudere completamente la *gap*.

Ogni camera è equipaggiata con 96 ϕ – *strip* disposte lungo l'asse z che misurano l'angolo ϕ nel *barrel*, e 96 z – *strip* ortogonali alla direzione dei fasci che a loro volta misurano la coordinata z . Le z – *strip* sono divise in tre pannelli di 32 *strip* ed ogni singola *strip* misura 3.65 cm di larghezza, con una separazione tra *strip* contigue di 0.2 cm . Anche le ϕ – *strip* sono divise in tre pannelli di 32 *strip*, di larghezza variabile da 1.78 a 3.37 cm con la posizione radiale della camera.

Questa geometria proiettiva permette di avere un numero costante di *strip* su tutti i piani, senza peggiorare le prestazioni del rivelatore poichè ogni *strip* sottende lo stesso angolo azimutale.

La miscela di gas utilizzato è composta da 56.7% di Argon, 38.8% di Freon-134a e 4.5% di Isobutano. La tensione di lavoro degli *RPC* è circa 7.5 kV .

Le piastre di ferro che separano i piani di *RPC* sono raffreddate con un sistema ad acqua che impedisce di superare una temperatura di $\sim 20^\circ\text{C}$.

Le efficienze degli *RPC* sono misurate utilizzando cosmici presi settimanalmente. L'efficienza media durante il run del 2000 è stata $\sim 78\%$ nel *barrel* e $\sim 87\%$ nel *forward endcap*, minore dell'efficienza misurata nel Giugno 1999 ($\sim 92\%$). Ora le efficienze del *barrel* sono diminuite, e sono di circa il 40%, mentre per il *forward endcap*, che è stato completamente ricostruito, sono superiore al 90%, come si vede ad esempio in figura (5.23)

Alla fine dell'estate 2004 le *RPC* dei sestanti superiore e inferiore sono state sostituite con tubi a *streamer* limitati (LST). La raccolta di dati a *SLAC* è ripresa solamente nella seconda metà dell'Aprile 2005 (**Run 5**) e quindi non si posseggono ancora dati sufficienti per poter stabilire l'efficienza e le prestazioni degli LST.

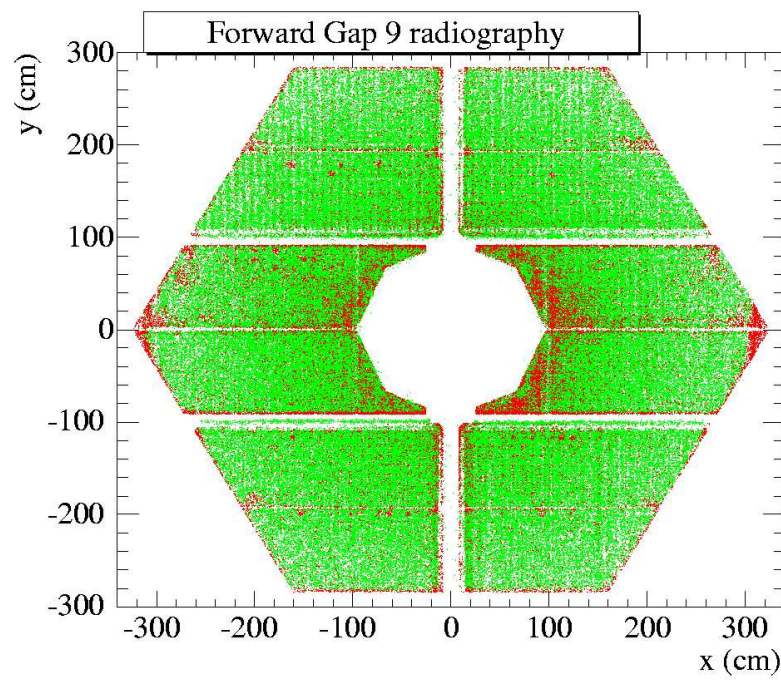


Figura 5.23: Efficienza del secondo *layer* del *forward endcap*: la scala dei colori va dal rosso al verde, dove il rosso indica efficienza zero e il verde efficienza uno

Capitolo 6

Ricostruzione dei mesoni B

La ricerca dei decadimenti $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ viene realizzata effettuando una selezione fra tutti gli eventi prodotti nelle collisioni e^+e^- all'energia della $\Upsilon(4S)$. Dopo aver ricostruito le tracce cariche e i fotoni (par. 6.1), si utilizzano dei selettori per determinare se ciascuna traccia è prodotta da un kaone, un elettrone, un muone o un pione (par. 6.1). Le tracce cariche e i candidati π^0 (par. 6.3) sono poi combinate (par. 6.2) per ricostruire il mesone D^0 (par. 6.4) nel canale di decadimento scelto. Infine sono individuati i candidati B che saranno oggetto dell'analisi (par. 6.5).

6.1 Identificazione delle tracce cariche

Gran parte delle tracce prodotte in un evento sono dovute a pioni. A causa della presenza di fondo proveniente da canali semileptonici, è stato necessario identificare oltre ai kaoni, anche gli elettroni e i muoni. L'identificazione della tracce cariche viene realizzata combinando le informazioni provenienti dai vari rivelatori e utilizzando dei selettori, implementati nel codice di ricostruzione degli eventi di *BABAR*, che forniscono diversi livelli di purezza ed efficienza.

6.1.1 Identificazione dei kaoni

I kaoni e i pioni carichi vengono prodotti in rapporto di circa 1:7 nei decadimenti del mesone B . Le variabili che sono in grado di discriminare fra le due categorie di particelle sono la perdita di energia per ionizzazione (dE/dx), misurata dal rivelatore di vertice (SVT) e dalla camera a deriva (DCH), e l'angolo Cherenkov (θ_C) della luce emessa nelle barre di quarzo del rivelatore Cherenkov (DIRC). Provenendo da rivelatori diversi, queste

informazioni possono considerarsi scorrelate.

La Fig. 6.1 mostra come dE/dx abbia un buon potere discriminante per impulsi fino a ~ 700 MeV/c nel caso della DCH e fino a ~ 600 MeV/c nel caso del SVT . Per impulsi maggiori di 700 MeV è pertanto necessario fare riferimento a θ_C , come mostra la Fig. 6.2.

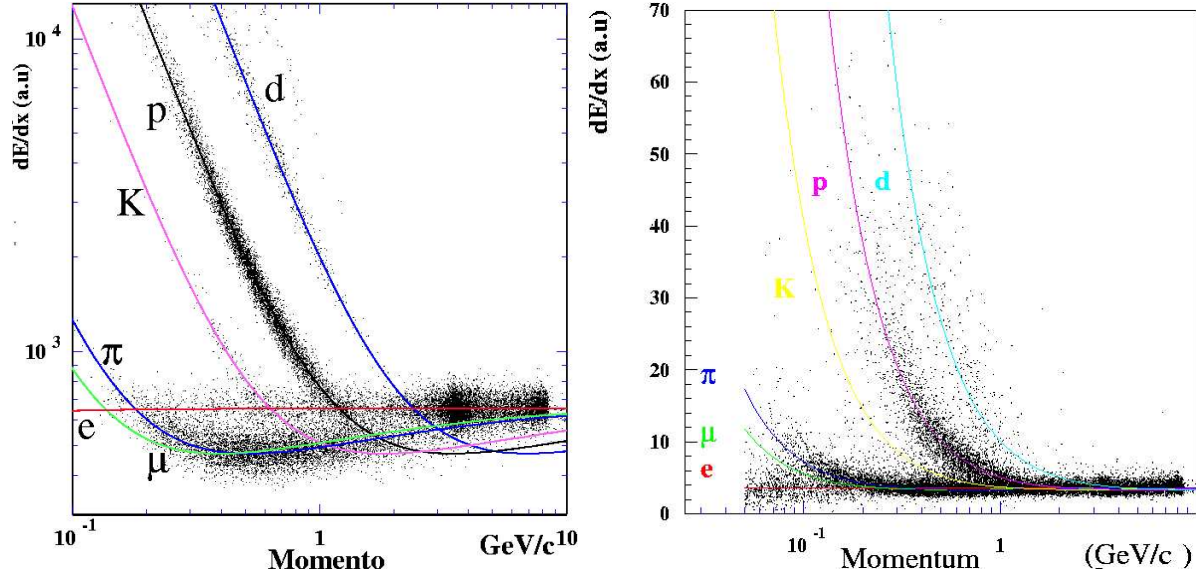


Figura 6.1: Perdita di energia per ionizzazione in funzione dell'impulso nella DCH (a sinistra) e nel SVT (a destra) per diversi tipi di particelle. Le curve continue sono gli andamenti calcolati tramite la *formula di Bethe-Bloch*.

In questa analisi non verrà usata direttamente l'informazione sull'angolo Cherenkov ed il $\frac{dE}{dx}$, ma saranno presi in considerazione dei criteri di selezione combinata sviluppati negli anni in BABAR , tramite i quali è possibile decidere se la traccia in esame è un π o un K . Il metodo consiste nel costruire, per ogni variabile discriminante, la funzione di distribuzione (*pdf*) di ogni ipotesi di particella (e , μ , π , p , K) e di combinare queste *pdf* in una *likelihood* per ogni ipotesi di particella (una *likelihood* per l'ipotesi di elettrone (L_e), una per l'ipotesi di kaone (L_K) etc). Ogni selettore verifica il livello di accordo con le diverse ipotesi di particella calcolando i rapporti L_K/L_π e L_K/L_p in cui:

- per impulsi $p < 500$ MeV/c sono combinate le misure di dE/dx ottenute dal SVT e dalla DCH;
- per impulsi $500 \text{ MeV/c} < p < 600 \text{ MeV/c}$ sono utilizzate la misura di dE/dx ottenuta dalla sola DCH;

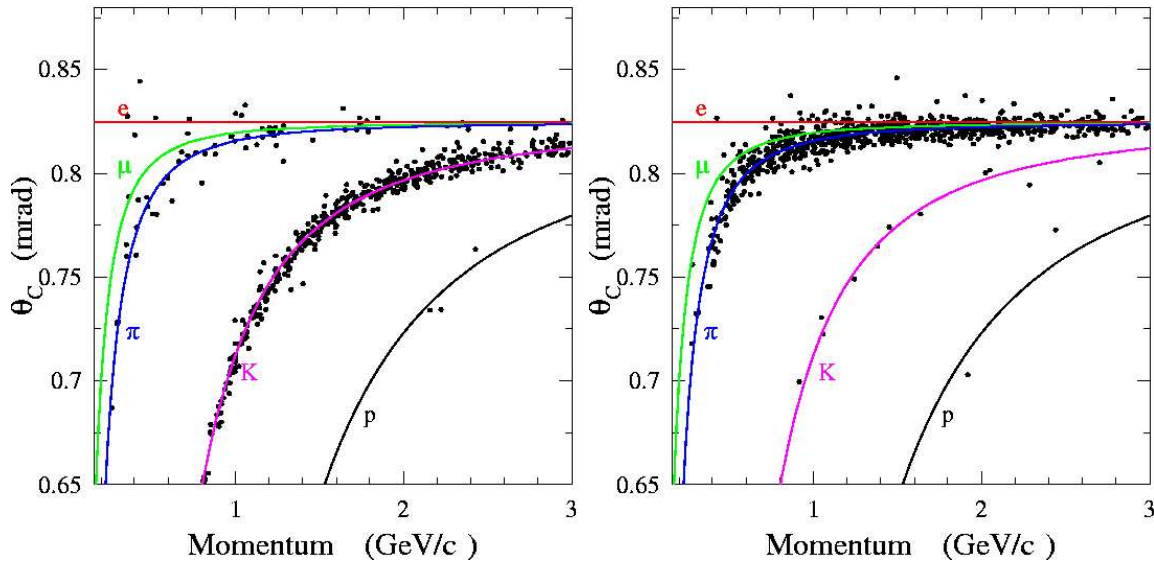


Figura 6.2: Andamento dell'angolo Cherenkov in funzione dell'impulso per un campione di riferimento di kaoni (a sinistra) e di pioni (a destra). Le curve continue sono gli andamenti tipici per diversi tipi di particelle.

- per impulsi $p > 600 \text{ MeV}/c$ è utilizzata la misura di θ_C ottenuta dal DIRC.

In questa analisi viene scelto il selettore *Tight*, come verrà spiegato meglio nel cap.7.3.3. In figura 6.3 è mostrata l'efficienza del criterio di selezione *Tight* per i kaoni. Nelle figure 6.4 e 6.5 sono mostrate le probabilità che un pione e un protone rispettivamente passino il criterio di selezione *Tight* per i kaoni.

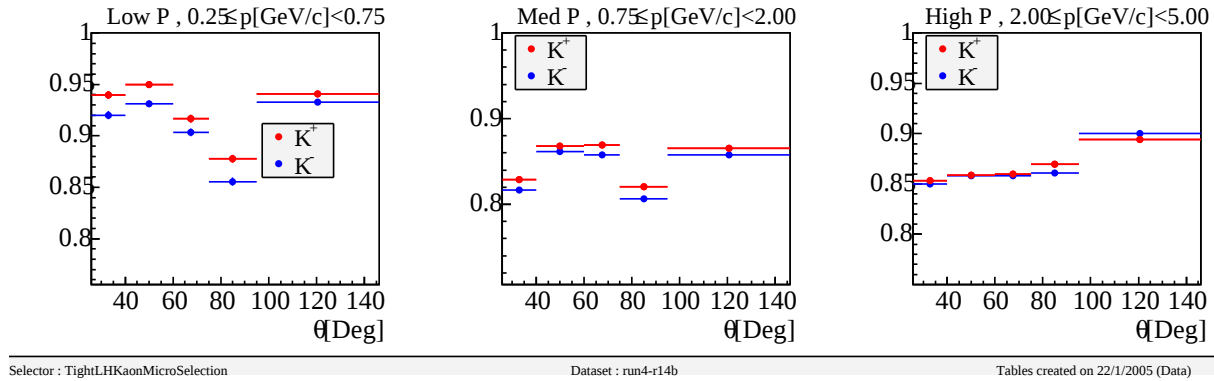


Figura 6.3: Efficienza per il criterio di selezione *Tight* dei K (ovvero probabilità di ricostruire kaoni come tali) in funzione dell'angolo polare θ e per diversi intervalli di valori dell'impulso della traccia (da sinistra: $0.25 \leq p[\text{GeV}/c] < 0.75$; $0.75 \leq p[\text{GeV}/c] < 2.00$; $2.00 \leq p[\text{GeV}/c] < 5.00$).

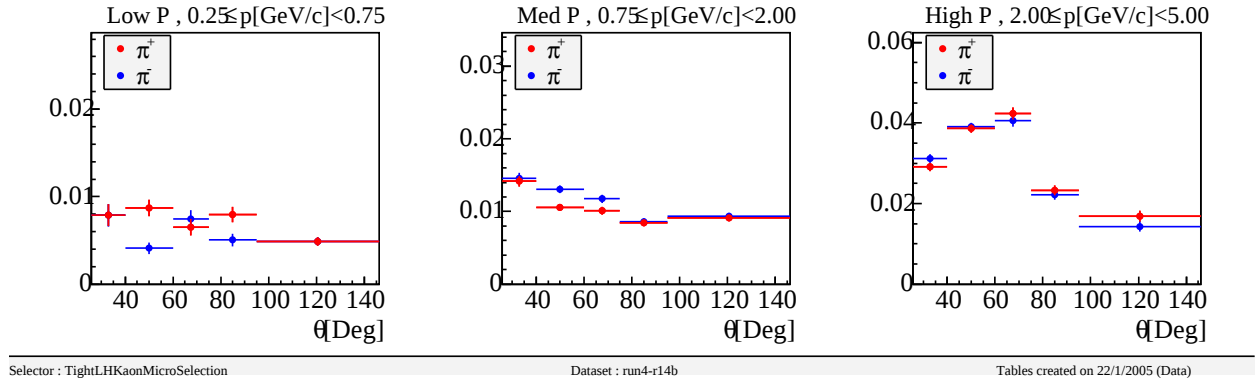


Figura 6.4: Probabilità per il criterio di selezione *Tight* dei K di ricostruire un pione come un kaone in funzione dell'angolo polare θ e per diversi intervalli di valori dell'impulso della traccia (da sinistra: $0.25 \leq p[\text{GeV}/c] < 0.75$; $0.75 \leq p[\text{GeV}/c] < 2.00$; $2.00 \leq p[\text{GeV}/c] < 5.00$).

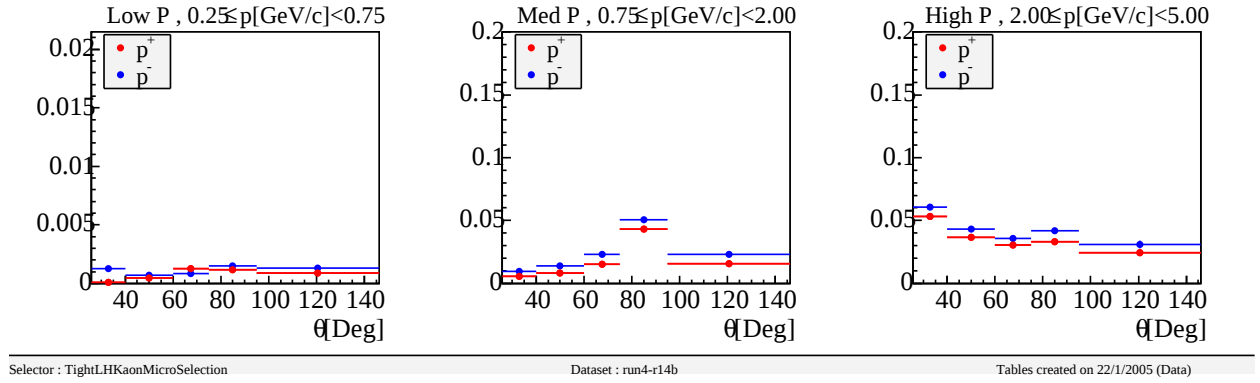


Figura 6.5: Probabilità per il criterio di selezione *Tight* dei K di ricostruire un protone come un kaone in funzione dell'angolo polare θ e per diversi intervalli di valori dell'impulso della traccia (da sinistra: $0.25 \leq p[\text{GeV}/c] < 0.75$; $0.75 \leq p[\text{GeV}/c] < 2.00$; $2.00 \leq p[\text{GeV}/c] < 5.00$).

6.1.2 Identificazione degli elettroni

L'identificazione degli elettroni è possibile grazie alle informazioni fornite dal calorimetro elettromagnetico (EMC), in quanto gli elettroni che raggiungono il calorimetro producono uno sciame e quindi depositano tutta la loro energia in alcuni dei suoi cristalli (Fig. 6.6). Anche gli adroni che giungono nel EMC interagiscono ed iniziano a produrre uno sciame. Tuttavia uno sciame elettromagnetico ha una caratteristica forma a simmetria cilindrica la cui perdita di energia ha un andamento esponenziale decrescente con l'aumentare della distanza dall'asse, mentre uno sciame adronico ha una forma irregolare. Questa diversa

struttura è dovuta al fatto che la lunghezza di interazione adronica del EMC è molto maggiore della lunghezza di radiazione elettromagnetica, pertanto solo parte dello sciame adronico rilascia energia nel EMC.

I candidati elettroni sono riconducibili ai depositi di energia compresi in un volume fiduciale, definito da $0.36\text{rad} < \theta < 2.372\text{rad}$, scelto per eliminare i bordi del EMC solo una parte dello sciame è contenuto nei cristalli.

Anche per gli elettroni esistono più selettori con caratteristiche di efficienza e purezza diverse.

Nell'analisi vogliamo ricostruire eventi $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$. Per evitare la presenza di eventi semileptonici (in cui la traccia ricostruita come kaone carico è in realtà un elettrone), viene richiesto che la traccia carica figlia del mesone B non superi il criterio *Tight* del selettore elettronico. Perché una traccia carica superi il criterio *Tight* per elettroni, essa deve avere le seguenti caratteristiche :

- La sua perdita di energia per ionizzazione dev'essere nell'intervallo $500u.a. < dE/dx < 1000u.a.$ che corrisponde ad un intervallo di circa ${}^{+11.0}_{-3.4} \sigma$ rispetto al valore centrale.
- Il numero di cristalli $N_{Crystal}$ in cui si ha deposito di energia deve soddisfare la richiesta $N_{Crystal} > 3$.
- $0.75 < E/p < 1.3$. Il rapporto E/p fra l'energia depositata nel calorimetro, E , e l'impulso della traccia misurato nella camera a deriva, p , ha una distribuzione piccata ad 1 per gli elettroni, mentre assume valori minori per adroni e muoni, i quali rilasciano solo una piccola parte della loro energia nel EMC. Tuttavia il deposito di energia nel EMC per una particella che perde poca energia per ionizzazione è circa 200 MeV, e questo limita il potere discriminante di E/p per bassi impulsi (cioè, per una particella di questo tipo che abbia $p \sim 200 \text{ MeV}/c$, E/p sarebbe vicino a 1 anche se non si tratta di un elettrone). Pertanto solo se l'impulso del candidato elettrone è : $p_{lab} > 500 \text{ MeV}/c$ viene applicato il taglio $0.75 < E/p < 1.3$.
- $0 < LAT < 0.6$. LAT è una variabile che descrive la distribuzione laterale di energia:

$$LAT = \frac{\sum_{i=3}^N E_i r_i^2}{\sum_{i=3}^N E_i r_i^2 + E_1 r_0^2 + E_2 r_0^2} \quad (6.1)$$

dove N è il numero di cristalli del calorimetro coinvolti nello sciame, E_i l'energia dell' i -esimo cristallo (con $E_i > E_{i+1}$), r_i la distanza fra ciascun cristallo coinvolto

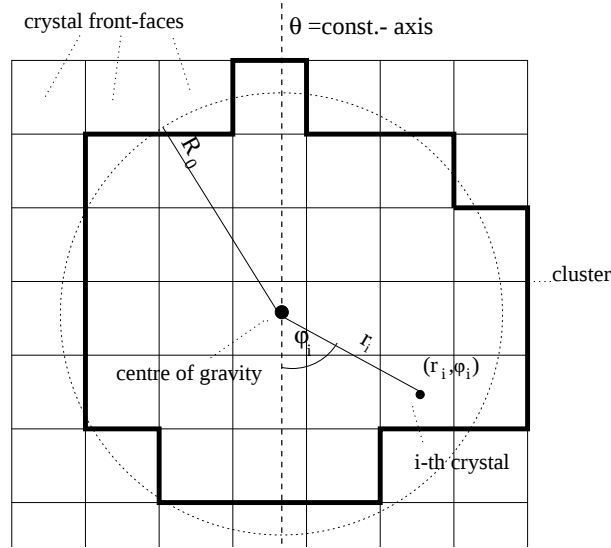


Figura 6.6: Rappresentazione della regione del calorimetro in cui avviene un deposito di energia.

e l'asse dello sciame come mostrata in Fig. 6.6 ed r_0 la distanza media tra i due cristalli più energetici (tipicamente $r_0 = 5$ cm).

Nel caso di sciame elettromagnetico la maggior parte del deposito di energia avviene in uno o due cristalli; pertanto la variabile LAT assume valori minori rispetto al caso di sciame adronici. Il taglio $0 < LAT < 0.6$ assicura una buona selezione dei pioni con alto valore di E/p .

- Si richiede: $-10 < A_{42} < 10$. Si definisce la distribuzione laterale in termini di momenti di Zernike [37]:

$$A_{nm} = \sum_{r_i \leq R_0}^n \frac{E_i}{E} \cdot f_{nm}\left(\frac{r_i}{R_0}\right) \cdot e^{-im\phi_i} \quad , \quad (6.2)$$

dove $R_0 = 15$ cm e

$$f_{nm}(\rho_i \equiv \frac{r_i}{R_0}) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)! \rho_i^{n-2s}}{s! ((n+m)/2 - s)! ((n-m)/2 - s)!} \quad ,$$

con $n, m \geq 0$ ed interi, $n - m$ pari ed $m \leq n$. Le funzioni di Zernike forniscono un'espansione indipendente dall'orientazione del sistema di coordinate laterali nel

quale ϕ_i (definito in figura 6.6) è misurata. La variazione azimuthale nella distribuzione dello sciame è coinvolta solo nei momenti con $m \geq 2$. A_{42} è l'unico momento di Zernike utilizzato dal selettore per l'identificazione degli elettroni, esso sfrutta la proprietà che gli sciame elettromagnetici nel EMC tendono ad avere una forma più regolare di quelli adronici. Le informazioni sulla distribuzione dello sciame sono complementari a quelle su E/p ; infatti gli sciame adronici che depositano una grande quantità di energia (e quindi con alto E/p) tendono ad avere grandi valori per le variabili di distribuzione dello sciame, a causa dell'irregolarità dello sciame adronico.

In figura 6.7 è mostrata l'efficienza del criterio di selezione *Tight* per gli elettroni. In figura 6.8 è mostrata la probabilità che un kaone passi il criterio di selezione *Tight* per gli elettroni.

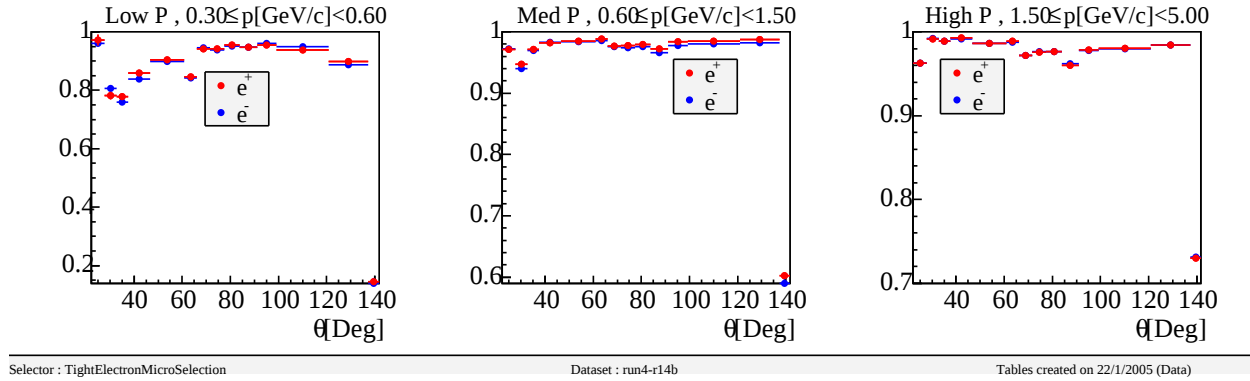


Figura 6.7: Efficienza per il criterio di selezione *Tight* degli elettroni (ovvero probabilità di ricostruire elettroni come tali) in funzione dell'angolo polare θ e per diversi intervalli di valori dell'impulso della traccia (da sinistra: $0.30 \leq p[\text{GeV}/c] < 0.60$; $0.60 \leq p[\text{GeV}/c] < 1.50$; $1.50 \leq p[\text{GeV}/c] < 5.00$).

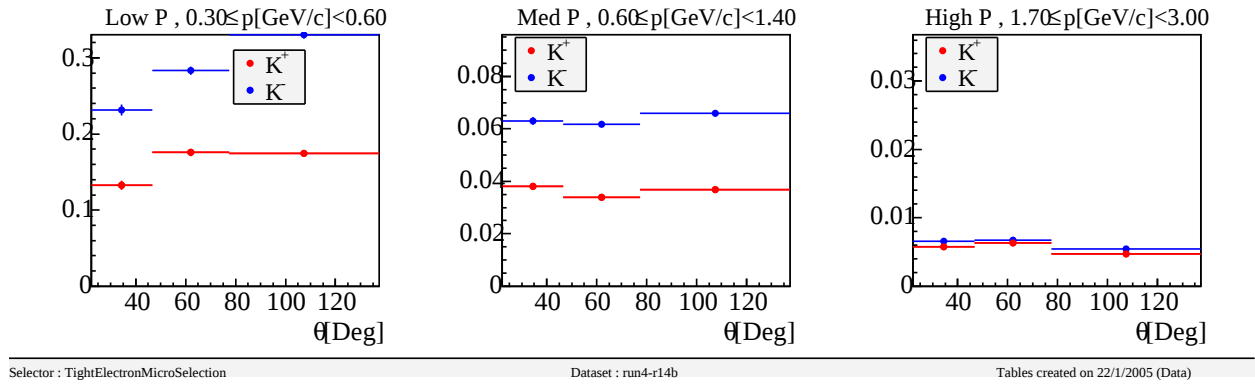


Figura 6.8: Probabilità per il criterio di selezione *Tight* dei K di ricostruire un pione come un kaone in funzione dell'angolo polare θ e per diversi intervalli di valori dell'impulso della traccia (da sinistra: $0.30 \leq p[\text{GeV}/c] < 0.60$; $0.60 \leq p[\text{GeV}/c] < 1.50$; $1.50 \leq p[\text{GeV}/c] < 5.00$).

6.1.3 Identificazione dei muoni

Il rivelatore principalmente coinvolto nell'identificazione dei muoni è l'IFR. Per associare ad ogni deposito di energia nell'IFR le informazioni raccolte dalla DCH, tutte le tracce cariche ricostruite nella DCH sono estrapolate nell'IFR considerando la curvatura della traiettoria causata dal campo magnetico. Viene calcolata l'intersezione delle tracce con i piani attivi (*layers*) e solo quelle tracce che sono vicine ad un *hit* sono associate ad un *cluster* carico.

Come spiegato nel paragrafo 6.1.2, è necessario eliminare eventi di fondo in cui la traccia carica figlia del mesone *B* non è un kaone, ma un leptone. A questo scopo si richiede che questa traccia non superi il criterio *Tight* di identificazione dei muoni. Il selettore *Tight* dei muoni utilizza le seguenti variabili:

- L'energia E_{cal} rilasciata nel calorimetro elettromagnetico: alle tracce nella regione angolare coperta da EMC ($\theta(rad) < 2.45$), viene applicato il taglio $E_{cal} < 0.5$.
- Il numero di piani attivi colpiti in un *cluster*: si richiede che sia $N_L \geq 2$.
- Il numero di lunghezze di interazione λ attraversate dalla traccia nel rivelatore *BABAR*. Essa è stimata usando l'estrapolazione della traccia fino all'ultimo piano colpito nell'IFR; si richiede che sia maggiore di 2.
- $\Delta\lambda = \lambda_{exp} - \lambda$, dove λ_{exp} è il numero di lunghezze di interazione che ci si aspetta

che la traccia attraversi nel rivelatore *BABAR* nell'ipotesi che essa sia generata da un muone e considerando le tabelle di efficienza degli RPC. Il confronto fra le due lunghezze di radiazione realizzato da questa variabile migliora l'identificazione dei muoni, perchè rende la selezione più indipendente dalle condizioni di lavoro dell'IFR e quindi costante come funzione del tempo e della distribuzione angolare. Per i muoni a bassa energia, che attraversano solo i piani più interni e dunque meno distanziati, questa variabile da sola non è sufficiente a discriminare, ma è utile se associata ad una richiesta diretta su λ . Viene imposto $\Delta\lambda < 2$.

- χ_{trk}^2 e χ_{fit}^2 , risultanti dalle procedure di *fit* per la ricostruzione delle tracce nell'IFR. La variabile χ_{trk}^2 descrive l'accordo della distribuzione degli *hit* con l'estrapolazione della traccia, χ_{fit}^2 invece ne descrive l'accordo con il polinomio di terzo ordine utilizzato per il *fit* al *cluster*. Viene chiesto che valgano le disuguaglianze $\chi_{trk}^2 < 5$ e $\chi_{fit}^2 < 3$.
- La continuità di traccia nell'IFR:

$$T_c = \begin{cases} \frac{N_L}{L_h - F_h + 1} & (\text{se } hasInner = \text{falso}) \\ \frac{N_L}{L_h - F_h} & (\text{se } hasInner = \text{vero}) \end{cases} \quad (6.3)$$

dove *hasInner* è una variabile logica che assume il valore *vero* quando il *cluster* ha un *hit* nell'RPC interno. Essa è il rapporto fra il numero effettivo di piani accesi ed il numero di piani compresi fra il primo (F_h) e l'ultimo (L_h) piano acceso. Questa variabile assume valori fra 0 ed 1 e avrebbe un picco a 1 nel caso di tracce continue se il rivelatore fosse ideale (efficienza ed accettazione angolare pari entrambe al 100%). Viene richiesto (solo per le tracce nell'intervallo di angolo polare $0.3 < \theta(rad) < 1$) che sia $T_c > 0.34$. Con questo taglio vengono eliminate le tracce generate da fondi di macchina che colpiscono i piani più esterni producendo un alto valore di λ .

- La molteplicità media $\overline{m}$ (e la deviazione quadratica media σ_m) di *strips* colpite per ogni *layer*: si richiede $\overline{m} < 8$ e $\sigma_m < 4$.

I tagli sono stati scelti attraverso valutazioni su campioni di controllo ad alta statistica. Le Fig. 6.9 e 6.10 mostrano l'efficienza e la probabilità di misidentificazione per i kaoni in funzione dell'angolo polare per diversi intervalli di valori dell'impulso.

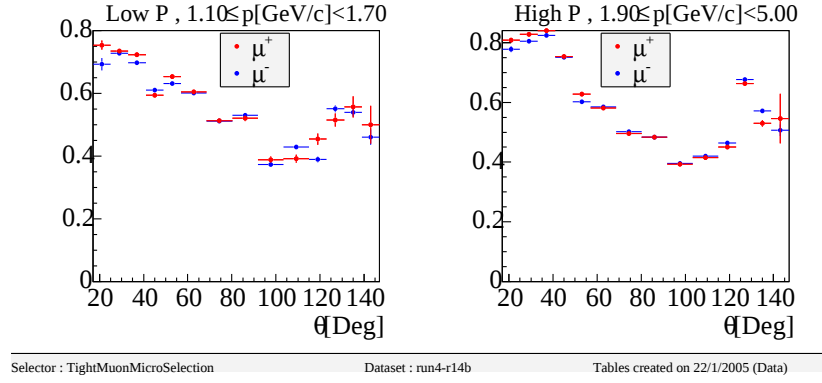


Figura 6.9: Efficienza per il criterio di selezione *Tight* dei muoni (ovvero probabilità di ricostruire muoni come tali) in funzione dell'angolo polare θ e per diversi intervalli di valori dell'impulso della traccia ($1.10 \leq p[\text{GeV}/c] < 1.70$ (sinistra); $1.90 \leq p[\text{GeV}/c] < 5.00$ (destra)).

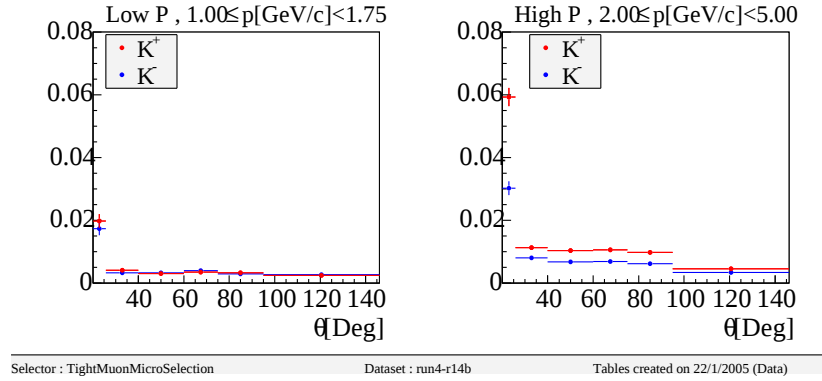


Figura 6.10: Probabilità per il criterio di selezione *Tight* dei muoni di ricostruire un kaone come un muone in funzione dell'angolo polare θ e per diversi intervalli di valori dell'impulso della traccia ($1.10 \leq p[\text{GeV}/c] < 1.70$ (sinistra); $1.90 \leq p[\text{GeV}/c] < 5.00$ (destra)).

6.2 Ricostruzione dei vertici di decadimento e *fit* cinematici

Le misure del quadrimpulso e della posizione di una particella che decade vengono ottenute combinando le tracce dei prodotti del decadimento ricostruite dal rivelatore.

La posizione in cui la particella decade viene stimata con una procedura detta *vertexing*. Si costruisce un χ^2 in cui il parametro da stimare è il punto di vertice. Essendo le tracce curvate a causa della presenza del campo magnetico, il problema è non lineare. Esso viene linearizzato cercando una soluzione locale ed iterando finché i valori del χ^2 del *fit*

al vertice fra due successive iterazioni differiscono per una quantità minore di 0.01. Il numero massimo di iterazioni permesse è sei.

La conoscenza del quadrimpulso delle particelle cariche e neutre è migliorata dall'uso di una procedura di *fit* cinematico, in cui un χ^2 viene minimizzato vincolando la massa della particella alla massa nominale e imponendo le leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso con la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.

6.3 Ricostruzione dei π^0

La ricostruzione dei π^0 avviene utilizzando i dati forniti dal calorimetro elettromagnetico sui due fotoni in cui il pione neutro decade. Ciascun fotone produce nel calorimetro uno sciame elettromagnetico, distinguibile dal uno sciame adronico per la diversa maniera in cui si sviluppa. Infatti i depositi di energia dovuti a fotoni o elettroni (che interagiscono con la materia attraverso interazioni elettromagnetiche) hanno una distribuzione omogenea; l'assorbimento nel calorimetro degli adroni è descritto dalla lunghezza di interazione adronica (che è maggiore di quella elettromagnetica). Per operare questa distinzione si richiede:

$$LAT < 0.8$$

In figura 6.11 è mostrata la distribuzione di LAT per fotoni ricostruiti.

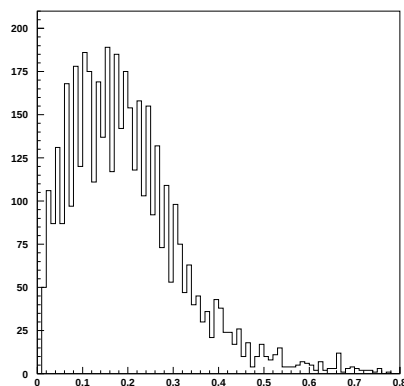


Figura 6.11: Distribuzione di LAT dei fotoni ricostruiti.

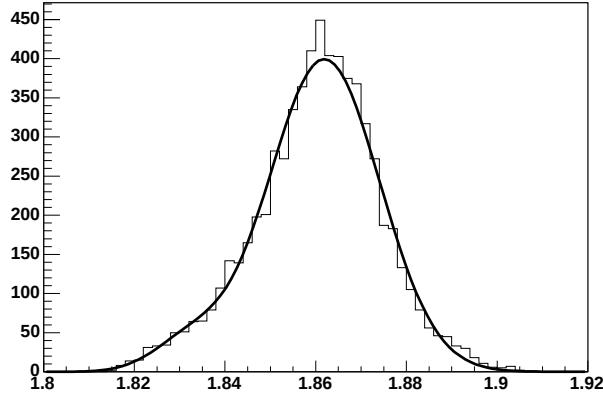


Figura 6.12: Distribuzione della massa del D^0 (GeV/c^2) per eventi di segnale simulati con una simulazione MC. La curva sovrainposta è il risultato di un *fit* con due gaussiane (la risoluzione effettiva è $\sigma_{M_{D^0}} = 0.013 \text{ GeV}/c^2$).

Per assicurarsi che lo sciame sia stato generato da un fotone e non da un elettrone si controlla che la DCH non abbia individuato una traccia che punta in direzione del deposito di energia nel calorimetro.

Una volta individuati due fotoni, ciascuno con energia associata maggiore di 30 MeV, tali che la somma totale dell'energia sia almeno 200 MeV, se la loro massa invariante risulta nell'intervallo $110 \text{ MeV}/c^2 < m_{\gamma\gamma} < 160 \text{ MeV}$ (massa nominale del π^0 ($m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2$ [11])), si afferma che essi provengono dal decadimento di un π^0 .

6.4 Ricostruzione del mesone D^0

Il mesone D^0 viene ricostruito dai suoi prodotti di decadimento $K^\pm \pi^\mp \pi^0$, combinando il candidato π^0 con le tracce cariche identificate come kaoni o pioni.

I candidati D^0 così ricostruiti devono soddisfare ulteriori richieste. La massa invariante delle particelle in cui decadono deve rientrare all'interno di una finestra di $\pm 60 \text{ MeV}$ attorno al valore nominale della massa: $m_{D^0} = (1864.5 \pm 0.5) \text{ MeV}/c^2$ [11]. Inoltre l'impulso del mesone D^0 , calcolato nel sistema di riferimento del centro di massa della $\Upsilon(4S)$, deve essere maggiore di $1.3 \text{ GeV}/c$. Infine è richiesto che la probabilità del χ^2 del *fit* al vertice individuato dai prodotti di decadimento sia maggiore di 0.001. Queste richieste permettono di eliminare contaminazioni dovute al fondo combinatorio, cioè a combinazioni casuali di tracce cariche, in particolare qualora esse provengano dai due

differenti mesoni B prodotti nell'evento.

In Fig. 6.12 è riportata la distribuzione della massa del mesone D^0 ricostruita nel canale $K^-\pi^+\pi^0$.

6.5 Ricostruzione dei mesoni B^+

Per la ricostruzione dei mesoni B vengono utilizzate due variabili cinematiche: m_{ES} e ΔE [38]. La prima è definita nel sistema del laboratorio come :

$$m_{ES} = \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s + \mathbf{p}_0 \cdot \mathbf{p}_B)^2}{E_0^2} - p_B^2} ; \quad (6.4)$$

dove $\mathbf{p}_B$ e $\mathbf{p}_0$ sono gli impulsi spaziali del candidato B e del sistema e^+e^- rispettivamente nel sistema di riferimento del laboratorio, E_0 è l'energia del fascio, s è la massa invariante al quadrato del sistema e^+e^- e p_B^2 è il modulo quadro dell'impulso p_B . Esprimendo la variabile m_{ES} nel riferimento del centro di massa del sistema e^+e^- (CM) si ottiene:

$$m_{ES} = \sqrt{E_{beam}^{*2} - p_B^{*2}} ; \quad (6.5)$$

dove p_B^{*2} è il modulo quadro dell'impulso spaziale ricostruito del mesone B nel riferimento CM e E_{beam}^* è l'energia nominale. La variabile m_{ES} è dunque la massa calcolata utilizzando l'energia nominale del mesone B anzichè quella ricostruita.

ΔE è espressa, in forma invariante di Lorentz, come:

$$\Delta E = \frac{(2q_B q_0 - s)}{2\sqrt{s}} ; \quad (6.6)$$

dove $\sqrt{s} = 2E_{beam}^*$ è l'energia nel CM, q_B è il quadrimpulso del B e q_0 è il quadrimpulso del sistema e^+e^- , cioè $q_0 = q_{e^+} + q_{e^-}$. Nel CM l'espressione diventa :

$$\Delta E = E_B^* - E_{beam}^* ; \quad (6.7)$$

dove E_B^* è l'energia ricostruita del B . Dunque questa variabile esprime la differenza fra l'energia ricostruita e l'energia aspettata del B .

Le variabili m_{ES} e ΔE sono scorrelate, come mostra la Fig. 6.13 relativa ad eventi di fondo continuo (par. 7.2.1). Nella stessa figura è presentata anche la distribuzione di ΔE in funzione di m_{ES} per il segnale; anche in questo caso le variabili sono scorrelate. Gli eventi di segnale, a differenza che per eventi di fondo, si concentrano nella regione:

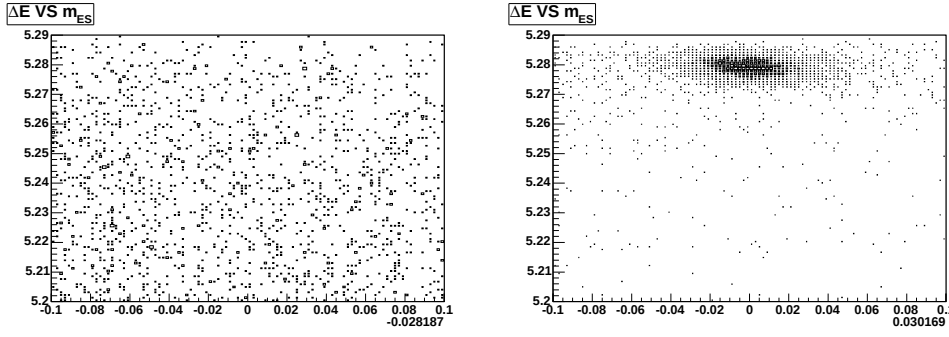


Figura 6.13: A sinistra viene mostrata la distribuzione della variabile ΔE in funzione di m_{ES} per eventi di fondo continuo ottenuta da dati *off-resonance* (il coefficiente di correlazione tra le due variabili è ~ -0.03); a destra, invece, viene mostrata la medesima distribuzione per il segnale, ottenuta dalla simulazione Monte Carlo (il coefficiente di correlazione tra le due variabili è ~ 0.03).

$$5.2725 \text{ GeV}/c^2 < m_{ES} < 5.2875 \text{ GeV}/c^2 \quad e \quad |\Delta E| < 0.05 \text{ GeV} ;$$

cioè in un intervallo di $\pm 3\sigma$ in m_{ES} e $\pm 3\sigma$ in ΔE attorno ai valori aspettati ($\sigma_{m_{ES}} = 0.0028 \text{ GeV}/c^2$ e $\sigma_{\Delta E} = 0.017 \text{ GeV}$). Pertanto non si rischia di perdere informazioni sul segnale richiedendo che i valori delle variabili m_{ES} e ΔE per i candidati B siano contenuti all'interno dei seguenti intervalli:

$$5.2 \text{ GeV}/c^2 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2 \quad e \quad |\Delta E| < 0.2 \text{ GeV} ;$$

In figura 6.13 sono mostrate le distribuzioni per m_{ES} e ΔE per eventi di segnale simulati tramite una simulazione MC. La variabile m_{ES} è costruita a partire dagli impulsi delle tracce e dall'energia dei fasci (quantità determinabili sperimentalmente con grande precisione), per questo la distribuzione di m_{ES} è molto stretta (la sua risoluzione è $\sigma_{m_{ES}} = 0.003 \text{ GeV}/c^2$) e dipende quasi esclusivamente dalla precisione con cui si conoscono le energie dei fasci (la risoluzione per E_{beam}^* è misurata su campioni ad alta statistica di mesoni B ricostruiti ed è: $\sigma_{E_{beam}^*} = 2.6 \text{ MeV}/c$). La distribuzione di ΔE invece è costruita a partire dall'energia delle varie tracce (per cui la risoluzione intrinseca della misura è maggiore che per gli impulsi) per questo la distribuzione di ΔE è più larga ed è diversa a seconda del canale di decadimento che si considera. In figura 6.14 è mostrato il *fit* ottenuto per ΔE con una somma di due gaussiane, la risoluzione effettiva è $\sigma_{\Delta E} = 0.017 \text{ GeV}/c^2$.

6.5.1 Scelta del miglior candidato B

È possibile che in un evento ci siano più candidati B , cioè più combinazioni delle tracce

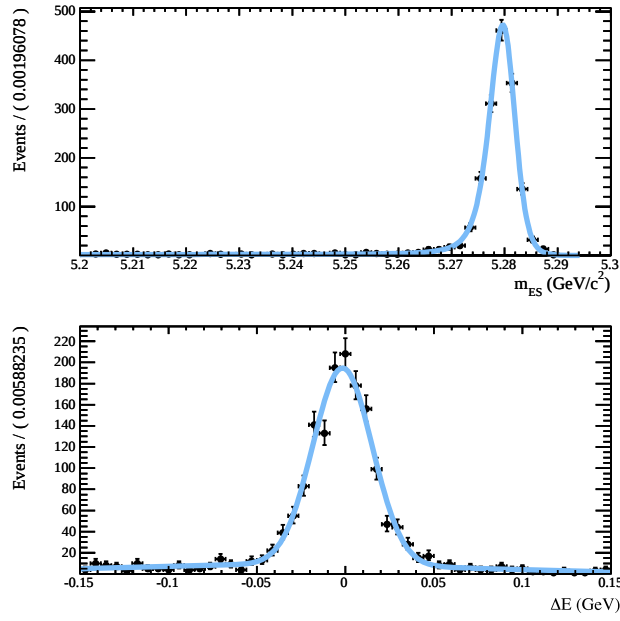


Figura 6.14: Distribuzioni delle variabili m_{ES} e ΔE per il segnale ottenute con la simulazione MC.

con cui è possibile ricostruire la catena di decadimento. Se i candidati B sono ricostruiti a partire da candidati D diversi, si sceglie il candidato ricostruito tramite il D^0 che presenta il χ^2 minimo. Il χ^2 , in questo ambito, è definito come:

$$\chi^2 = \left(\frac{M_{D^0} - M_{D^0}^{PDG}}{\sigma(M_{D^0})} \right)^2$$

dove $\sigma(M_{D^0})$ è valutata propagando la matrice di covarianza prodotta dal *fit* alle tracce e dal *vertexing* applicato nella ricostruzione. Nel caso in cui vi siano più candidati B ricostruiti a partire dallo stesso D , allora si sceglie quello che ha il valore di ΔE minore. Poichè l'estrazione del numero di eventi avviene tramite un *fit* che utilizza variabili correlate da ΔE (come esposto in dettaglio nel capitolo 8), questa scelta non condiziona il risultato finale.

Capitolo 7

Selezione degli eventi

$$B^+ \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^+$$

In questa analisi vogliamo misurare il rapporto (R_{ADS} , come definito in 2.1) tra le due frazioni di decadimento $\mathcal{BR}(B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm)$ e $\mathcal{BR}(B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm)$. Cerchiamo cioè eventi in cui il decadimento di un mesone B^+ in un mesone D^0 (o $\overline{D}^0$) e in un kaone K^+ è seguito dal decadimento del mesone D^0 (o $\overline{D}^0$) in uno stato finale composto da un kaone e un pione carichi e da un pione neutro. Si vuole misurare in particolare il rapporto tra il numero di eventi in cui il segno del kaone carico prodotto nel decadimento del mesone D è opposto al segno del kaone prodotto (modo di segnale) nel decadimento del mesone B e il numero di eventi in cui il segno dei due è concorde (modo di normalizzazione).

Il basso numero di eventi aspettati per segnale di interesse rende particolarmente importante la scelta dei criteri di selezione utilizzati per eliminare il fondo. Per ottimizzare questa scelta è necessario caratterizzare il fondo cioè identificarne le tipologie.

7.1 Preselezione degli eventi

Una parte dei dati raccolti dall'esperimento sono eventi dovuti ad interazioni del fascio con il gas contenuto nella *beam-pipe* o con le pareti di quest'ultima, e non a collisioni e^+e^- . Molti eventi, inoltre, sono processi *Bhabha* o eventi di fondo continuo (descritti nel par. 7.2.1) e non eventi $B\overline{B}$. Per ridurre la contaminazione da questi eventi e la quantità di dati da processare viene applicata una preselezione.

Consideriamo un sistema di riferimento destrorso solidale con il laboratorio (LAB) con asse z lungo la direzione del fascio di elettroni e asse y lungo la verticale con origine

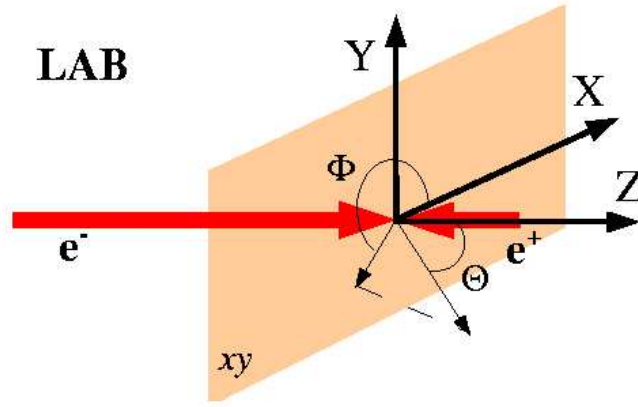


Figura 7.1: Sistema di riferimento del laboratorio.

nel punto di interazione nominale e rivolto verso l'alto (Fig. 7.1). L'angolo polare θ è misurato dall'asse z mentre quello azimuthale ϕ dall'asse x . La preselezione richiede che l'evento abbia almeno tre tracce cariche rivelate dalla camera a deriva contenute nella regione angolare $0.41\text{rad} < \theta < 2.54\text{rad}$ (per eliminare eventi dovuti a processi *Bhabha*). Per queste tracce viene inoltre richiesto che l'impulso sia minore di 10 GeV/c (per evitare la ricostruzione di tracce finte) e, per eliminare eventi di fondo dovuti ad interazione *beam-gas*, che esse soddisfino i criteri:

- La distanza di ciascuna traccia dall'asse dei fasci, misurata nel piano xy ortogonale ai fasci, può essere al massimo 1.5 cm, mentre il modulo della coordinata z lungo i fasci deve essere minore di 10 cm.
- La distanza fra la posizione media del punto di interazione e il vertice primario ricostruito con le tracce selezionate può essere al più 0.5 cm nel piano xy e 6 cm lungo la direzione dell'asse z .
- Nella procedura di calcolo del vertice primario, le tracce che aumentano il valore del χ^2 sono rimosse finché la probabilità del χ^2 diventa maggiore dell' 1% oppure rimangono solo due tracce.

I depositi di energia maggiori di 30 MeV nella regione $0.41\text{rad} < \theta < 2.41\text{rad}$, per i quali la forma dello sciame è consistente con l'ipotesi di interazione elettromagnetica e che non sono associati a tracce cariche, sono identificati come fotoni.

Tracce cariche e candidati neutri di un evento devono inoltre avere un' energia totale maggiore di 4.5 GeV.

Allo scopo di eliminare una frazione cospicua degli eventi di fondo continuo (par. 7.2.1) nella preselezione, viene richiesto che il secondo momento di Fox-Wolfram normalizzato (R_2) [39] sia minore di 0.5. R_2 è una variabile che contiene informazioni sulla topologia dell'evento, essa ha una distribuzione diversa per eventi di segnale $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow b\bar{b}$, caratterizzati da una struttura isotropa, ed eventi di continuo, che hanno struttura a getto(come è spiegato in 7.2.1).

Il momento di Fox-Wolfram di ordine l è definito come:

$$H_l = \sum_{i,j} \frac{|p_i| |p_j| P_l(\cos\theta_{ij})}{E_{vis}^2} \quad (7.1)$$

con P_l polinomi di Legendre (par. 7.3.1), p_i p_j impulsi delle tracce, θ_{ij} angolo fra le tracce i e j , E_{vis}^2 energia visibile dell'evento. Trascurando le masse delle particelle, la conservazione del quadrimpulso richiede che $H_0=1$. Per il continuo $H_1=0$, $H_l \approx 1$ per l pari e $H_l \approx 0$ per l dispari.

Il secondo momento di Fox-Wolfram normalizzato R_2 è definito come:

$$R_2 = \frac{H_2}{H_0} \quad (7.2)$$

e quindi per il continuo la distribuzione di R_2 è più spostata verso 1 rispetto al caso del segnale (vedi Fig. 7.2).

7.2 Caratterizzazione del fondo

Le caratteristiche degli eventi che passano la preselezione pur non essendo di segnale sono state studiate analizzando dei campioni di eventi di fondo e di segnale simulati con una tecnica Monte Carlo (tabella 7.1). Questi sono stati sottoposti ai criteri di preselezione e gli eventi che li hanno superati sono stati analizzati in modo da conoscerne le diverse caratteristiche e sviluppare strategie che permettano di discriminare gli eventi di fondo da quelli di segnale.

Il fondo presente in questi canali è di due tipi: fondo combinatorio dovuto a eventi $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, $c\bar{c}$ (detto continuo perché costante al variare di $\sqrt{s}$) e fondo proveniente da coppie di mesoni B .

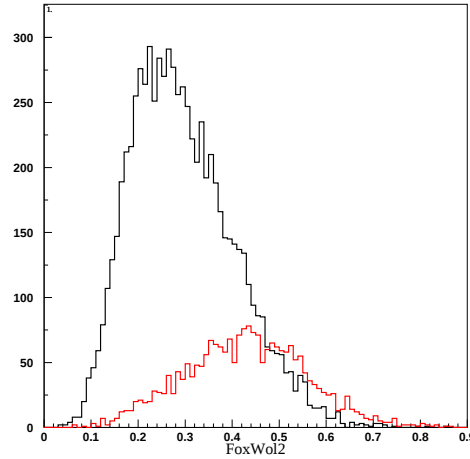


Figura 7.2: Distribuzione della variabile R_2 nel caso del Monte Carlo di segnale (linea scura) e nel caso di Monte Carlo di fondo continuo (linea chiara).

7.2.1 Fondo combinatorio continuo

Questo fondo è dovuto a eventi di tipo $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (dove q è un quark u, d, s o c) in cui non è presente un mesone B , ma i candidati vengono ricostruiti da combinazioni casuali di tracce presenti nell'evento.

Le collisioni e^+e^- avvengono all'energia di produzione della $\Upsilon(4S)$, a causa della differenza di energia del fascio di elettroni e di quello di positroni, questa viene prodotta con un *boost* ($\beta\gamma = 0.56$). Per produrre una coppia di mesoni B alla $\Upsilon(4S)$ è necessario utilizzare quasi tutta l'energia disponibile ($m_{\Upsilon(4S)} = 10.58 \text{ GeV}/c^2$, $m_B \sim 5.279 \text{ GeV}/c^2$) ed essi vengono prodotti praticamente fermi nel sistema del centro di massa (hanno un impulso medio $p_B \approx 330 \text{ MeV}/c$). Dunque, nei casi in cui si ha la produzione di una coppia di mesoni B , i prodotti di decadimento sono distribuiti (nel sistema del centro di massa) in modo isotropo nello spazio. Per gli eventi del fondo continuo i due quark vengono invece emessi nel sistema del centro di massa lungo uno stesso asse in direzione opposta. Tutti i prodotti di decadimento derivanti dall'adronizzazione dei due quark sono disposti intorno a questo asse: l'evento assume quindi una struttura simile a un getto (*jet*).

Le caratteristiche di questi eventi sono studiate su abbondanti campioni Monte Carlo. È inoltre a disposizione un campione di dati *off-resonance* (15.8 fb^{-1}), ovvero raccolti a un'energia del centro di massa minore di 40 MeV rispetto all'energia necessaria per

produrre la $\Upsilon(4S)$ (situazione nella quale la produzione di coppie $b\bar{b}$ è energeticamente proibita). Questi sono utilizzati per validare la simulazione e lo studio del fondo continuo.

7.2.2 Fondo $B\bar{B}$

Questo fondo è composto da eventi $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ in cui il mesone B decade in canali di decadimento diversi da quelli di segnale. In questo caso la maggior parte delle tracce proviene da un B reale e i candidati B ricostruiti hanno una cinematica vicina a quella del mesone B . La distribuzione della variabile m_{ES} per questi eventi può quindi presentare un picco simile a quello del segnale. In tabella 7.1 sono mostrati il numero di eventi e la luminosità equivalente per i diversi campioni di eventi simulati con simulazioni Monte Carlo.

Campione	Numero di eventi	Sezione d'urto	Luminosità equivalente
Monte Carlo B^+B^-	$19 \cdot 10^6$	0.55nb^{-1}	1ab^{-1}
Monte Carlo $B^0\bar{B}^0$	$11 \cdot 10^6$	0.55nb^{-1}	896fb^{-1}
Monte Carlo $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	$14 \cdot 10^6$	2.09nb^{-1}	332fb^{-1}
Monte Carlo $c\bar{c}$	$29 \cdot 10^6$	1.30nb^{-1}	188fb^{-1}

Tabella 7.1: Numero di eventi che hanno passato i criteri di preselezione e luminosità equivalenti, per i diversi campioni di eventi simulati.

7.3 Reiezione del fondo continuo

Il fondo combinatorio continuo è composto da eventi di natura diversa da quelli di segnale (che sono eventi $B\bar{B}$) e vi sono molte variabili di forma dell'evento che hanno distribuzioni sensibilmente diverse nei due casi e quindi permettono di distinguere il fondo continuo dal segnale.

In questo paragrafo sono elencate le variabili utilizzate per discriminare il segnale dal fondo continuo; per ognuna di queste sono mostrate le distribuzioni per eventi simulati di segnale, eventi simulati di fondo continuo ed eventi simulati di fondo $B\bar{B}$ (figure 7.3, 7.5, 7.7, 7.9, 7.11, 7.13, 7.15). Vengono inoltre mostrate le distribuzioni di ciascuna variabile per i dati *off-resonance*, utilizzate come validazione delle distribuzioni ottenute per gli eventi simulati di fondo continuo (figure 7.4, 7.6, 7.8, 7.10, 7.12, 7.14, 7.16). In generale si osserva un buon accordo di forma tra le distribuzioni per gli eventi simulati e i dati *off-resonance*.

7.3.1 Studio delle variabili discriminanti

Le variabili prese in considerazione al fine di discriminare gli eventi di fondo continuo da quelli di segnale sono:

- $\cos(\theta_{thrust})$ (figure 7.3 e 7.4), il coseno dell'angolo tra la direzione del B e l'asse di $thrust$ del resto dell'evento. Si definisce asse di $thrust$ di un insieme di particelle la direzione che massimizza la somma degli impulsi longitudinali di tutte le particelle. Un evento di fondo continuo si sviluppa lungo una direzione preferenziale, a differenza degli eventi $B\bar{B}$ che sono isotropi nello spazio. Nel caso di fondo continuo dunque, la variabile $\cos(\theta_{thrust})$ sarà più probabilmente prossima a 1 ed essa sarà invece distribuita uniformemente nel caso di eventi $B\bar{B}$.
- $\cos(\theta_{CM}^B)$ (figure 7.5 e 7.6), il coseno dell'angolo polare della direzione del mesone B rispetto all'asse dei fasci (asse z) nel sistema di riferimento del centro di massa della $\Upsilon(4S)$. Il decadimento di un vettore in due mesoni pseudoscalari (che è il caso della $\Upsilon(4S)$ che decade in $B\bar{B}$) avviene in onda p e comporta una distribuzione non uniforme per l'angolo di emissione del B rispetto all'asse z . Per il segnale $\cos(\theta_{CM}^B)$ è distribuito secondo un'andamento $\sin^2(\theta_{CM}^B)$, per il fondo continuo l'andamento è invece della forma $1 + \cos^2(\theta_{CM}^B)$ a causa della conservazione dell'elicità nel processo $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$.
- **Momenti di Legendre**, L_0 e L_2 (figure 7.7, 7.8, 7.9 e 7.10). Sono variabili che tengono conto della forma dell'evento. Per costruirle si dividono le tracce cariche e i neutri in due categorie: quelle provenienti dal mesone B e quelle appartenenti al resto dell'evento (rde). I momenti di Legendre sono definiti come:

$$L_0 = \sum_{i=0}^{rde} p_i ,$$

$$L_2 = \sum_{i=0}^{rde} p_i \cdot \frac{1}{2} \cdot (3 \cos^2(\theta_i) - 1) ,$$

dove p_i e θ_i sono i moduli degli impulsi e gli angoli delle tracce considerate.

- $\cos(\theta_{hel}^B)$, il coseno dell'angolo di elicità del B (figure 7.11 e 7.12). L'angolo di elicità del mesone B che decade in $D^0 K^+$ è definito come l'angolo, nel sistema di riferimento in cui il D^0 è a riposo, tra la direzione del mesone B e la direzione del kaone.

- Δz , la differenza delle coordinate z dei vertici delle due B nell'evento (figure 7.13 e 7.14). A causa della vita media del mesone B ($\tau_{B^+} = 1.65 \cdot 10^{-12}s$, $\tau_{B^0} = 1.56 \cdot 10^{-12}s$), la distribuzione di questa variabile è più larga per eventi in cui sono presenti veri B rispetto a eventi di fondo continuo (risoluzione). Per eventi in cui a decadere è un mesone B , questa variabile avrà un andamento di un esponenziale decrescente. A causa della risoluzione sperimentale ($\sim 1.1ps$), osserviamo questa distribuzione convoluta con una gaussiana. Per il fondo continuo non è presente l'andamento esponenziale e si osserva solo l'effetto della risoluzione. Per questo la variabile presenta una distribuzione con più eventi nelle code nel caso del segnale rispetto al caso del fondo continuo.
- **Distanza di massimo avvicinamento**, abbreviata con DOCA, dall'inglese: *Distance Of Closest Approach* (figure 7.15 e 7.16). La distanza tra il kaone figlio del mesone B e la direzione di volo del mesone D^0 nel punto di massimo avvicinamento. Per eventi di segnale il mesone D e il kaone sono i due prodotti di decadimento del mesone B . Nel sistema di riferimento in cui il B è a riposo essi hanno impulso spaziale uguale e opposto, dunque ci si aspetta che il valore della DOCA sia 0. Per eventi di continuo il mesone D e il kaone non provengono dal decadimento di una stessa particella e DOCA avrà un valore casuale, dunque questa variabile ha un potere discriminante.

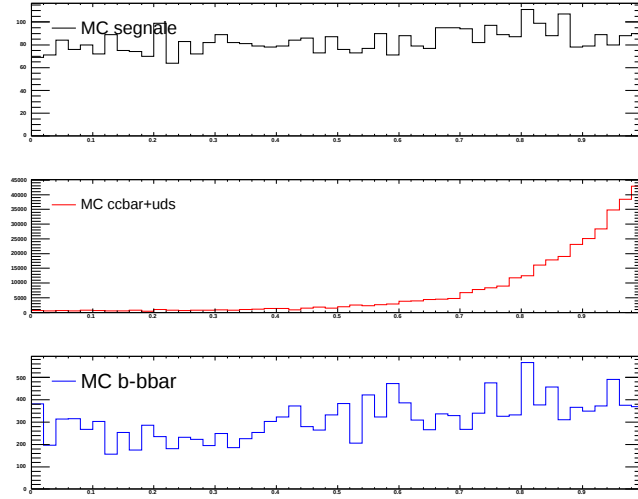


Figura 7.3: Distribuzione della variabile $\cos(\theta_{thrust})$ per eventi simulati di segnale, fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, $c\bar{c}$ e fondo $B\bar{B}$.

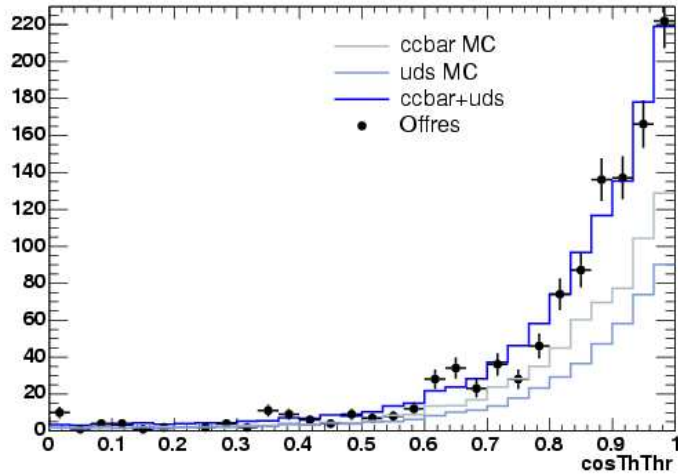


Figura 7.4: Distribuzione della variabile $\cos(\theta_{thrust})$ per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8 fb^{-1}$.

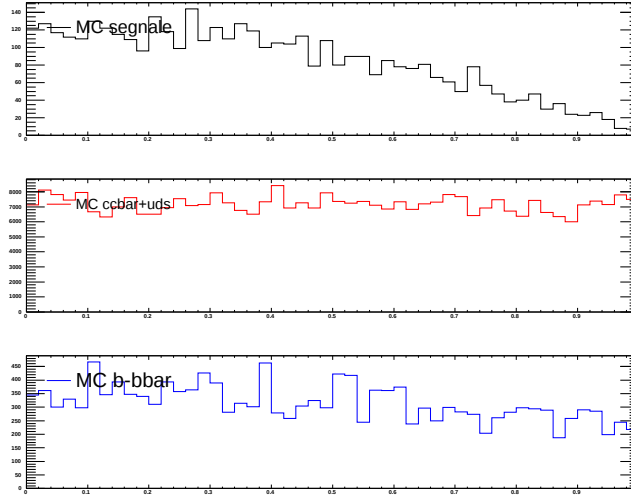


Figura 7.5: Distribuzione della variabile $\cos(\theta_{CM}^B)$ per eventi simulati di segnale, fondo continuo e fondo $B\bar{B}$.

h5

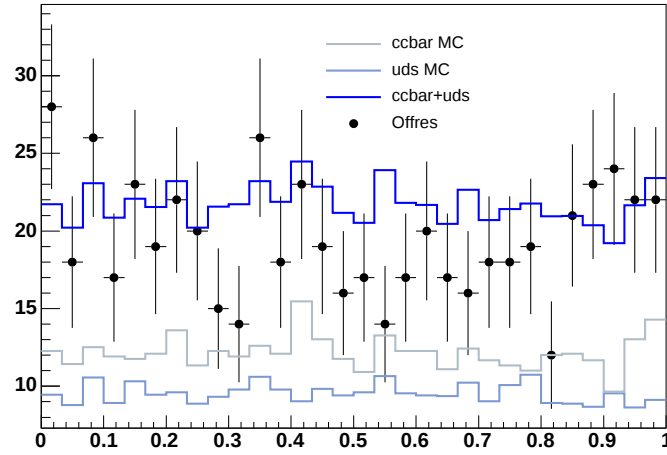


Figura 7.6: Distribuzione della variabile $\cos(\theta_{CM}^B)$ per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8 fb^{-1}$.

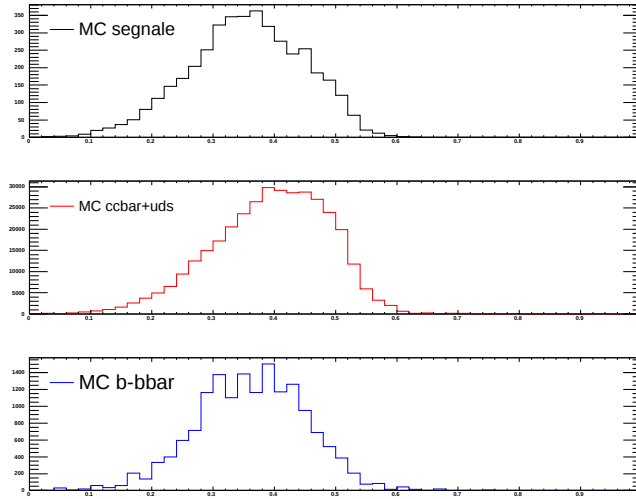


Figura 7.7: Distribuzione della variabile L_0 per eventi simulati di segnale, fondo continuo e fondo $B\bar{B}$.

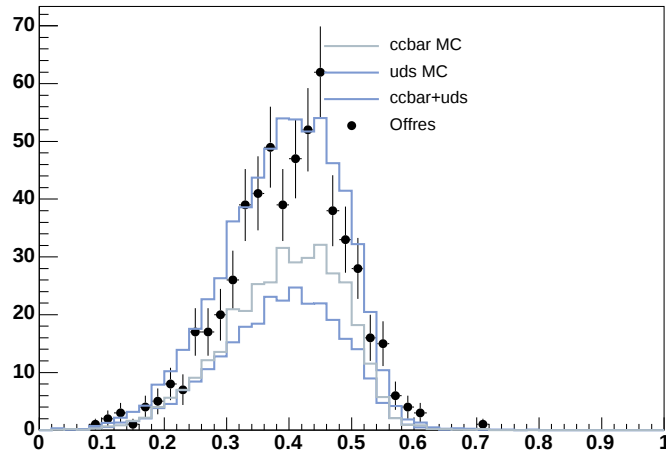


Figura 7.8: Distribuzione della variabile L_0 per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8 fb^{-1}$.

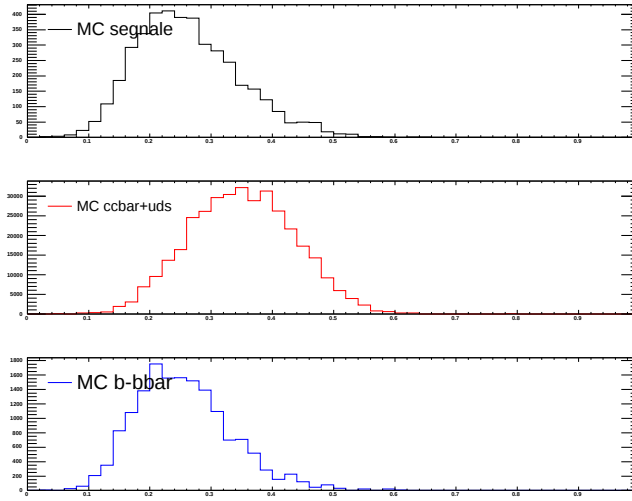


Figura 7.9: Distribuzione della variabile L_2 per eventi simulati di segnale, fondo continuo e fondo $b\bar{b}$.

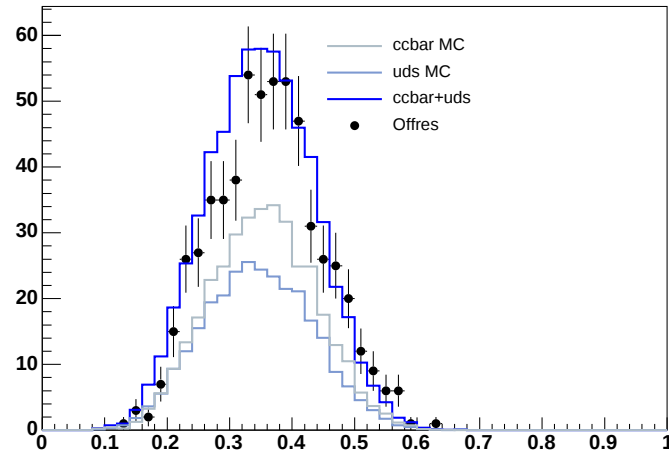


Figura 7.10: Distribuzione della variabile L_2 per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8fb^{-1}$.

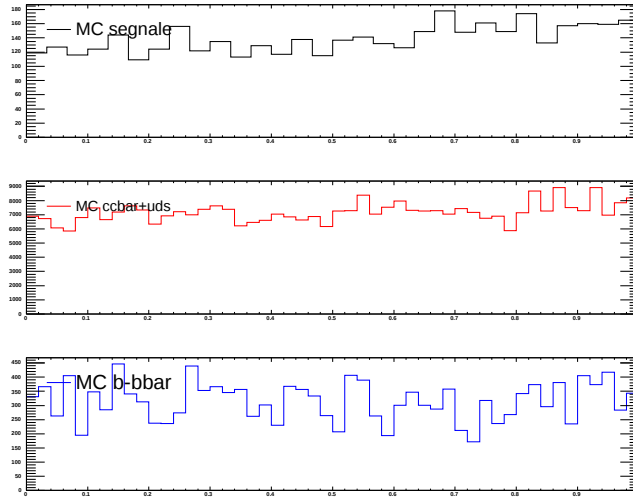


Figura 7.11: Distribuzione della variabile $\cos(\theta_{hel}^B)$ per eventi simulati di segnale, fondo continuo e fondo $b\bar{b}$.

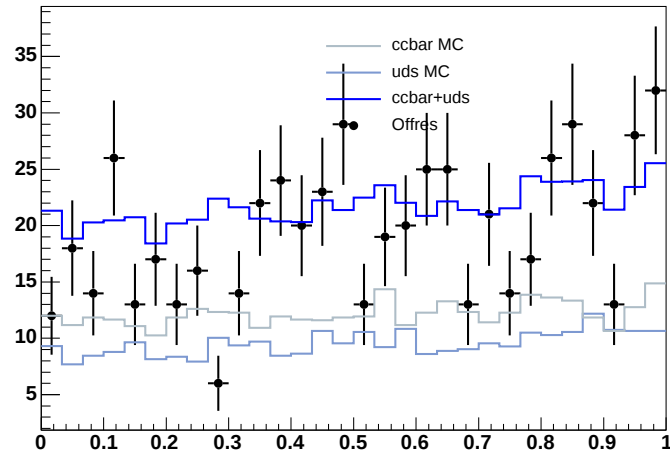


Figura 7.12: Distribuzione della variabile $\cos(\theta_{hel}^B)$ per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8 fb^{-1}$.

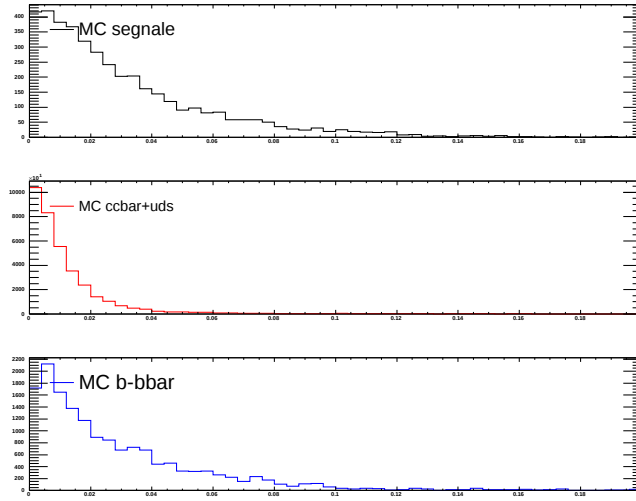


Figura 7.13: Distribuzione della variabile Δz per eventi simulati di segnale, fondo continuo e fondo $b\bar{b}$.

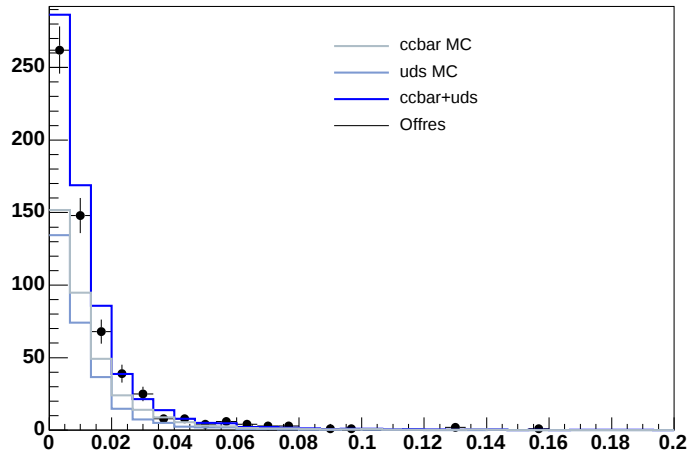


Figura 7.14: Distribuzione della variabile Δz per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8fb^{-1}$.

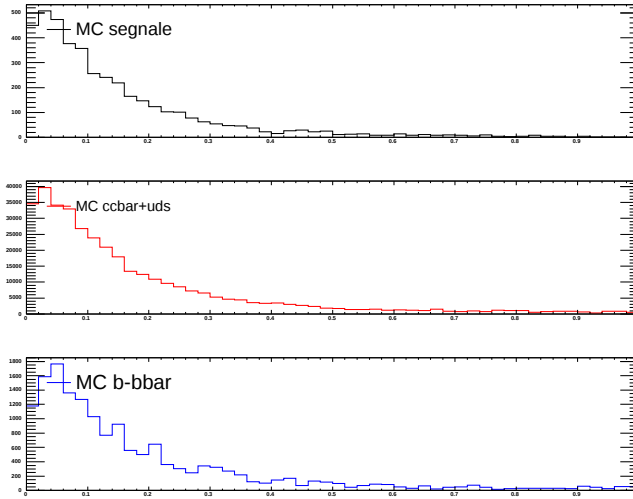


Figura 7.15: Distribuzione della variabile DOCA per eventi simulati di segnale, fondo continuo e fondo $b\bar{b}$.

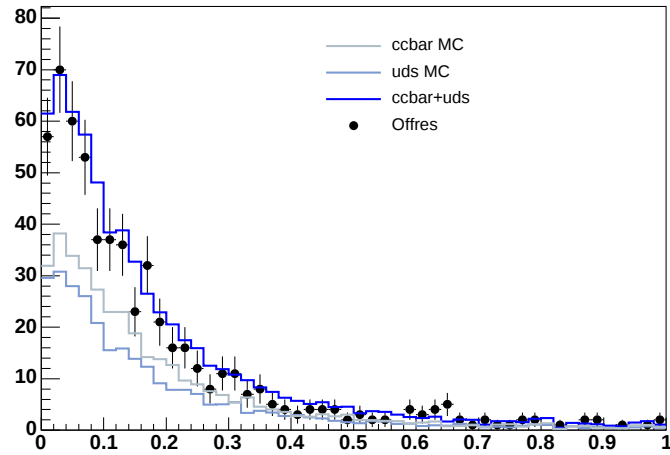


Figura 7.16: Distribuzione della variabile DOCA per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8 fb^{-1}$.

variabili	$\cos(\theta_{thrust})$	$\cos(\theta_{CM}^B)$	L_0	L_2	$\cos(\theta_{hel}^B)$	Δz	DOCA
$\cos(\theta_{thrust})$	100	0.3	5.8	0.59	1.4	2.6	2.0
$\cos(\theta_{CM}^B)$	-	100	0.9	0.7	-0.13	1.3	1.6
L_0	-	-	100	36.0	$1.4 \cdot 10^{-2}$	$6.0 \cdot 10^{-2}$	$6.0 \cdot 10^{-3}$
L_2	-	-	-	100	3.2	4.7	-3.1
$\cos(\theta_{hel}^B)$	-	-	-	-	100	-0.7	3.2
Δz	-	-	-	-	-	100	2.5
DOCA	-	-	-	-	-	-	100

Tabella 7.2: Correlazioni (%) tra le variabili discriminati per **eventi simulati di segnale**

variabili	$\cos(\theta_{thrust})$	$\cos(\theta_{CM}^B)$	L_0	L_2	$\cos(\theta_{hel}^B)$	Δz	DOCA
$\cos(\theta_{thrust})$	100	0.5	7.3	61.0	0.3	0.6	0.9
$\cos(\theta_{CM}^B)$	-	100	1.4	1.0	6.7	1.0	1.0
L_0	-	-	100	35.0	1.2	2.5	1.2
L_2	-	-	-	100	2.7	2.9	4.1
$\cos(\theta_{hel}^B)$	-	-	-	-	100	0.2	1.5
Δz	-	-	-	-	-	100	7.4
DOCA	-	-	-	-	-	-	100

Tabella 7.3: Correlazioni (%) tra le variabili discriminati per **eventi simulati di fondo**
 $B^+ B^-$

variabili	$\cos(\theta_{thrust})$	$\cos(\theta_{CM}^B)$	L_0	L_2	$\cos(\theta_{hel}^B)$	Δz	DOCA
$\cos(\theta_{thrust})$	100	0.9	7.2	61.0	3.0	0.05	0.8
$\cos(\theta_{CM}^B)$	-	100	1.3	0.6	5.2	1.4	1.1
L_0	-	-	100	34.0	1.2	1.4	0.6
L_2	-	-	-	100	1.2	2.9	4.1
$\cos(\theta_{hel}^B)$	-	-	-	-	100	0.2	2.3
Δz	-	-	-	-	-	100	9.3
DOCA	-	-	-	-	-	-	100

Tabella 7.4: Correlazioni (%) tra le variabili discriminati per **eventi simulati di fondo**
 $B^0 \overline{B}^0$

variabili	$\cos(\theta_{thrust})$	$\cos(\theta_{CM}^B)$	L_0	L_2	$\cos(\theta_{hel}^B)$	Δz	DOCA
$\cos(\theta_{thrust})$	100	1.0	18.0	52.0	1.5	1.1	1.9
$\cos(\theta_{CM}^B)$	-	100	5.8	3.9	-13.0	2.2	1.8
L_0	-	-	100	63.0	0.5	9.3	0.5
L_2	-	-	-	100	3.2	4.7	-3.1
$\cos(\theta_{hel}^B)$	-	-	-	-	100	0.5	2.6
Δz	-	-	-	-	-	100	12.0
DOCA	-	-	-	-	-	-	100

Tabella 7.5: Correlazioni (%) tra le variabili discriminati per **eventi simulati di fondo** $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$

variabili	$\cos(\theta_{thrust})$	$\cos(\theta_{CM}^B)$	L_0	L_2	$\cos(\theta_{hel}^B)$	Δz	DOCA
$\cos(\theta_{thrust})$	100	1.1	17.0	49.0	1.3	0.8	-2.6
$\cos(\theta_{CM}^B)$	-	100	5.6	4.1	1.5	1.3	1.5
L_0	-	-	100	65.0	0.04	1.0	9.1
L_2	-	-	-	100	0.4	6.5	8.1
$\cos(\theta_{hel}^B)$	-	-	-	-	100	0.3	3.0
Δz	-	-	-	-	-	100	13.0
DOCA	-	-	-	-	-	-	100

Tabella 7.6: Correlazioni (%) tra le variabili discriminati per **eventi simulati di fondo** $c\bar{c}$

7.3.2 La rete neurale

Le variabili sopra elencate permettono di discriminare il fondo continuo dal segnale, ognuna di esse infatti è distribuita diversamente nei due casi. Anche la correlazione tra le variabili è diversa nel caso di eventi di fondo o di segnale (tabelle 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6). Per tenere conto di queste correlazioni e per sfruttare al meglio il potere discriminante dell'insieme di variabili scelto, queste sono state combinate in una rete neurale (abbreviata NN, dall'inglese *Neural Network* [41]).

La struttura della rete neurale e' di 7 variabili in entrata, 7 nodi sul primo strato nascosto e una variabile in uscita. La distribuzione della variabile NN in uscita dalla rete neurale è diversa per il fondo e per il segnale e tiene conto delle differenze di forma delle varie variabili e anche delle correlazioni tra di esse.

La costruzione della rete neurale si sviluppa in due fasi: il ***training*** della rete neurale e la sua **validazione**. Lo studio della rete neurale è stato effettuato su un campione di 18000 eventi di fondo e altrettanti di segnale, di cui metà sono stati utilizzati per il ***training*** e metà per la **validazione**. Nella fase di ***training*** della rete neurale si calcola la combinazione delle variabili che renda massimo il loro potere discriminante. Nel momento della **validazione** si ottiene la distribuzione della variabile in uscita dalla rete neurale per eventi che appartengono a un campione diverso da quello usato per il ***training***.

La variabile di uscita della rete neurale è compresa tra 0 e 1 ed il ***training*** avviene in modo che essa abbia un massimo in 0 per il fondo e in 1 per il segnale. Ci si aspetta che le distribuzioni ottenute in fase di ***training*** e di **validazione** abbiano la stessa forma: questo significa che la determinazione del migliore assetto della rete neurale non dipende dal particolare campione di eventi utilizzato per il ***training*** e che essa è discriminante anche per eventi di un diverso campione. Questo è in effetti quello che si osserva (vedi figura 7.17).

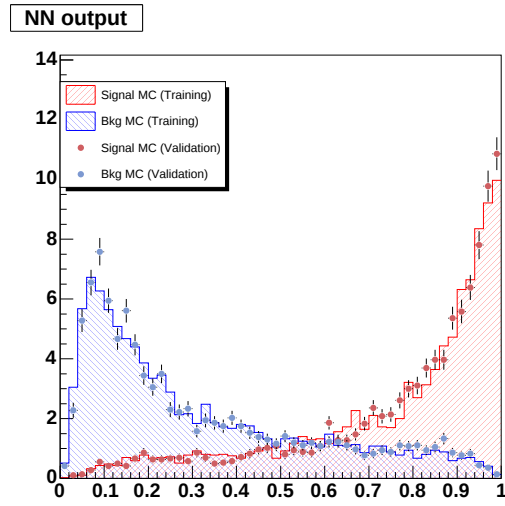


Figura 7.17: Distribuzione della variabile in uscita dalla rete neurale per eventi di training e di validazione.

Per la variabile NN di uscita della rete neurale, come per tutte le variabili discriminanti, si osserva un buon accordo tra la distribuzione per gli eventi simulati di fondo continuo e i dati *off-resonance* (v. figura 7.18).

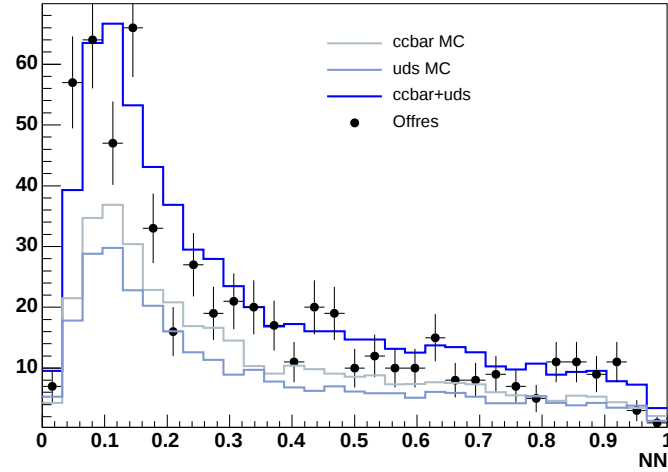


Figura 7.18: Distribuzione della variabile in uscita dalla rete neurale per eventi simulati di fondo $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, di fondo $c\bar{c}$, per la somma dei due e per dati *off-resonance*. Le distribuzioni sono normalizzate alla luminosità dei dati, $15.8fb^{-1}$

7.3.3 Selezione e ottimizzazione dei tagli

Agli eventi che hanno passato i criteri di preselezione (descritti nel capitolo precedente) e ricostruzione vengono applicati degli ulteriori tagli di *selezione*. Gli eventi che soddisfano i criteri di selezione vanno a formare dei campioni ridotti rispetto a quelli di partenza. Su questi campioni è eseguita l'analisi finale. Questi criteri ulteriori sono dei tagli su alcune variabili. I tagli sull'energia del fotone e del π^0 sono stati fissati ai tagli standard usati in molte analisi di questo tipo: $E_\gamma > 70MeV$ e $E_{\pi^0} > 200MeV$. Il taglio su NN è stato scelto molto debole ($NN > 0.4$) perché si vuole trarre tutta l'informazione possibile dalla forma di questa variabile utilizzandola in un fit di massima verosimiglianza. I tagli sulla massa dei candidati π^0 e sulla differenza tra le masse dei candidati D^0 e π^0 sono stati ottimizzati in modo da massimizzare la quantità $S/\sqrt{B}$ (dove S è il numero di eventi di segnale e B il numero di eventi di fondo).

Si tiene in conto questa variabile e non la significanza propriamente detta ($S/\sqrt{S+B}$) per non dipendere nell'ottimizzazione dalla scelta del valore di $r_{D^0K^+}$ utilizzato per valutare il numero di eventi di segnale S. Infatti, per valutare S si deve supporre un valore plausibile per la frazione di decadimento e quindi per $r_{D^0K^+}$ (in questo caso è stato scelto $r_{D^0K^+} = 0.10$) ed S sarà proporzionale $r_{D^0K^+}^2$ (se si considera $r_D^2 \ll r_{D^0K^+}^2$, ovvero se si

trascura 0.004 rispetto a 0.01). L'informazione sul massimo di $S/\sqrt{B}$ non cambia dunque se cambia il valore di $r_{D^0 K^+}$ perché S si trasforma semplicemente con una costante di proporzionalità, lo stesso no si può dire per la variabile $S/\sqrt{S+B}$.

L'ottimizzazione è stata fatta studiando i campioni Monte Carlo del segnale e dei diversi fondi. In figura 7.19 e 7.22 sono mostrate le distribuzioni della massa del π^0 e della massa del D^0 per Monte Carlo di segnale e di fondo. L'asimmetria nella distribuzione di M_{D^0} è causata dal π^0 (e si osserva infatti anche in M_{π^0}) utilizzato per ricostruire il D : questa è dovuta alla ricostruzione del π^0 tramite fotoni il cui sciame non è tutto contenuto nel EMC e a cui si attribuisce dunque un'energia inferiore a quella reale. L'asimmetria non si presenta infatti nella distribuzione della differenza tra le masse (vedi figura 7.23) e per questo il taglio è stato applicato su quest'ultima variabile. In figura 7.20, 7.21 e 7.24 è mostrato l'andamento di $S/\sqrt{B}$ in funzione dei tagli sinistro e destro sulla massa del π^0 e del taglio sulla differenza tra le masse.

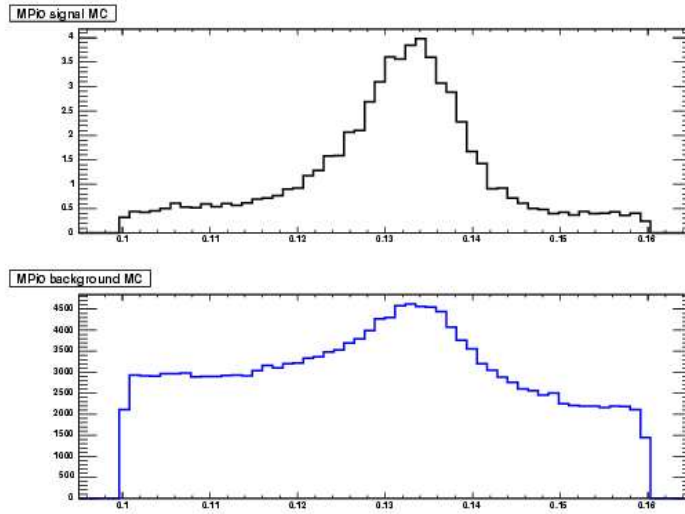


Figura 7.19: Distribuzione di M_{π^0} per Monte Carlo di segnale (in alto) e Monte Carlo di fondo (in basso)

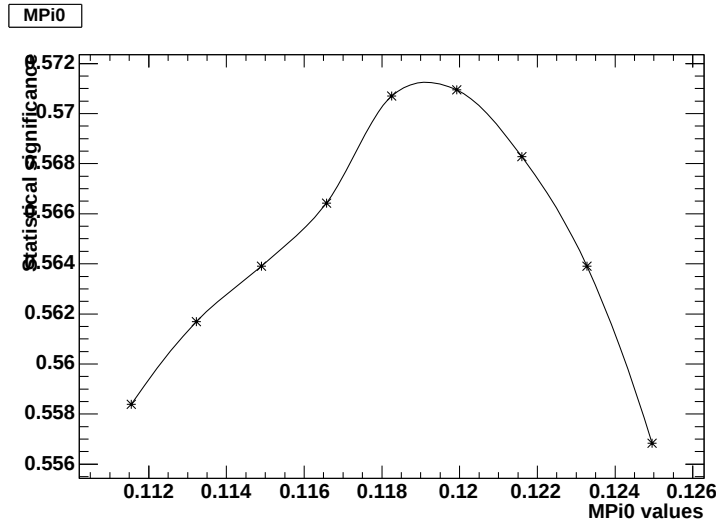


Figura 7.20: Andamento di $S/\sqrt{B}$ in funzione del taglio sinistro su M_{π^0}

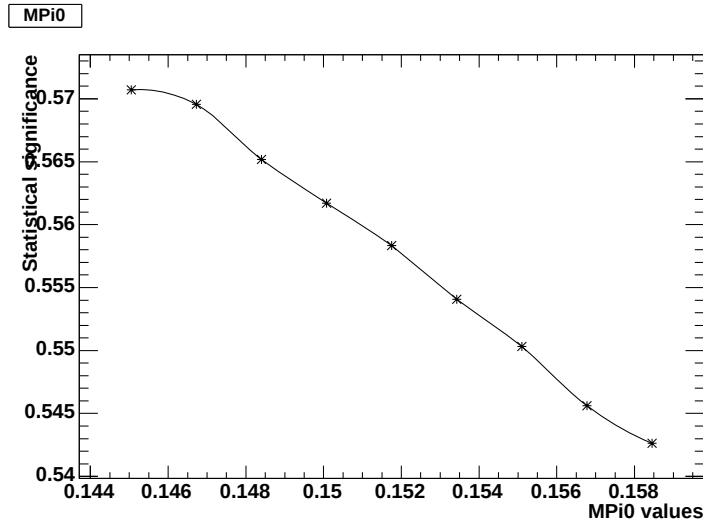


Figura 7.21: Andamento di $S/\sqrt{B}$ in funzione del taglio destro su M_{π^0}

I tagli ottimali, elencati in 7.3, sono stati scelti in seguito a questo studio. Tuttavia essi non corrispondono sempre esattamente ai valori che massimizzano $S/\sqrt{B}$. Si è scelto infatti, a partire dai valori indicati dall'ottimizzazione, di applicare dei tagli più larghi possibile, compatibilmente con una perdita accettabile di significanza. Questo è stato fatto allo scopo di avere più eventi di segnale possibile con una significanza accettabile.

Un simile studio per i tagli sulle variabili E_γ e E_{π^0} indica come ottimali dei tagli a valori molto alti per l'energia dei fotoni e del pione neutro, tuttavia sono stati applicati

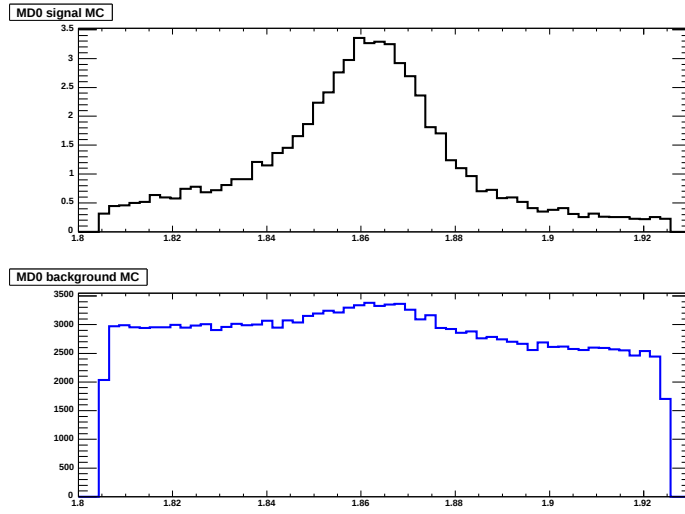


Figura 7.22: Distribuzione di M_{D^0} per Monte Carlo di segnale (in alto) e Monte Carlo di fondo (in basso)

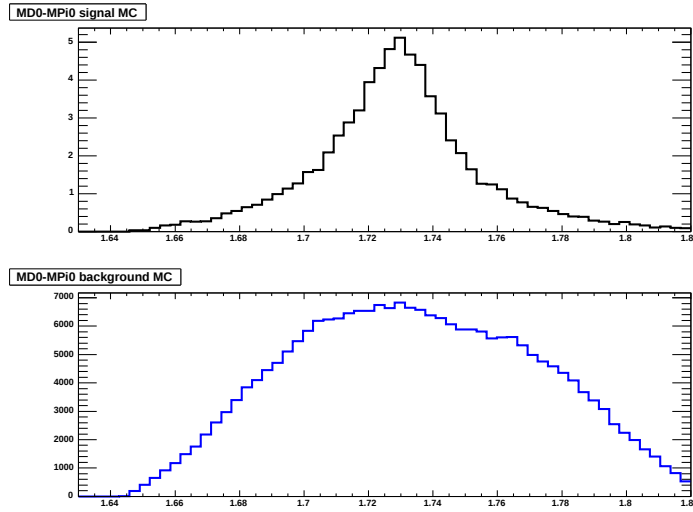


Figura 7.23: Distribuzione di $\Delta M - \Delta M^{PDG}$ per Monte Carlo di segnale (in alto) e Monte Carlo di fondo (in basso)

i tagli standard, in quanto dei tagli troppo severi avrebbero deformato sensibilmente le distribuzioni di $m_{K^\pm \pi^\mp}^2$ e $m_{K\pi^0}^2$.

Sono inoltre imposte delle richieste sulle tracce cariche ricostruite come kaoni. Per entrambi i candidati kaoni carichi, quello proveniente dal decadimento del B e quello generato nel decadimento del D , viene richiesto che le tracce con cui sono identificati superino il criterio *Tight* del selettore di kaoni (descritto in 6.1.1). Per evitare la presenza

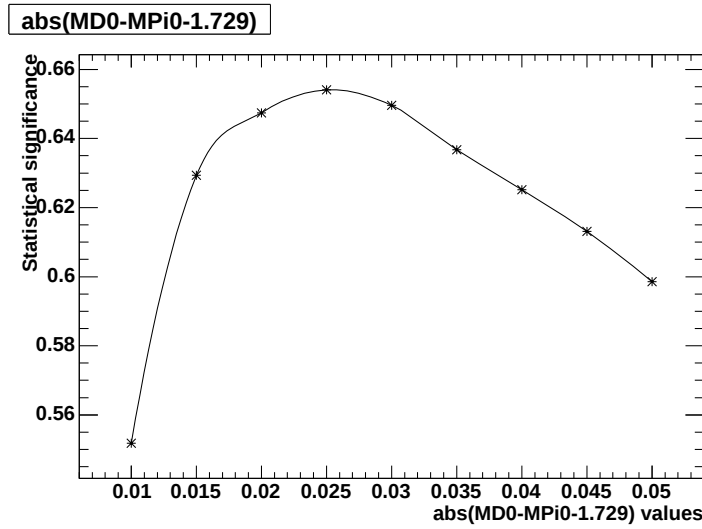


Figura 7.24: Andamento di $S/\sqrt{B}$ in funzione del taglio su $|\Delta M - \Delta M^{PDG}|$

di eventi semileptonici (in cui la traccia ricostruita come kaone carico è in realtà un elettrone), viene inoltre richiesto che la traccia carica figlia del mesone B non superi i criteri *Tight* del selettore di elettroni (presentato in 6.1.2) e muoni (descritto in 6.1.3).

Per evitare di ricostruire come segnale ($B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm$) degli eventi ($B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$), si è inoltre applicato un D^0 -veto. In questi casi i candidati pione e kaone carichi che vengono combinati col pione neutro per ricostruire il D^0 sono scambiati: il pione carico viene ricostruito come kaone e il kaone come pione. In questi casi, se l'impulso del candidato pione viene ricostruito con l'ipotesi di massa del kaone e viceversa, si ottiene un buon valore della massa del D^0 . Il D^0 -veto consiste nel rifiutare tutti gli eventi in cui la massa del mesone D , ricostruita con le ipotesi di massa invertite per il pione e il kaone carichi figli del D sia compresa in un intervallo di $\pm 18 \text{ MeV}$ intorno alla massa nominale del D^0 . L'insieme dei tagli scelto è dunque:

$$E_\gamma > 70 \text{ MeV} ; \quad (7.3)$$

$$E_{\pi^0} > 200 \text{ MeV} ;$$

$$0.11825(2.5\sigma_{M_{\pi^0}}) \frac{\text{GeV}}{c^2} < M_{\pi^0} - M_{\pi^0}^{PDG} < 0.14505(1.6\sigma_{M_{\pi^0}}) \frac{\text{GeV}}{c^2} ;$$

$$|\Delta M - \Delta M_{PDG}| < 0.0325 \frac{\text{GeV}}{c^2} \quad (\Delta M = M_{D^0} - M_{\pi^0}) ;$$

$$NN > 0.4 .$$

(7.4)

Dove $\sigma_{M_{\pi^0}} = 0.007 \text{ GeV}/c^2$ e $\sigma_{M_{D^0}} = 0.017 \text{ GeV}/c^2$. Si richiede inoltre, per entrambi i candidati kaoni carichi, che le tracce con cui sono identificati superino il criterio *Tight* del selettore di kaoni e per il kaone che viene dal decadimento del B , che la traccia non superi i criteri *Tight* dei selettori di muoni ed elettroni. Infine si impone il D^0 – veto.

7.4 Composizione del campione

Gli eventi che passano i criteri di selezione vanno a costituire il campione finale su cui avviene lo studio tramite il fit di massima verosimiglianza (cap. 8).

Da questa analisi sperimentale si vuole trarre una distribuzione per R_{ADS} :

$$R_{ADS} = \frac{\Gamma(B^- \rightarrow [K^+ \pi^- \pi^0]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [K^- \pi^+ \pi^0]_D K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow [K^- \pi^+ \pi^0]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [K^+ \pi^- \pi^0]_D K^+)};$$

a tale scopo, si vogliono misurare due quantità: il numero di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$ (che costituiscono il denominatore del rapporto R_{ADS}) e il numero di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm$ (che costituiscono il numeratore di R_{ADS}).

Nella selezione, oltre ai tagli elencati, è presente una ulteriore richiesta: si costruisce la variabile sgn , pari al prodotto tra i segni dei due kaoni ricostruiti nello stato finale. Per ricostruire il modo al denominatore viene richiesto che i due kaoni abbiano lo stesso segno ($sgn > 0$), per il modo al numeratore si richiede invece che essi abbiano segno opposto ($sgn < 0$). D'ora in poi chiamiamo il modo al denominatore **modo di normalizzazione** e quello a numeratore **modo di segnale**.

Gli eventi di normalizzazione sono dovuti principalmente a eventi in cui il decadimento favorito del mesone B ($B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+$) è seguito dal decadimento favorito del mesone D (i casi in cui avvengono in cascata i due decadimenti soppressi sono trascurabili). Per questi modi le frazioni di decadimento sono note e si ha:

$$\begin{aligned} \mathcal{BR}(B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm) &= \\ &\sim \mathcal{BR}(B^+ \rightarrow \overline{D^0} K^+) \cdot \mathcal{BR}(\overline{D^0} \rightarrow K^+ \pi^- \pi^0) = \\ &= (3.7 \pm 0.6) 10^{-4} \cdot (0.13 \pm 0.008) \sim (4.8 \pm 1.1) 10^{-5}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Non si ha ancora evidenza sperimentale, invece, di eventi di segnale ($\mathcal{BR}(B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm)$).

I criteri di selezione sono dunque stati applicati per ricostruire due campioni distinti: uno in cui viene richiesto $sgn < 0$ e uno in cui viene richiesto $sgn > 0$.

A questi criteri sono stati sottoposti gli eventi Monte Carlo di fondo e segnale e i dati *off-resonance* e sono stati studiati i campioni risultanti: in questo modo si ha un'idea di quale composizione avrà il campione che risulterà dall'applicazione di questa procedura ai dati. Nel software di BABAR si hanno a disposizione diversi campioni di eventi Monte Carlo (tabella 7.1), nel seguito ci riferiremo a:

- **Monte Carlo di fondo continuo:** un campione di eventi $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, e $c\bar{c}$ (par. 7.2.1) opportunamente pesati secondo le diverse sezioni d'urto (in modo che la composizione di questo campione rispecchi quella di un reale campione di dati);
- **Monte Carlo di fondo $B\bar{B}$:** un campione di eventi dovuti a decadimenti di coppie di mesoni B^+B^- o $B^0\bar{B}^0$ nei vari possibili stati finali (anche qui i contributi di eventi B^+B^- e $B^0\bar{B}^0$ sono pesati secondo le diverse sezioni d'urto).

Inoltre sono stati prodotti dei campioni in cui sono stati simulati esclusivamente eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm\pi^\mp\pi^0]_D K^\pm$ (chiameremo questo campione **Monte Carlo di normalizzazione**) e eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm\pi^\mp\pi^0]_D K^\pm$ (chiameremo questo campione **Monte Carlo di segnale**) (tabella 7.7).

Campione	Numero di eventi	$\mathcal{BR}$	Luminosità
Monte Carlo di segnale	39000	0.814 fb^{-1}	233 ab^{-1}
Monte Carlo di normalizzazione	1000	56.57 fb^{-1}	198 fb^{-1}

Tabella 7.7: Numero di eventi e luminosità equivalenti, per i campioni di eventi simulati di normalizzazione e segnale.

Dallo studio dell'effetto della selezione sui diversi campioni di eventi simulati, otteniamo il numero di eventi aspettati, per il segnale, la normalizzazione e per i vari fondi, dopo la selezione. Questi numeri di eventi sono mostrati in tabella 7.8.

Selezione	Segnale	Fondo $B\bar{B}$	Fondo continuo
$sgn > 0$	1385	846	3087
$sgn < 0$	14	644	8174

Tabella 7.8: Eventi aspettati in 205 fb^{-1} per segnale e diversi fondi per il modo di normalizzazione ($sgn > 0$) e per il modo di segnale ($sgn < 0$). Il numero di eventi di fondo $B\bar{B}$ è stimato dal Monte Carlo, il numero di eventi di fondo continuo è invece stimato dai dati *off-resonance*

In tabella 7.8 è mostrato il numero di eventi di normalizzazione in quanto il rapporto di decadimento è noto (formula 7.5), per il segnale invece il numero di eventi riportato è calcolato assumendo per r_D il valore misurato sperimentalmente ($r_D = 0.0656 \pm 0.0084$) e per $r_{D^0 K^+}$ il valore stimato $r_{D^0 K^+} = 0.10$ (e trascurando il termine proporzionale a r_D^2 rispetto a quello proporzionale a $r_{D^0 K^+}^2$).

Con “selezione $sgn > 0$ ($sgn < 0$)” si intende, anche nel seguito, l'applicazione dei tagli di selezione (mostrati in 7.3) con l'ulteriore richiesta $sgn > 0$ ($sgn < 0$).

Capitolo 8

Estrazione di R_{ADS} e limite su $r_{D^0 K^+}$

La selezione degli eventi è stata applicata ad un campione di dati di luminosità integrata pari a 205 fb^{-1} .

Il numero di eventi di segnale e di fondo sono stati estratti con una procedura di *fit* alle distribuzioni di m_{ES} e NN (par.8.1).

Il *fit* è eseguito sul campione ottenuto con la selezione $sgn < 0$ (segnale) e su quello con $sgn > 0$ (normalizzazione) separatamente. In entrambi i casi, il fondo rimanente dopo la selezione descritta nel capitolo 7 è stato suddiviso in diversi campioni (par. 8.2 per la normalizzazione e 8.3 per il segnale) che sono stati considerati separatamente nel *fit*. Per ognuno di essi si ricavano delle parametrizzazioni dallo studio di campioni di eventi simulati o su opportuni campioni di dati e queste poi vengono utilizzate nel *fit* sui dati, per riconoscere i diversi contributi.

I risultati del *fit* per il modo di normalizzazione (eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$ con $sgn > 0$) sono mostrati nel paragrafo 8.4.1. I risultati del *fit* per il modo di segnale (eventi $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$ con $sgn < 0$) sono mostrati nel paragrafo 8.4.2. Per il primo si trova un risultato in buon accordo con la frazione di decadimento già misurata e nota in letteratura (ovvero con il numero di eventi aspettati mostrati in tabella 7.8), per il modo di segnale il numero di eventi restituiti dal *fit* è consistente con zero (tutti questi risultati sono presentati in dettaglio nel paragrafo 8.4). Infine nel paragrafo 8.5 è descritta la misura di R_{ADS} e l'estrazione del limite per $r_{D^0 K^+}$.

8.1 Fit di massima verosimiglianza

Per valutare il numero di eventi di segnale viene eseguito un *fit* di massima verosimiglianza applicata alle singole misure (*unbinned maximum likelihood fit*). In questo metodo si trova

il numero di eventi di segnale e fondo massimizzando la funzione di verosimiglianza estesa $\mathcal{L}$ [40]:

$$\mathcal{L} = \frac{e^{-N'}}{N'} \cdot N'^N \cdot \prod_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j | \theta, N') ,$$

$$\text{con } f(\mathbf{x} | \theta, N') = \frac{N_S f_S(\mathbf{x}|\theta) + \sum_i N_{B_i} f_{B_i}(\mathbf{x}|\theta)}{N'} ,$$

dove $f_S(\mathbf{x}|\theta)$ e $f_{B_i}(\mathbf{x}|\theta)$ sono le distribuzioni di probabilità (dette *pdf*, dall'inglese *probability density function*) per l'ipotesi che l'evento sia di segnale o di fondo rispettivamente (con B_i si indicano i diversi tipi di fondo che si vogliono inserire nel *fit*). L'insieme delle variabili x_i da cui le *pdf* dipendono è indicato dal vettore $\mathbf{x}$ e l'insieme dei parametri da θ .

La *pdf* totale ($f(\mathbf{x} | \theta, N')$) è una combinazione lineare delle singole *pdf* con coefficienti il numero di eventi aspettati di segnale N_S e di fondo N_B (anche questi sono parametri da cui dipende la *pdf*), ma la sua normalizzazione è data da N' e non da $N = N_S + \sum_i N_{B_i}$, dove N' è un parametro che rappresenta il valore di aspettazione del numero totale di eventi.

La normalizzazione complessiva è ristabilita nella *likelihood*, in cui si tiene conto della distribuzione poissoniana del numero di eventi effettivamente osservati N . La $\mathcal{L}$ si dice dunque funzione di verosimiglianza estesa.

Il massimo di questa funzione rispetto a un qualunque parametro (anche il numero di eventi aspettato) restituisce l'estimatore migliore per il parametro in questione.

Per il *fit* si vogliono utilizzare le variabili m_{ES} e NN , dunque si devono scrivere le *pdf*, per segnale e fondo, come funzioni di queste due variabili:

$$f(\mathbf{x} | \theta, N') = n_S f(m_{ES}, NN | \theta_S) +$$

$$+ \sum_i n_{B_i} f(m_{ES}, NN | \theta_{B_i}) ,$$

dove n_S e n_B sono le frazioni di eventi aspettati di segnale e di fondo B_i e vale $n_S + \sum_i n_{B_i} = 1$.

La procedura di *fit* richiede dunque una previa parametrizzazione delle *pdf* per i diversi campioni che si vogliono distinguere (il segnale e i vari fondi), questa parametrizzazione viene fatta su campioni di simulazioni Monte Carlo o, quando possibile, su opportuni campioni di dati (diversi dal campione di segnale). Per gli eventi di fondo che rimangono dopo la selezione, la scelta dei diversi campioni da considerare separatamente nel *fit* si

basa principalmente su due esigenze. In primo luogo si vogliono considerare campioni con *pdf* diverse, in modo da poterli distinguere nel *fit* (è quindi naturale ad esempio separare il fondo continuo dal fondo $B\bar{B}$). Inoltre la trattazione delle *pdf* che dipendono da più variabili (in questo caso due) può essere semplificata se ci si restringe su campioni di eventi in cui le variabili in questione non siano eccessivamente correlate (ovvero la loro correlazione sia $< 15\%$). Se si considerano scorrelate le due variabili, la *pdf*, funzione di entrambe, si può scrivere come prodotto delle due *pdf* delle singole variabili.

Nelle sezioni 8.2 e 8.3 vengono mostrate (rispettivamente per il modo $sgn > 0$ e $sgn < 0$) le parametrizzazioni per ognuno dei fondi e per il segnale. Inoltre vengono mostrate le correlazioni tra le variabili m_{ES} e NN. Poiché la correlazione tra le variabili m_{ES} e NN è trascurabile in tutti i campioni scelti, per ognuno di essi sono state parametrizzate le *pdf* singolarmente per le due variabili e la *pdf* totale è stata scritta come prodotto delle due.

8.2 Parametrizzazioni per il modo di normalizzazione

Di seguito sono mostrate le parametrizzazioni di m_{ES} e NN per il modo di normalizzazione e per il fondo che risulta dalla selezione $sgn > 0$. Le componenti di fondo utilizzati nel *fit* sono tre:

- fondo continuo;
- fondo $B\bar{B}$ (esclusi i modi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$).
- fondo $D\pi$ (composto da eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$);

8.2.1 Normalizzazione

La variabile m_{ES} per il modo di normalizzazione è parametrizzata con una funzione Gaussiana.

I parametri della Gaussiana sono stati ottenuti su un campione di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$ ottenuto applicando ai dati i tagli elencati in 7.3.3, in cui però il taglio sulla variabile ΔE è stato sostituito da un taglio sulla variabile $\Delta E_\pi = \Delta E - \sqrt{m_K^2 + p^2} + \sqrt{m_\pi^2 + p^2}$ (con p l'impulso della traccia carica). La variabile ΔE infatti è calcolata, evento per evento, nell'ipotesi che la particella sia un kaone. La distribuzione di ΔE per eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$ ha dunque forma simile a quella per eventi

$B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$, ma traslata a causa dell'ipotesi di massa sbagliata. La variabile $\Delta E_\pi = \Delta E - \sqrt{m_K^2 + p^2} + \sqrt{m_\pi^2 + p^2}$, così costruita, restituisce (evento per evento, in quanto m_K e m_π sono costanti, ma p è l'impulso della traccia) il valore di ΔE calcolato nell'ipotesi che la particella sia un pione. Ecco perché, tagliando su ΔE_π e non su ΔE si selezionano eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$. Sulla distribuzione di m_{ES} per questo campione è stato eseguito un *fit* con una forma funzionale Argus ($A(x)$ in equazione 8.1) (per il fondo) sommata a una Gaussiana ($G(x)$ in equazione 8.1) (per il segnale):

$$A(x) = x \sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^2} \cdot e^{c(1 - (\frac{x}{x_0})^2)} ; \quad G(x) = e^{-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} \quad (8.1)$$

dove i parametri della Argus sono x_0 (che è il limite superiore per la variabile che la distribuzione descrive) e c (che descrive la forma della distribuzione). La funzione Argus descrive il fondo combinatorio residuo nel campione in considerazione. Le distribuzioni di m_{ES} per il segnale di $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$ e per $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$ sono uguali (la distribuzione di m_{ES} è infatti praticamente indipendente dal modo di decadimento), quindi i parametri ottenuti per la Gaussiana nel campione di dati $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$ sono stati utilizzati per parametrizzare m_{ES} nel modo di normalizzazione $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$. In figura 8.1 è mostrata la distribuzione di m_{ES} per i dati $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$ (a cui è sovrapposta la *pdf* ottenuta dal *fit*, che viene utilizzata nel *fit* finale per parametrizzare m_{ES} per il modo di normalizzazione).

La parametrizzazione della variabile NN è stata fatta sul campione di eventi di normalizzazione simulati con una simulazione Monte Carlo. In figura 8.2 è mostrata la distribuzione di NN per Monte Carlo di normalizzazione, e la *pdf* ottenuta dalla parametrizzazione, che ha la forma funzionale di una *step function* (una funzione che assume un valore costante all'interno di ogni intervallo in cui il suo dominio è suddiviso).

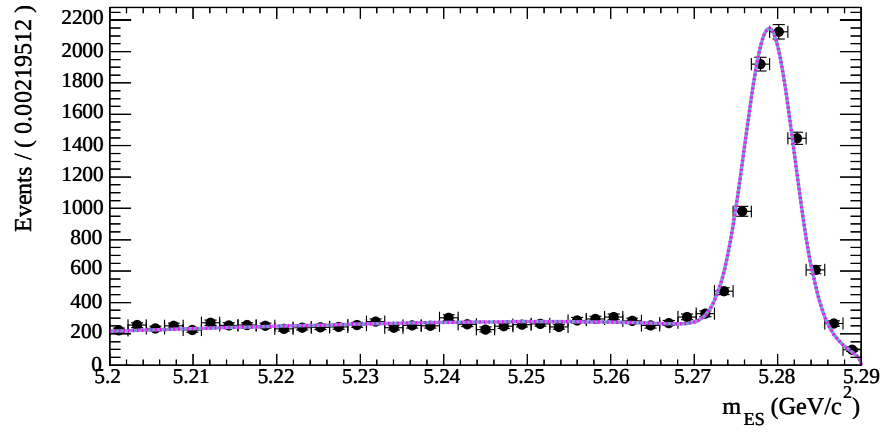


Figura 8.1: *Fit* alla distribuzione della variabile m_{ES} per un campione di dati $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$, con una Argus sommata a una Gaussiana (sovrainposte ai dati nella figura). La Gaussiana così ottenuta è presa come parametrizzazione per m_{ES} per il modo di normalizzazione

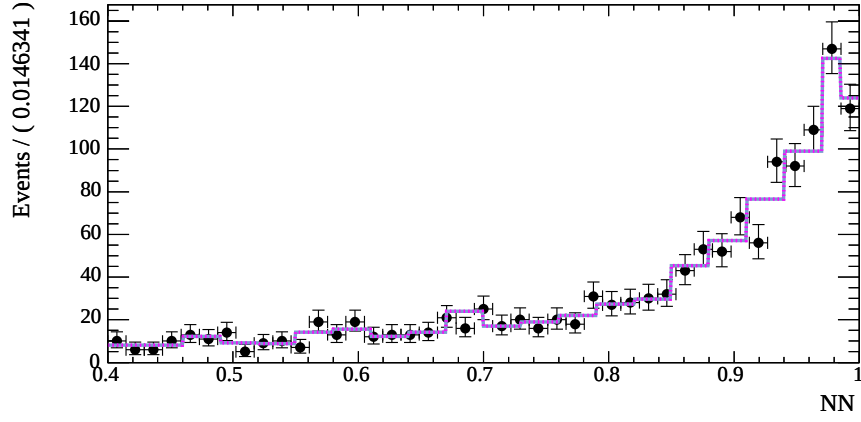


Figura 8.2: Distribuzione di NN per il modo di normalizzazione (Monte Carlo di normalizzazione). È sovrapposta inoltre la *pdf* ottenuta dal *fit* agli eventi simulati e poi assunta come parametrizzazione.

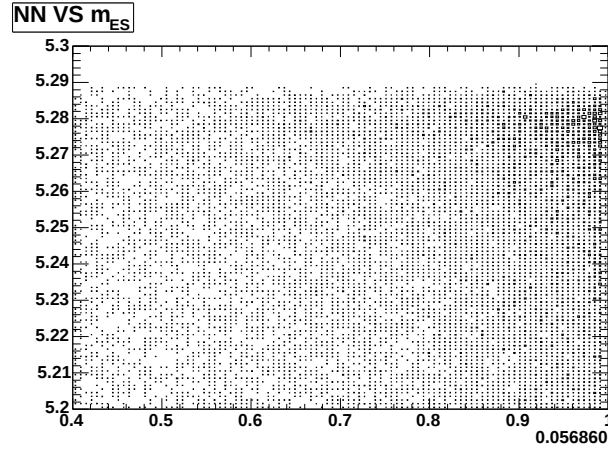


Figura 8.3: Distribuzione della variabile m_{ES} in funzione della variabile NN per Monte Carlo di segnale $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$.

Come si vede in figura 8.3, la correlazione tra le variabili m_{ES} e NN è trascurabile (il coefficiente di correlazione è infatti pari a ~ 0.057).

8.2.2 Fondo continuo

Il fondo continuo è composto da a eventi di tipo $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, come spiegato in 7.2.1.

Per questi eventi la distribuzione NN è parametrizzata ancora con una *step-function*. La distribuzione per m_{ES} è parametrizzata con una Argus con parametro x_0 fisso ($x_0 = 5.29$, il limite cinematico per la variabile m_{ES}) e il parametro c è lasciato variabile sui dati.

In figura 8.4 è mostrata la distribuzione di NN (e la *pdf* ottenuta dalla parametrizzazione) per eventi di fondo continuo simulati con una simulazione Monte Carlo che hanno passato la selezione $sgn > 0$. Come si vede in figura 8.5, la correlazione tra le variabili

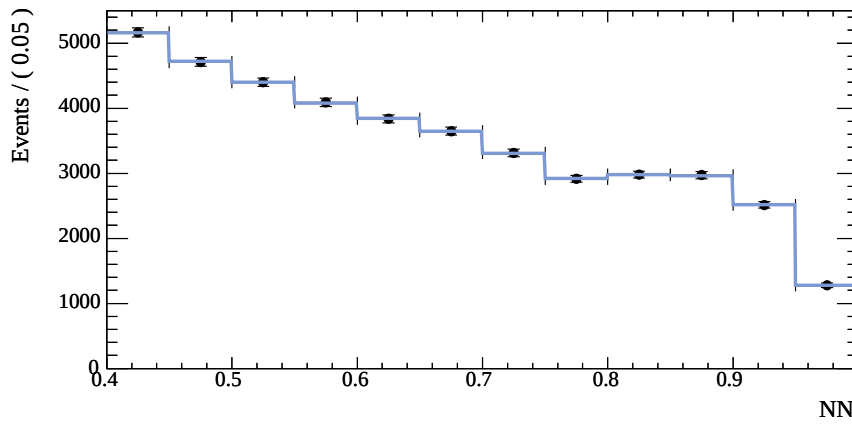


Figura 8.4: Distribuzione di NN per eventi di fondo continuo, simulati con una simulazione Monte Carlo, che passano le selezione $sgn > 0$. La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

m_{ES} e NN è trascurabile (il coefficiente di correlazione è infatti pari a ~ 0.006).

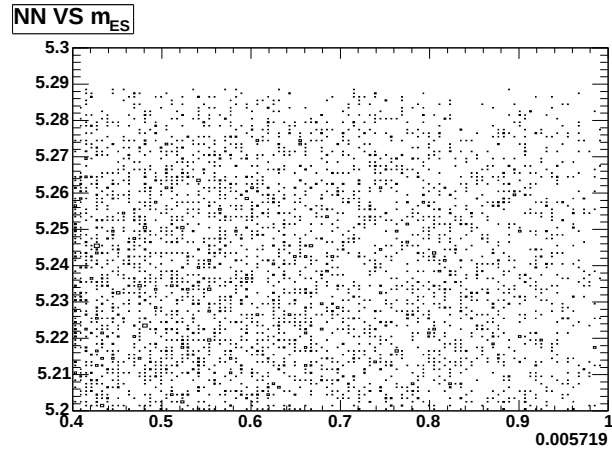


Figura 8.5: Distribuzione della variabile m_{ES} in funzione della variabile NN per eventi di fondo continuo simulati con una simulazione Monte Carlo.

8.2.3 Fondo $B\bar{B}$

Questo fondo è composto dagli eventi di Monte Carlo $B\bar{B}$ (come descritto in 7.2.2) che passano la selezione $sgn > 0$, esclusi gli eventi $B^\pm \rightarrow D(\rightarrow K^\pm \pi^\mp \pi^0) \pi^\pm$ (questi sono considerati separatamente, in quanto hanno una forma particolare, come spiegato in 8.2.4). Per questi eventi la variabile m_{ES} è parametrizzata con una Argus (8.1) sommata a una *Crystal Ball* (la cui forma funzionale è espressa in equazione 8.2) mentre per NN si è utilizzata ancora una *step-function*.

$$C(m; m_0, \sigma, \alpha, n) = \begin{cases} e^{(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2})} & \text{per } x > x_0 - \alpha\sigma \\ \frac{\frac{n}{\alpha} e^{-\frac{\alpha^2}{2}}}{\frac{x-x_0}{\sigma} + \frac{n}{\alpha} - \alpha} & \text{per } x \leq x_0 - \alpha\sigma \end{cases} \quad (8.2)$$

In figura 8.6 e 8.7 sono mostrate m_{ES} e NN (e le *pdf* ottenute dalla parametrizzazione) per eventi di fondo continuo simulati con una simulazione Monte Carlo che hanno passato la selezione $sgn > 0$. Come si vede in figura 8.8, la correlazione tra le variabili m_{ES} e

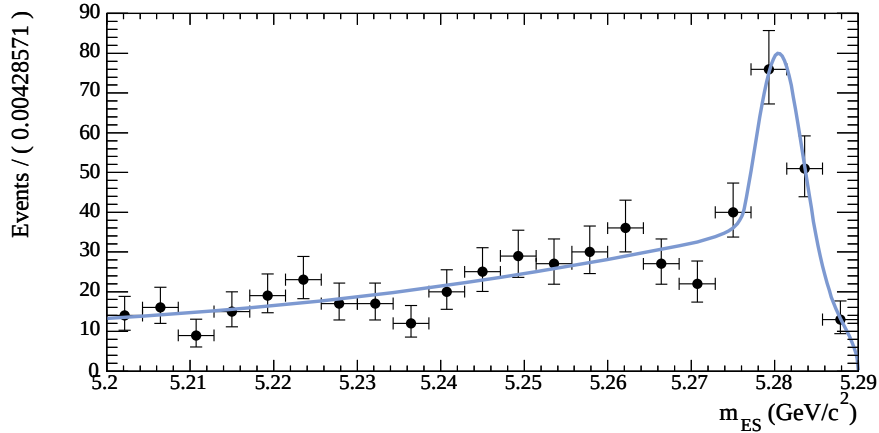


Figura 8.6: Distribuzione di m_{ES} per eventi simulati di fondo $B\bar{B}$ che passano le selezione $sgn > 0$. La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

NN è trascurabile (il coefficiente di correlazione è infatti pari a ~ 0.01).

8.2.4 Fondo $D\pi$

Il fondo $D\pi$, per il modo $sgn > 0$, è composto da eventi $B^\pm \rightarrow D(\rightarrow K^\pm \pi^\mp \pi^0) \pi^\pm$, che hanno una forma molto simile (in m_{ES} e in NN) alla normalizzazione. Per questi eventi la distribuzione di m_{ES} è assunta infatti uguale a quella degli eventi di normalizzazione che

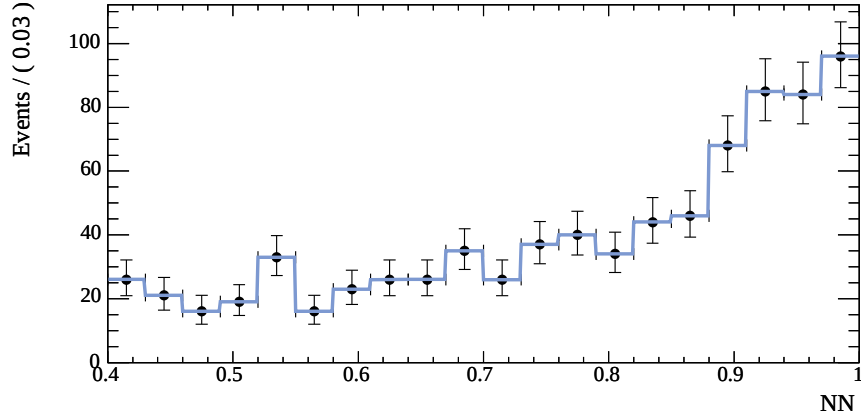


Figura 8.7: Distribuzione di NN per eventi simulati di fondo $B\bar{B}$ che passano la selezione $sgn > 0$. La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

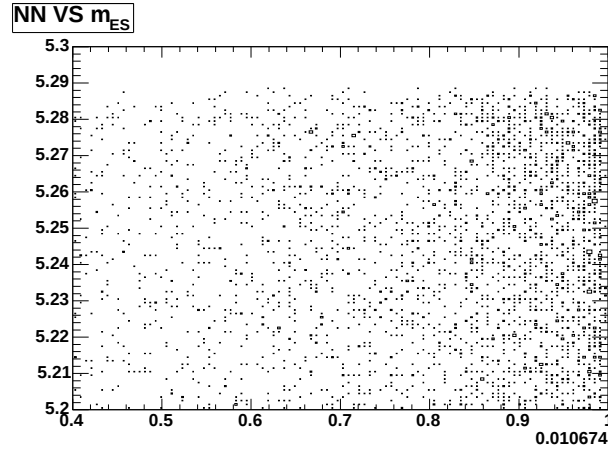


Figura 8.8: Distribuzione della variabile m_{ES} in funzione della variabile NN per eventi di fondo $B\bar{B}$ simulati con una simulazione Monte Carlo.

è descritta dai parametri ottenuti per la Gaussiana nel *fit* ai dati $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$ (figura 8.1), come spiegato in 8.2.1.

La parametrizzazione della distribuzione di NN è di nuovo una *step-function*, i cui parametri sono ottenuti da un *fit* su un campione di eventi $D\pi$ simulati con una simulazione Monte Carlo.

Il fondo $D\pi$ viene considerato separatamente e, nel *fit* finale, il numero di eventi $D\pi$ è fissato al numero di eventi ottenuti da questo studio Monte Carlo, riscalato alla luminosità dei dati (par. 8.4).

In figura 8.9 è mostrata, per questi eventi, la distribuzione di NN e la *pdf* ottenuta

dalla parametrizzazione.

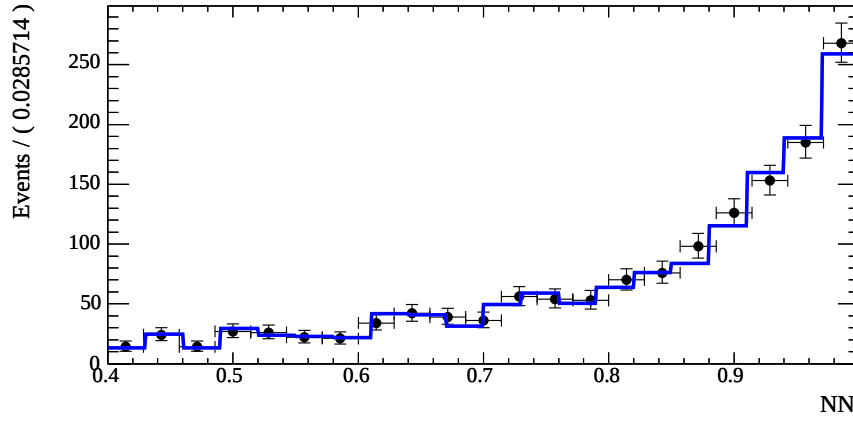


Figura 8.9: Distribuzione di NN per eventi simulati di fondo $D\pi$ che passano le selezione $sgn > 0$. La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

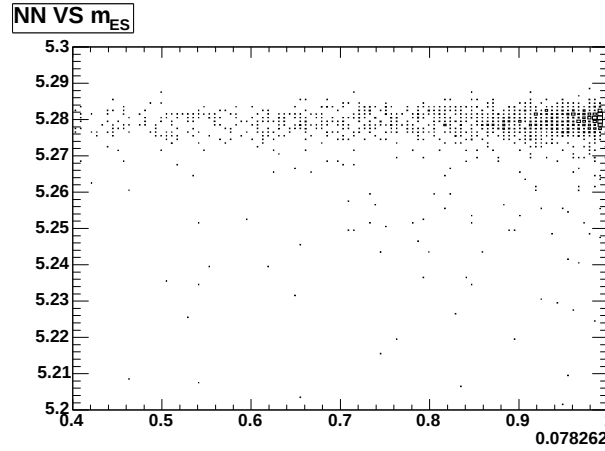


Figura 8.10: Distribuzione della variabile m_{ES} in funzione della variabile NN per eventi di fondo $D\pi$ simulati con una simulazione Monte Carlo.

Come si vede in figura 8.10, la correlazione tra le variabili m_{ES} e NN è trascurabile (il coefficiente di correlazione è infatti pari a ~ 0.008).

8.3 Parametrizzazioni per il modo di segnale

Di seguito sono mostrate le parametrizzazioni di m_{ES} e NN per il modo di segnale e per il fondo che supera la selezione $sgn < 0$. I campioni di fondo utilizzati nel *fit* sono tre:

- fondo continuo;
- fondo $B\bar{B}$ (esclusi i modi $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D \pi^\pm$);
- fondo $D\pi$ (composto da eventi $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D \pi^\pm$).

8.3.1 Segnale

La variabile m_{ES} per il modo di segnale è parametrizzata con una Gaussiana. Come per il caso del modo di normalizzazione, i parametri sono presi da quelli ottenuti nel *fit* sul campione di dati $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D \pi^\pm$ (figura 8.1).

La parametrizzazione della variabile NN è stata invece fatta sul campione di eventi di segnale simulati con una simulazione Monte Carlo. In figura 8.11 è mostrata la distribuzione di NN per Monte Carlo di segnale, e la *pdf* ottenuta dalla parametrizzazione (che ha la forma funzionale di una *step function*). Come si vede in figura 8.12, la correlazione

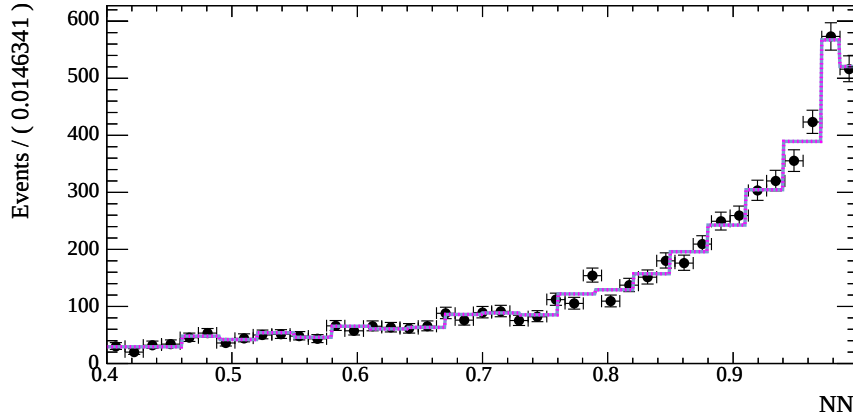


Figura 8.11: Distribuzione di NN per eventi simulati di segnale. . La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

tra le variabili m_{ES} e NN è trascurabile (il coefficiente di correlazione è infatti pari a ~ 0.004).

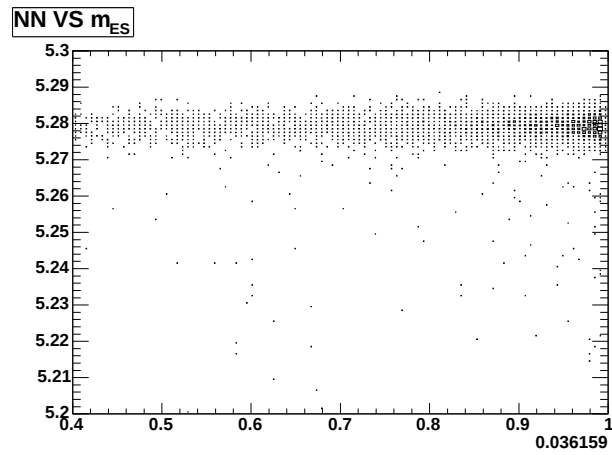


Figura 8.12: Distribuzione della variabile m_{ES} in funzione della variabile NN per eventi di fondo continuo simulati con una simulazione Monte Carlo.

8.3.2 Fondo continuo

Per questo fondo (descritto in 7.2.1) la variabile m_{ES} è parametrizzata con una Argus (8.1) mentre per NN si è utilizzata ancora una *step-function*. I parametri per NN sono ottenuti da un *fit* su eventi di fondo continuo simulati con una simulazione Monte Carlo. Nel *fit* finale (8.4), il parametro c della Argus (8.1) è lasciato variabile sui dati (mentre il parametro x_0 è, come sempre, fissato al valore del limite cinematico $x_0 = 5.29 \text{ GeV}/c^2$). In figura 8.13 è mostrata la distribuzione di NN (e le *pdf* ottenute dalla parametrizzazione) per eventi di fondo continuo, simulati con una simulazione Monte Carlo, che hanno passato la selezione $sgn < 0$. Come si vede in figura 8.14, la correlazione tra le variabili m_{ES} e

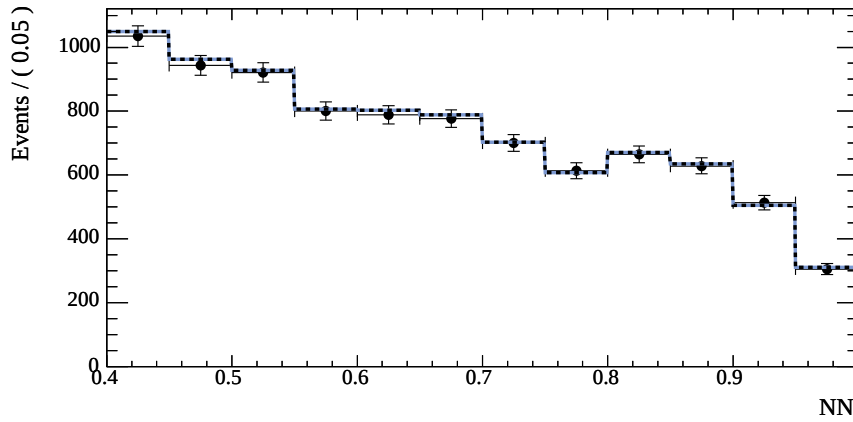


Figura 8.13: Distribuzione di NN per eventi di fondo continuo, simulati con una simulazione Monte Carlo, che passano le selezione $sgn < 0$. La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

NN è trascurabile (il coefficiente di correlazione è infatti pari a ~ -0.01).

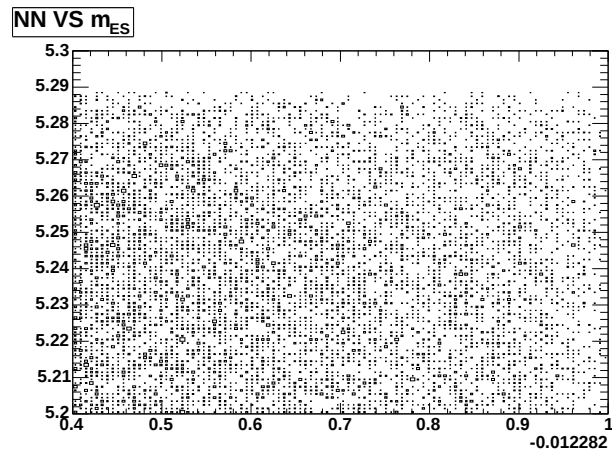


Figura 8.14: Distribuzione della variabile m_{ES} in funzione della variabile NN per eventi di fondo continuo simulati con una simulazione Monte Carlo.

8.3.3 Fondo $B\bar{B}$

Questo fondo è composto dagli eventi di Monte Carlo $B\bar{B}$ (come descritto in 7.2.2) che passano la selezione $sgn < 0$. Per questi eventi la variabile m_{ES} è parametrizzata con una Argus (8.1) sommata a una *Crystal Ball* (la cui forma funzionale è espressa da 8.2) mentre per NN si è utilizzata ancora una *step-function*. In figura 8.15 e 8.16 sono mostrate m_{ES} e NN (e le *pdf* ottenute dalla parametrizzazione) per eventi di fondo continuo simulati con una simulazione Monte Carlo che hanno passato la selezione $sgn < 0$.

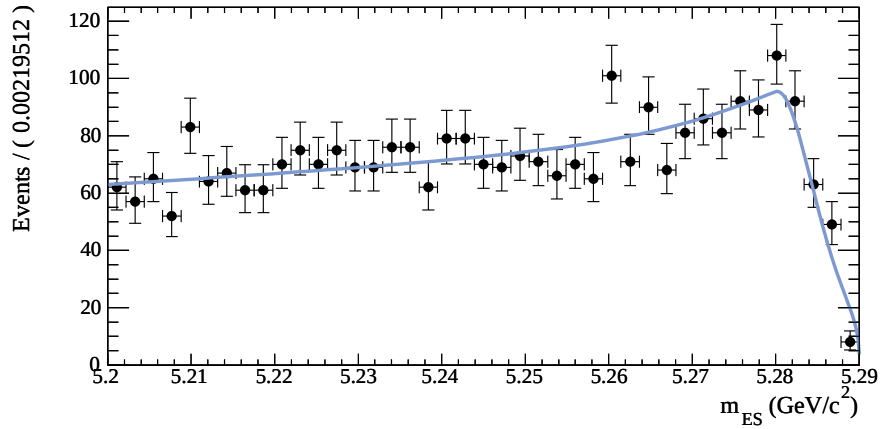


Figura 8.15: Distribuzione di m_{ES} per eventi di fondo $B\bar{B}$ che passano le selezione $sgn < 0$. La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

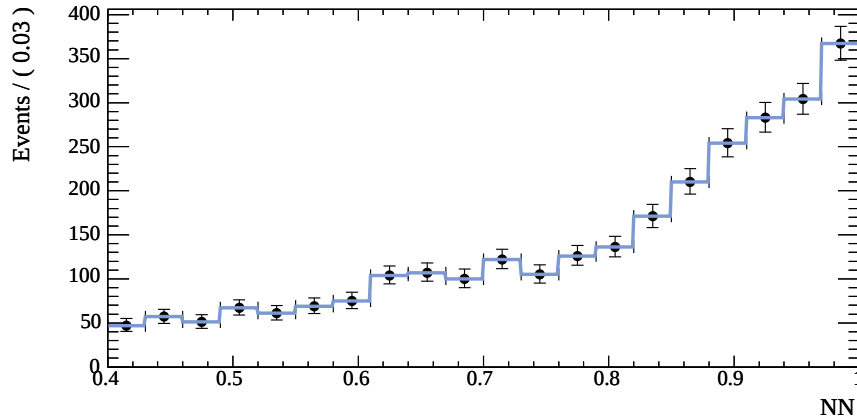


Figura 8.16: Distribuzione di NN per eventi di fondo $B\bar{B}$ che passano le selezione $sgn < 0$. La curva risultante dal *fit* a questi eventi simulati è sovrainposta.

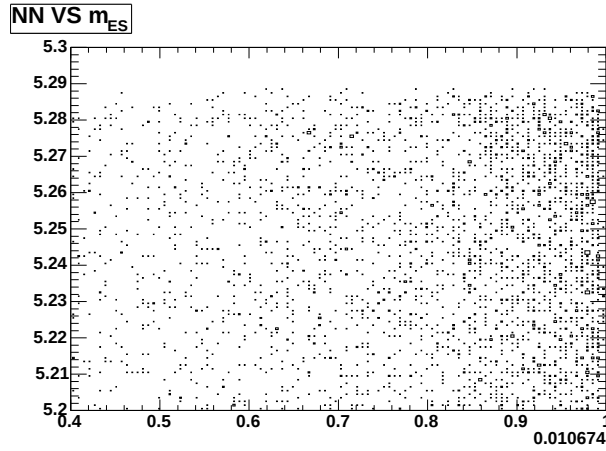


Figura 8.17: Distribuzione della variabile m_{ES} in funzione della variabile NN per eventi di fondo $B\bar{B}$ simulati con una simulazione Monte Carlo.

Come si vede in figura 8.17, la correlazione tra le variabili m_{ES} e NN è trascurabile (il coefficiente di correlazione è infatti pari a ~ 0.01).

8.3.4 Fondo $D\pi$

Il fondo $D\pi$, per il modo $sgn < 0$, è composto da eventi $B^\pm \rightarrow D(\rightarrow K^\mp \pi^\pm \pi^0)\pi^\pm$, di forma uguale (in m_{ES} e in NN) agli eventi $D\pi$, per il modo $sgn > 0$. Per le *pdf* di questo fondo sono stati dunque utilizzati i parametri ottenuti per il fondo $D\pi$ con $sgn > 0$ (par. 8.2.4).

La maggior parte degli eventi di fondo $D\pi$ con $sgn > 0$ sono dovuti a un decadimento permesso del mesone B ($B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$) seguito da un decadimento permesso del D^0 ($\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^- \pi^0$). Per il modo con $sgn < 0$ invece, la maggior parte degli eventi di fondo $D\pi$ sono dovuti a un decadimento permesso del mesone B ($B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$) seguito da un decadimento soppresso del D^0 ($\bar{D}^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$). Infatti il modo $B^+ \rightarrow D^0 \pi^+$ è molto soppresso rispetto a $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$ (il rapporto tra le ampiezze è dell'ordine di ~ 0.01). Dunque si può scrivere, in buona approssimazione, per il numero degli eventi di fondo $D\pi$ presenti nel modo di segnale e nel modo di normalizzazione:

$$N_{segn.}^{D\pi} \propto BR(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+) \cdot BR(\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^- \pi^0),$$

$$N_{norm.}^{D\pi} \propto BR(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+) \cdot BR(\bar{D}^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0).$$

Per questo motivo il numero degli eventi di fondo $D\pi$ presenti nel modo di segnale è stato ricavato dal numero di eventi di fondo $D\pi$ ottenuti dallo studio Monte Carlo per il modo

di normalizzazione considerando che il rapporto tra i due sia proporzionale al rapporto tra le frazioni di decadimento soppresso e permesso del D^0 :

$$N_{segn.}^{D\pi} = N_{norm.}^{D\pi} \cdot r_D^2, \quad (8.3)$$

dove r_D è il rapporto tra le ampiezze definito in 2.3. L'espressione 8.3 è dunque valida nell'approssimazione in cui si trascuri il numero degli eventi $B^+ \rightarrow D^0\pi^+$ rispetto al numero degli eventi $B^+ \rightarrow \overline{D^0}\pi^+$ (questa è una buona approssimazione in quanto, come già detto, il secondo modo è molto soppresso rispetto al primo).

8.4 *Fit* sui dati

La selezione degli eventi è stata infine applicata a un campione di dati di luminosità integrata pari a 205 fb^{-1} e sono stati prodotti due campioni distinti, uno in cui si è richiesto $sgn < 0$ (segnale) e uno in cui si è richiesto $sgn > 0$ (normalizzazione).

Il *fit* è eseguito sul campione ottenuto con la selezione $sgn < 0$ e su quello con $sgn > 0$ separatamente. Per entrambi i campioni è stata costruita la *pdf* totale come somma (pesata con i numeri di eventi, come spiegato in 8.1) delle singole *pdf* ottenute per i vari sottocampioni dalla parametrizzazione.

Nella procedura di *fit* alcuni valori dei parametri sono stati fissati a quelli ottenuti dalle parametrizzazioni, alcuni sono stati invece lasciati liberi: sono i parametri rispetto a cui la *likelihood* viene massimizzata e di questi otteniamo dunque dal *fit* degli estimatori. Sia per il campione con $sgn < 0$ che per quello con $sgn > 0$, i parametri rispetto a cui viene massimizzata la *likelihood* sono il numero di eventi di segnale (normalizzazione), il numero di eventi di fondo continuo e il parametro c della Argus che descrive m_{ES} per il fondo continuo. Per il fondo $B\overline{B}$ e $D\pi$ dunque anche il numero di eventi è stato fissato ai valori ottenuti dallo studio Monte Carlo, secondo i criteri descritti nei paragrafi 8.2 e 8.3.

8.4.1 Risultato per il modo di normalizzazione

I valori aspettati e quelli restituiti dal *fit* sul campione di normalizzazione per i parametri rispetto ai quali si massimizza la *likelihood* sono mostrati in tabella 8.1. Il valore aspettato per il numero di eventi di normalizzazione N^{norm} è calcolato a partire dal numero di eventi ottenuti dall'applicazione della procedura di selezione agli eventi simulati, riscaldati alla luminosità dei dati assumendo per il modo di normalizzazione il valore della frazione di

decadimento mostrato in 7.5. Il valore aspettato del numero di eventi di fondo continuo è calcolato riscalando alla luminosità dei dati il numero di eventi ottenuto dall'applicazione della selezione ai dati *off-resonance*. Il parametro c per il fondo continuo è quello che definisce la forma della funzione Argus ed il suo valore aspettato è quello ottenuto dal *fit* sul campione di eventi simulati. Il valore ottenuto dal *fit* per N^{norm} è in buon accordo con quello aspettato. I valori degli eventi di fondo $B\bar{B}$ e $D\pi$ sono fissati al numero di eventi

Parametro	Valore aspettato	Valore restituito
N^{norm}	1385	1382 ± 47
Eventi di fondo continuo	3087	2954 ± 62
c del fondo continuo	-23.37	-27.73 ± 2.5

Tabella 8.1: Valori aspettati e valori restituiti dal *fit* per il numero di eventi di normalizzazione N^{norm} , il numero di eventi di fondo continuo e per il parametro c della Argus per m_{ES} per la selezione $sgn > 0$.

stimati dallo studio dei campioni Monte Carlo (551 e 315 eventi rispettivamente). In figura 8.18 e 8.19 sono rappresentate le distribuzioni di m_{ES} e NN per i dati che hanno passato la selezione con la richiesta $sgn > 0$ e sovrapposte, la *pdf* totale e i singoli contributi delle *pdf* dei diversi campioni.

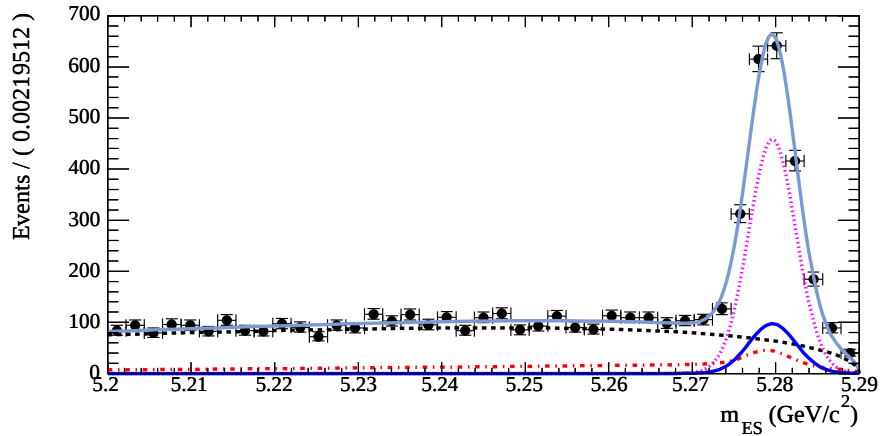


Figura 8.18: Distribuzione di m_{ES} per 205 fb^{-1} di dati che hanno passato la selezione $sgn > 0$. I punti sono i dati, la curva celeste continua è la *pdf* totale, la curva rosa punteggiata è il contributo del segnale, la curva nera tratteggiata regolare è la distribuzione per il fondo continuo, quella rossa tratteggiata irregolare è il contributo del fondo $B\bar{B}$ e la curva continua blu è il contributo del fondo $D\pi$.

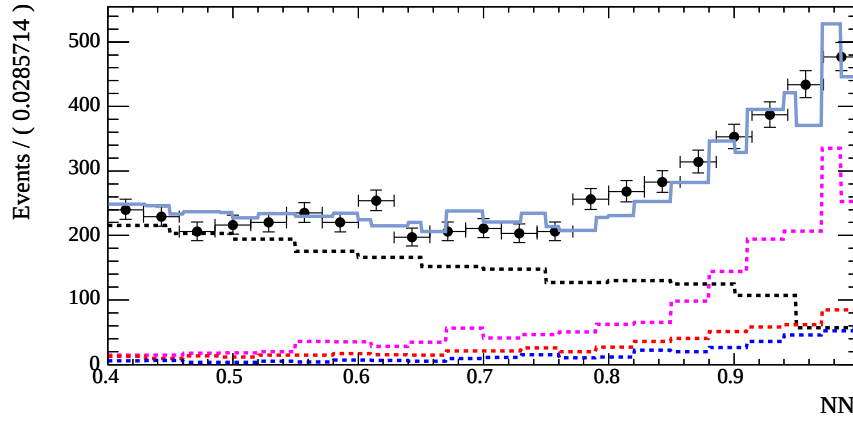


Figura 8.19: Distribuzione di NN per 205 fb^{-1} di dati che hanno passato la selezione $sgn > 0$. I punti sono i dati, la curva celeste continua è la *pdf* totale, la curva rosa punteggiata è il contributo del segnale, la curva nera tratteggiata regolare è la distribuzione per il fondo continuo, quella rossa tratteggiata irregolare è il contributo del fondo $B\bar{B}$ e la curva continua blu è il contributo del fondo $D\pi$.

8.4.2 Risultato per il modo di segnale

I valori aspettati e quelli restituiti dal *fit* sul campione di segnale per i parametri rispetto ai quali si massimizza la *likelihood* sono mostrati in tabella 8.2. Il numero di eventi aspettati di segnale è calcolato assumendo $r_{D^0K^+} = 0.10$ e $r_D = 0.0656$. Il valore aspettato del numero di eventi di fondo continuo è calcolato riscalandolo alla luminosità dei dati il numero di eventi ottenuto dall'applicazione della selezione ai dati *off-resonance*. Il parametro c per il fondo continuo è quello che definisce la forma della funzione Argus ed il suo valore aspettato è quello ottenuto dal *fit* sul campione di eventi simulati. Non si ha da questo *fit* evidenza del segnale: il valore ottenuto per il numero di eventi di segnale N^{segn} è infatti consistente con zero. I valori degli eventi di fondo $B\bar{B}$ e $D\pi$ sono fissati al numero di eventi

Parametro	Valore aspettato	Valore restituito
N^{segn}	14	1.5 ± 17.9
Eventi di fondo continuo	8174	8157 ± 94
c del fondo continuo	-23.68	-20.16 ± 1.3

Tabella 8.2: Valori aspettati e valori restituiti dal *fit* per il numero di eventi di segnale N^{segn} , il numero di eventi di fondo continuo e per il parametro c della Argus per m_{ES} per la selezione $sgn < 0$. Il numero di eventi aspettati di segnale è calcolato assumendo $r_{D^0K^+} = 0.10$ e $r_D = 0.0656$.

stimati dallo studio dei campioni Monte Carlo (644 eventi ed 1 evento rispettivamente). In figura 8.20 e 8.21 sono rappresentate le distribuzioni di m_{ES} e NN per i dati che hanno passato la selezione con la richiesta $sgn < 0$ e sovrapposte, la *pdf* totale e i singoli contributi delle *pdf* dei diversi campioni.

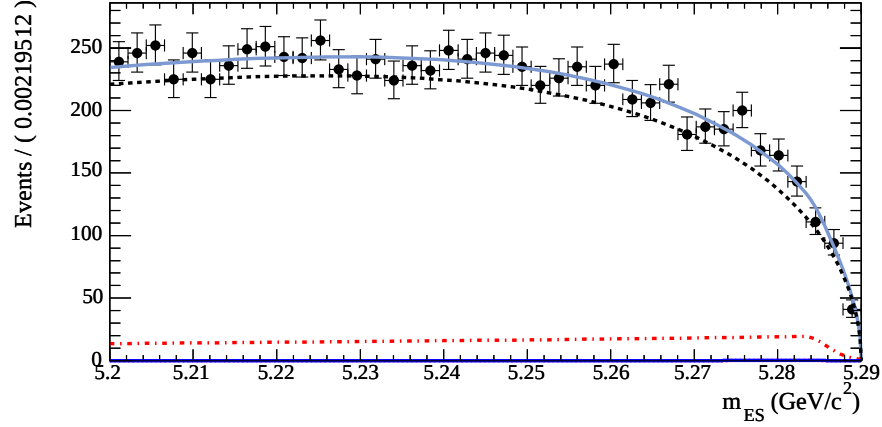


Figura 8.20: Distribuzione di m_{ES} per 205 fb^{-1} di dati che hanno passato la selezione $sgn < 0$. I punti sono i dati, la curva celeste continua è la *pdf* totale, la curva rosa punteggiata è il contributo del segnale, la curva nera tratteggiata regolare è la distribuzione per il fondo continuo, quella rossa tratteggiata irregolare è il contributo del fondo $B\bar{B}$ e la curva continua blu è il contributo del fondo $D\pi$.

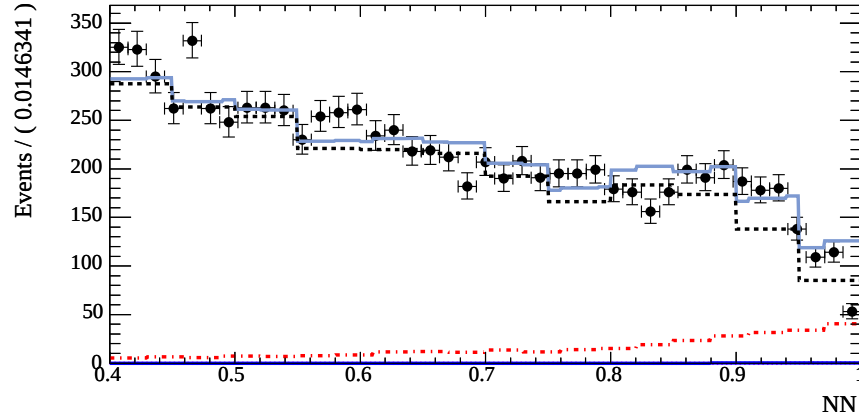


Figura 8.21: Distribuzione di NN per 205 fb^{-1} di dati che hanno passato la selezione $sgn < 0$. I punti sono i dati, la curva celeste continua è la *pdf* totale, la curva rosa punteggiata è il contributo del segnale, la curva nera tratteggiata regolare è la distribuzione per il fondo continuo, quella rossa tratteggiata irregolare è il contributo del fondo $B\bar{B}$ e la curva continua blu è il contributo del fondo $D\pi$.

8.5 Risultato per R_{ADS} e estrazione del limite per $r_{D^0K^+}$

Utilizzando i risultati del *fit* per il numero di eventi di segnale e di normalizzazione, è stata estratta con un approccio *bayesiano* (come descritto nel paragrafo 1.1.2) la distribuzione per $R_{ADS} = \frac{N^{segn.}}{N^{norm.}}$. Le distribuzioni per $N^{segn.}$ e $N^{norm.}$ sono assunte gaussiane con media e deviazione standard (σ) pari al risultato e all'errore restituiti dal *fit* rispettivamente. Per R_{ADS} assumiamo una distribuzione *a priori* uniforme, che vincola R_{ADS} (che, essendo il rapporto tra numeri di eventi, è definito positivo) ad essere maggiore di zero. Si ottiene in questo modo per R_{ADS} la distribuzione *a posteriori* mostrata in figura 8.22. La misura

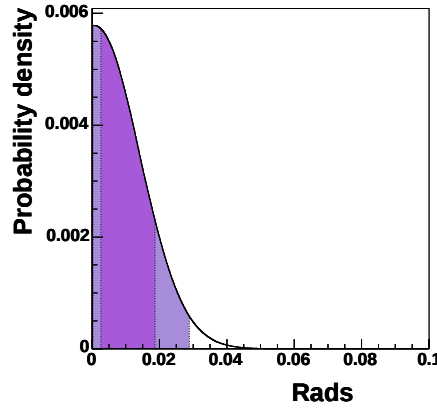


Figura 8.22: Distribuzione ottenuta per R_{ADS} . La regione interna (di colore più scuro) [0.0026 - 0.0187] indica l'intervallo in cui è compreso il valore di R_{ADS} al 68% di probabilità e quella esterna (di colore più chiaro) [0.0004 - 0.0299] l'intervallo in cui è compreso al 95% di probabilità.

restituisce dunque per R_{ADS} un valore:

$$R_{ADS} = 0.009^{+0.009}_{-0.006} , \quad (8.4)$$

e dalla distribuzione ottenuta si stabilisce il limite superiore:

$$R_{ADS} < 0.0299 \quad \text{al } 95\% \quad \text{di probabilità.} \quad (8.5)$$

Il risultato ottenuto per R_{ADS} (8.4) è consistente con quello delle precedenti analisi di BABAR ($R_{ADS} = 0.013^{+0.011}_{-0.009}$ [25]). Ricordiamo che R_{ADS} è legato a $r_{D^0K^+}$ dalla relazione (già scritta in 2.2):

$$R_{ADS} = r_{D^0K^+}^2 + r_D^2 + 2r_{D^0K^+}r_DC \cos \gamma ,$$

dove γ è la fase debole e le quantità $r_{D^0K^+}$, r_D e C sono definite nel paragrafo 2.4.

Utilizzando la distribuzione così ottenuta per R_{ADS} e l'informazione sperimentale per r_D (che è misurato $r_D = 0.0656 \pm 0.0084$ [11] e si assume che la sua distribuzione sia descritta da una Gaussiana di media $\mu_{r_D} = 0.0656$ e deviazione standard $\sigma_{r_D} = 0.0084$) si è tratta la distribuzione per $r_{D^0K^+}$ mostrata in figura 8.23. Mentre per R_{ADS} è utilizzata la distribuzione ottenuta dalla nostra misura e r_D è assunto gaussiano, per le quantità per cui non si hanno misure sperimentali sono assunte distribuzioni uniformi nell'intero intervallo in cui le diverse quantità possono variare. Dunque la fase γ è considerata distribuita uniformemente tra 0 e 2π e C tra -1 e 1 .

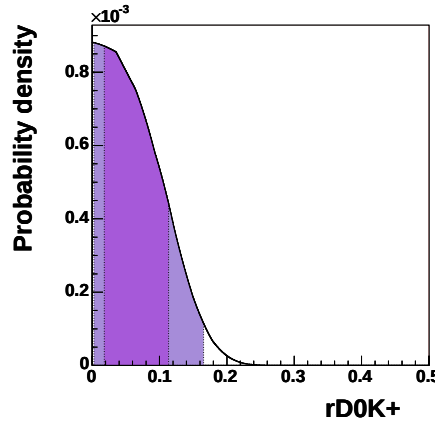


Figura 8.23: Distribuzione ottenuta per $r_{D^0K^+}$. La regione interna (di colore più scuro) [0.018 - 0.114] indica l'intervallo in cui è compreso il valore di $r_{D^0K^+}$ al 68% di probabilità e quella esterna (di colore più chiaro) [0.003 - 0.166] l'intervallo in cui è compreso al 95% di probabilità.

Si ottiene in questo modo una distribuzione per $r_{D^0K^+}$ ($r_{D^0K^+} = 0.066 \pm 0.047$), da cui si deduce un limite superiore:

$$r_{D^0K^+} < 0.166 \quad (\text{al } 95\% \text{ di probabilità}). \quad (8.6)$$

La stima attuale per $r_{D^0K^+}$ ($r_{D^0K^+} = 0.100 \pm 0.036$) è ottenuta combinando tutte le misure disponibili. Se si aggiunge la distribuzione di R_{ADS} ottenuta, il risultato per $r_{D^0K^+}$ diventa:

$$r_{D^0K^+} = 0.091 \pm 0.037. \quad (8.7)$$

Il leggero aumento dell'errore su $r_{D^0K^+}$ è dovuto al fatto che il valore per $r_{D^0K^+}$ risultante dall'aggiunta della misura ottenuta è più vicino a zero. In questo caso, l'intervallo che

integrato contiene $r_{D^0K^+}$ con una certa probabilità (nel risultato citato, il 68 %) è più allargato a causa delle code. La vera informazione si ottiene dunque, più che dal risultato espresso dalla 8.7, dalla *pdf* ottenuta per $r_{D^0K^+}$ (che è mostrata in figura 8.24). Considerando tutte le attuali misure e la distribuzione qui presentata per R_{ADS} , si ha per l'angolo γ :

$$\gamma[^\circ] = \begin{cases} 60 \pm 17 & \cup & -120 \pm 17 \\ ([24.2, 99.0] & \cup & [-155.6, -80.8] \text{ at } 95\%) \end{cases}$$

Nelle figure 8.25 e 8.26 sono inoltre mostrati la distribuzione ottenuta per l'angolo γ e la regione del piano $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ selezionata dalla determinazione di γ ottenuta prendendo in considerazione tutte le misure disponibili e la misura qui presentata per R_{ADS} .

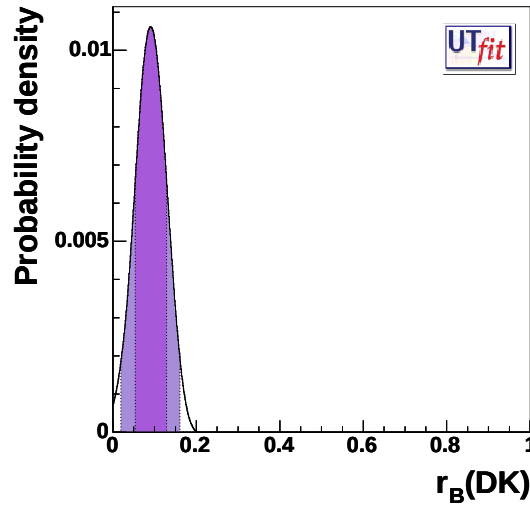


Figura 8.24: Distribuzione per $r_{D^0K^+}$ ottenuta con il metodo *bayesiano* dalle varie misure dei canali $B \rightarrow D^0K$ con i metodi GLW, ADS e Dalitz e con la misura di R_{ADS} qui presentata.

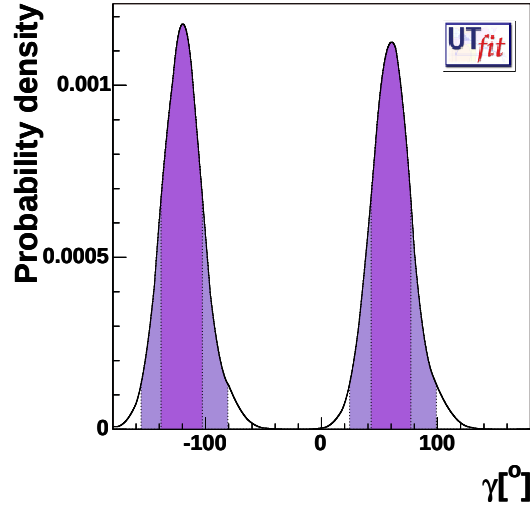


Figura 8.25: Distribuzione per γ ottenuta con il metodo *bayesiano* dalle varie misure dei canali $B \rightarrow D^0 K$ con i metodi GLW, ADS e Dalitz e con la misura di R_{ADS} qui presentata.

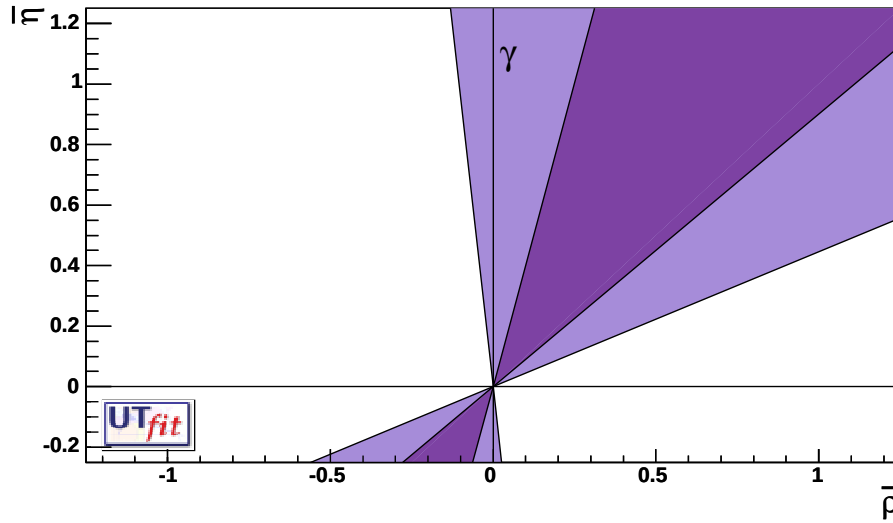


Figura 8.26: Regione del piano $(\bar{\rho}-\bar{\eta})$ (al 68% e 95% di probabilità) selezionata in seguito alle misure di γ e alla misura di R_{ADS} qui presentata.

Conclusioni

Il lavoro presentato in questa tesi è composto da una parte sperimentale e da una teorica fenomenologica.

Con l'analisi sperimentale si vuole misurare il rapporto R_{ADS} tra il numero di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm$ e il numero di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$. A questo scopo, la ricerca dei decadimenti $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm$ e $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$ è stata effettuata su un campione di dati, di luminosità integrata pari a 205 fb^{-1} , raccolti alla risonanza $\Upsilon(4S)$ con l'esperimento BABAR. Il numero di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\pm \pi^\mp \pi^0]_D K^\pm$ osservati è in accordo con le misure precedenti e non si ha evidenza di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm$ (ovvero il numero di eventi $B^\pm \rightarrow [K^\mp \pi^\pm \pi^0]_D K^\pm$ trovato è consistente con zero). Con una tecnica *bayesiana*, si ottiene per R_{ADS} un valore:

$$R_{ADS} = \frac{\Gamma(B^- \rightarrow [K^+ \pi^- \pi^0]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [K^- \pi^+ \pi^0]_D K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow [K^- \pi^+ \pi^0]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [K^+ \pi^- \pi^0]_D K^+)} = 0.009_{-0.006}^{+0.009},$$

da cui si deduce il limite:

$$R_{ADS} < 0.0299 \quad \text{al } 95\% \quad \text{di probabilità.}$$

Il risultato è consistente con quelli ottenuti dalle precedenti analisi svolte in BABAR ($R_{ADS} = 0.013_{-0.009}^{+0.011}$).

Dalla distribuzione ottenuta per R_{ADS} si ricava un'informazione sul rapporto tra ampiezze $r_{D^0 K^+} = \frac{|A(B^+ \rightarrow D^0 K^+)|}{|A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)|}$, parametro importante per le misure dell'angolo γ del *Triangolo Unitario*. Per questo rapporto si ottiene $r_{D^0 K^+} = 0.066 \pm 0.047$. Questo risultato è consistente con la stima attuale per $r_{D^0 K^+}$, ricavata da tutte le misure disponibili ($r_{D^0 K^+} = 0.100 \pm 0.036$). Dalla distribuzione per $r_{D^0 K^+}$ si determina inoltre un limite superiore: $r_{D^0 K^+} < 0.166$ (al 95% di probabilità).

Lo studio teorico si svolge nell'ambito di diversi approcci fenomenologici ai decadimenti del mesone B in due particelle, di cui una è un mesone D e l'altra un kaone o un pione. Nel formalismo della *Operator Product Expansion* si scrivono le ampiezze per questi processi

in termini di elementi di matrice di operatori locali e di coefficienti di Wilson. Alcune particolari combinazioni di questi elementi e coefficienti sono parametri indipendenti dallo schema e dalla scala di rinormalizzazione e in termini di questi, utilizzando la simmetria $SU(2)$ di *isospin*, si mettono in relazione le ampiezze di decadimenti diversi. In questo modo, dalla conoscenza del rapporto $r_{D^0 K^+}$, si stima un valore per il rapporto $r_{D^0 K^0} = \frac{|A(B^0 \rightarrow \overline{D^0} K^0)|}{|A(B^0 \rightarrow D^0 \overline{K^0})|}$ (importante per l'analisi di $\sin(2\beta + \gamma)$) ottenendo $r_{D^0 K^0} = 0.27 \pm 0.18$. Sono analizzati inoltre alcuni approcci basati sull'ipotesi di fattorizzazione, in particolare si conclude che la soppressione dei contributi in cui il mesone emesso è quello pesante prevista dalla *QCD-factorization* non è consistente con le misure sperimentali. Per questi casi si propongono dei parametri correttivi alla fattorizzazione *naïve* e si indagano i valori che questi assumono per i diversi decadimenti.

Ringraziamenti

Eccoci ai ringraziamenti, la parte più letta e più imbarazzante da scrivere. Ma non posso certo sottrarmi, quindi mi butto!

Voglio iniziare ringraziando chi mi ha seguito in questo lavoro di tesi: Riccardo e Cecilia per la loro infinita pazienza e disponibilità, l'indispensabile Maurizio, Luca (nonostante abbia divulgato una certa fotografia..) e Achille per l'attenzione e la fiducia.

Ringrazio poi il grande capo Ferroni e il professor Martinelli, per avermi permesso di vivere questa esperienza.

In veste di sindaco, ringrazio tutti i cittadini della baita: Emanuele (da questo si capirà che li nomino in ordine di orario di arrivo al mattino), Fabio (anche se per colpa sua sono nota ad alcuni come *Arnold...*), Alessia e Betta mie compagne vallette, il sergente Cavoto, Alfonso, monsieur Polci(o dovrei dire *Titeuf?*), Luigi, Shahram (a cui concedo il permesso di soggiorno vitalizio e la cittadinanza onoraria per la baita) e ovviamente Giacinto il laureando-gemello. Quest'anno è stato per me appassionante e formativo, non solo dal punto di vista intellettuale, ma anche da quello umano e sono stata molto fortunata a poter lavorare in un gruppo così generoso ed accogliente.

Ringrazio la mia famiglia, che mi ha sostenuta in questi anni di studio: mia madre Fiammetta e mio padre Stefano, zia Silvia e nonna Anna, Federico e Melania, Rossella e Clodina.

Ringrazio tantissimo tutti gli amici (che mi hanno sopportata durante questi anni); anche se non posso qui nominarvi tutti, voglio ringraziare Kristina che mi ha dato tanto coraggio e le amichette Maria, Giulia Blu e Susanna che sono delle sorelle per me.

Bibliografia

- [1] N. Cabibbo, “*Unitary Symmetry And Leptonic Decays*,” Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531; M. Kobayashi and T. Maskawa, “*CP Violation In The Renormalizable Theory Of Weak Interaction*,” Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.
- [2] A. J. Buras e L. Silvestrini, “*Non-leptonic two-body B decays beyond factorization*,” Nucl. Phys. B **569** (2000) 3, hep-ph/9812392.
- [3] A. D. Sakharov, “*Violation Of CP Invariance, C Asymmetry, And Baryon Asymmetry Of The Universe*,” Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **5** (1967) 32 [JETP Lett. **5** (1967) 24].
- [4] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579;
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
- [5] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 138.
- [6] J. Wess, “*The Cpt Theorem And Its Significance For Fundamental Physics*,” Nucl. Phys. Proc. Suppl. **8** (1989) 461.
- [7] C. S. Wu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105** (1957) 1413.
- [8] B. Aubert *et al.* [the BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87** 091801 (2001).
- [9] B. Abashian *et al.* [the BELLE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87** 091802 (2001).
- [10] S. Weinberg, “*Mixing Angle In Renormalizable Theories Of Weak And Electromagnetic Interactions*,” Phys. Rev. D **5** (1972) 1962.
- [11] D. E. Groom *et al.* [Particle Data Group Coll.], “*Review of particle physics*,” Eur. Phys. J. C **15** (2000) 1.

- [12] L. Wolfenstein, “ *Parametrization Of The Kobayashi-Maskawa Matrix*,” Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 1945.
- [13] M. Battaglia, A.J. Buras, P. Gambino, A. Stocchi, “ *The CKM matrix and the unitarity triangle*,” arXiv:hep-ph/0304132.
- [14] G. Buchalla, A. J. Buras e M. E. Lautenbacher, “ *Weak Decays Beyond Leading Logarithms*,” Rev. Mod. Phys. **68** (1996) 1125 hep-ph/9512380.
- [15] M. Bona *et al.* [UTfit Collaboration], “ *The 2004 UTfit collaboration report on the status of the unitarity triangle in the standard model*,” arXiv:hep-ph/0501199.
- [16] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “ *Ambiguity-free measurement of $\cos(2\beta)$: Time-integrated and time-dependent angular analyses of $B \rightarrow J/\psi K \pi$* ,” Phys. Rev. D **71** (2005) 032005 [arXiv:hep-ex/0411016].
- [17] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], “ *Improved measurements of CP-violating asymmetry amplitudes in $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ decays*,” arXiv:hep-ex/0501071.
- [18] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], arXiv:hep-ex/0503049.
- [19] P. Harrison and H.R. Quinn, *The BABAR Physics Book*, SLAC-R-504 (1998).
- [20] M. Gronau, D. Wyler, Phys. Rev. Lett. **B253** (1991) 483.
- [21] M. Gronau, D. London, Phys. Rev. Lett. **B265** (1991) 172.
- [22] I. Dunietz, Phys. Rev. Lett. **B270** (1991) 75; Phys. Rev. Lett. **D52** (1995) 3048.
- [23] D. Atwood, I. Dunietz and A. Soni, “ *Enhanced CP violation with $B \rightarrow K D^0$ ($\bar{D}^0$) modes and extraction of the CKM angle γ* ,” Phys. Rev. Lett. **78**, 3257 (1997) [arXiv:hep-ph/9612433].
- [24] A. Giri, Y. Grossman, A. Soffer and J. Zupan, “ *Determining γ using $B^+ \rightarrow D^- K^+ \pi^0$ with multibody D decays*,” Phys. Rev. D **68** (2003) 054018 [arXiv:hep-ph/0303187].
- [25] B. Aubert *et al.* [the BABAR Collaboration], “ *Search for $b \rightarrow u$ transitions in $B^- \rightarrow (\bar{D}^0 K^-)$ and $B^- \rightarrow (\bar{D}^{*0} K^-)$* ,” arXiv:hep-ex/0408028.

- [26] H. F. A. Group(HFAG), “*Averages of b -hadron properties as of winter 2005*,” arXiv:hep-ex/0505100.
- [27] J. D. Bjorken, “*Topics In B Physics*,” Nucl. Phys. Proc. Suppl. **11** (1989) 325.
- [28] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert e C.T. Sachrajda, “*QCD factorization for exclusive, non-leptonic B meson decays: General arguments e the case of heavy-light final states*,” Nucl. Phys. B **591** (2000) 313; “*QCD factorization for $B \rightarrow \pi K$ decays*,” hep-ph/0007256.
- [29] M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli e L. Silvestrini, “*Charming penguins in B decays*,” Nucl. Phys. B **501** (1997) 271, hep-ph/9703353; M. Ciuchini, R. Contino, E. Franco, G. Martinelli e L. Silvestrini, “*Charming-penguin enhanced B decays*,” Nucl. Phys. B **512** (1998) 3, hep-ph/9708222.
- [30] B. Aubert [BABAR Collaboration], “*Search for the rare decays $B^+ \rightarrow D^{(*)} + K0(S)$* ,” arXiv:hep-ex/0505099 submitted to PRD-RC.
- [31] C. K. Chua and W. S. Hou, “*Implications of anti- $B \rightarrow D0 h0$ decays on anti- $B \rightarrow D$ anti- K , anti- D anti- K decays*,” arXiv:hep-ph/0504084.
- [32] J. Seeman *et al.*, The PEP-II Storage Rings, SLAC-PUB-8786 (2001);
- [33] BABAR Collaboration, BABAR Technical Design Report, SLAC-REP-372 (1995)
- [34] Jonathan M. Dorfan, PEP-II Status Report, SLAC-PUB-7919 (1998)
- [35] B. Aubert *et al.* (BaBar Collaboration), *The First Year of the BaBar experiment at PEP-II*, BABAR-CONF-00/17, presentato alla International Conference on High Energy Physics, Osaka (Japan) (2000).
- [36] R.Santonico, R.Cardarelli Nucl. Instr. and Meth. **A409**, 377 (1981).
- [37] R. Sinkus and T. Voss, “*Particle identification with neural networks using a rotational invariant moment representation*,” Nucl. Instrum. Meth. A **391** (1997) 360.
- [38] W.T.Ford, “*Choice of Kinematic Variables in B Meson Reconstruction*. BaBar Analysis Document #53 (2000).
- [39] G. C. Fox and S. Wolfram, Nucl. Phys. **B149** (1979) 413.

- [40] R.J. Barlow, Nucl. Instr. and Methods A279 (1990) 496.
- [41] S.M.Bohte, H.L.Poutr   and J.N. Kok. *Error-backpropagation in temporally encoded networks of spiking neurons* NeuroComputing, 48(1-4):17-37, November 2002.