



Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Studio del decadimento
 $B^+ \rightarrow \bar{D}^0(K_s \pi^+ \pi^-) K^+$
con l'esperimento *BaBar*

Tesi di Laurea

di Elisabetta Prencipe

matricola: 11097117

Relatori:

Prof. Fernando Ferroni

Dott. Riccardo Faccini

Anno Accademico 2003-2004

*"Quale canzone cantassero le sirene,
o quale nome assumesse Achille quando si nascose
tra le donne, per quanto problemi sconcertanti,
non sono al di là di ogni congettura".*

Sir Thomas Browne

Tesine

Analisi calorimetrica della pelle per la discriminazione di melanomi.

Relatore: Carlo Coluzza

Equazione di stato della materia fortemente interagente.

Relatore: Omar Benhar

Indice

Introduzione	1
1 Violazione CP nel Modello Standard	3
1.1 Violazione della simmetria CP	3
1.1.1 Violazione CP nel Modello Standard	5
1.1.2 Il Triangolo Unitario	9
1.2 Misura di γ tramite i decadimenti del mesone D^0 in tre corpi	16
1.2.1 Analisi indipendente dal modello.	19
1.2.2 Analisi dipendente dal modello.	22
2 L'esperimento $BABAR$ a $PEP-II$	27
2.1 La B -Factory $PEP-II$	29
2.2 Il sistema di tracciamento	31
2.2.1 Il rivelatore di vertice	31
2.2.2 La camera a deriva	35
2.3 Il rivelatore Cherenkov	38
2.4 Il calorimetro elettromagnetico	41
2.5 $L'IFR$	46
3 Ricostruzione dei mesoni B	51
3.1 Preselezione degli eventi	52
3.2 Identificazione delle tracce cariche	54
3.2.1 Identificazione dei kaoni	54
3.2.2 Identificazione degli elettroni	57
3.2.3 Identificazione dei muoni	60
3.3 Ricostruzione dei vertici di decadimento e fit cinematici	62

3.4	Ricostruzione dei fotoni	67
3.5	Ricostruzione dei K_S	68
3.6	Ricostruzione del mesone D^0	68
3.7	Ricostruzione dei mesoni B^+	70
3.7.1	Scelta del miglior candidato B	73
4	Selezione degli eventi	75
4.1	Caratterizzazione del fondo	75
4.1.1	Definizione del campione	75
4.1.2	Fondo combinatorio	80
4.1.3	Fondo con picco in m_{ES}	80
4.2	Variabili discriminanti	82
4.2.1	Coseno dell'angolo Θ_{MAX} ($ \cos(\Theta_{MAX}) $)	82
4.2.2	Coseno dell'angolo di thrust ($ \cos(\Theta_{thrust}) $)	85
4.2.3	Variabile ΔH	85
4.3	Identificazione del B_{recoil}	87
4.4	Variabile Δz	89
4.5	Polinomi di <i>Legendre</i>	90
4.6	Discriminante di Fisher	90
4.6.1	Definizione del metodo	90
4.6.2	Scelta delle variabili discriminanti	94
4.6.3	Ottimizzazione	101
5	Strategia di analisi	109
5.1	Test di verosimiglianza	109
5.1.1	Definizione	109
5.1.2	Studio delle ipotesi per la likelihood	110
5.2	Ottimizzazione della selezione	122
5.2.1	Risultati sul campione MC	131
6	I risultati dell'analisi	133
6.1	Misura di $R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow D^0 \pi^+)}$ sui dati	133

6.2	Incertezze sistematiche	134
6.3	Misure finali	135
Conclusioni		141
Bibliografia		143
A Forma analitica delle funzioni del <i>fit</i>		149
A.0.1	Funzione gaussiana	149
A.0.2	Funzione doppia gaussiana	149
A.0.3	Funzione gaussiana biforcata	150
A.0.4	Funzione di Argus	150
Epilogo		153
Ringraziamenti		155

Introduzione

L'esperimento *BaBar*, sito presso i laboratori di *SLAC* (Stanford Linear Accelerator Center), ha lo scopo di misurare i tre angoli del Triangolo Unitario (α , β , γ) sfruttando l'alta luminosità del collisore di elettroni e positroni *PEP-II* e l'asimmetria nelle energie dei suoi fasci.

La determinazione degli elementi della matrice di *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* (matrice *CKM*) [1] è importante per verificare la consistenza del Modello Standard delle interazioni elettrodeboli e ricercare eventualmente nuova fisica. Un test cruciale è rappresentato dalla misura dell'angolo γ . Vari metodi che utilizzano il decadimento $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ sono stati suggeriti per misurare γ , ma la statistica a disposizione negli esperimenti realizzati fino ad oggi non è ancora sufficiente per porre dei limiti al suo valore con ragionevole significatività.

Tra le varie tecniche proposte per la determinazione di γ , particolare attenzione e interesse suscita quella basata sullo studio dei decadimenti in tre corpi del mesone D^0 .

Questo metodo è basato su due osservazioni chiave:

- D^0 e $\bar{D}^0$ decadono in un comune stato finale (nel caso specifico, $K_s\pi^+\pi^-$)
- $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$ può produrre mesoni D neutri di entrambi i sapori, tramite le transizioni $\bar{b} \rightarrow \bar{c}u\bar{s}$ e $\bar{b} \rightarrow \bar{u}c\bar{s}$, dove la fase relativa θ_+ tra le due ampiezze che interferiscono è la somma $\delta + \gamma$ (fase forte + fase debole); nel modo coniugato, la differenza di fase sarà la differenza $\delta - \gamma$, e la chiameremo θ_- .

In questo modo, entrambe le fasi possono essere estratte dalla misura dell'ampiezza del decadimento del mesone B in regioni del *Dalitz plot* del D^0 che decade in tre corpi, dove queste due ampiezze interferiscono.

L'argomento di questa tesi è lo studio del decadimento $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$, con $\bar{D}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$.

Nel primo capitolo sarà introdotta la violazione di CP e verrà mostrato come questa viene spiegata nel Modello Standard. Sarà inoltre discusso come sia possibile misurare l'angolo γ del Triangolo Unitario attraverso decadimenti del tipo $B^\pm \rightarrow \bar{D}^0 K^\pm$ ed i problemi sperimentali che questa misura comporta.

Il secondo capitolo è dedicato alla descrizione dell'esperimento *BaBar* e delle caratteristiche di *PEP-II*. Particolare rilievo verrà dato alle componenti del rivelatore che permettono di separare i pioni dai kaoni carichi: il sistema tracciante e il rivelatore a luce Cherenkov.

Nel terzo capitolo sarà discusso il modo in cui sono stati ricostruiti gli eventi partendo dagli stati finali fino alla ricostruzione della B^+ , discutendo risoluzioni ed efficienze.

Nel quarto capitolo verrà descritta la selezione degli eventi e la tecnica utilizzata per estrarre il segnale. Si porrà particolare attenzione sulle variabili utilizzate per discriminare il fondo dal segnale, in particolare sul discriminante di *Fisher*, costruito appositamente per questa analisi.

Nel quinto capitolo sarà discussa la strategia di analisi utilizzata per estrarre $R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+)}$ a partire dal campione $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$ selezionato. Essa è basata su un fit di massima verosimiglianza, che verrà validato su campioni di eventi Monte Carlo.

Nel sesto capitolo verranno discussi i risultati ottenuti su un campione di dati di 113 fb^{-1} e saranno discussi i diversi contributi agli errori sistematici.

Capitolo 1

Violazione CP nel Modello Standard

I primi modelli elaborati sull'interazione debole erano basati sulla fenomenologia del decadimento β . Da allora molti progressi sono stati fatti, ma la violazione della simmetria CP in questo tipo di interazione, a quarant'anni dalla sua scoperta, è un problema ancora aperto nella fisica moderna.

In questo capitolo verrà dato qualche cenno sulla violazione di tale simmetria (par. 1.1) e come questa viene spiegata nel Modello Standard, ponendo enfasi sul Triangolo Unitario e sulla matrice CKM . L'ultimo paragrafo è dedicato alla descrizione delle tecniche utilizzate dal 1991 ad oggi (2004) per lo studio sulla possibilità di determinare l'angolo γ .

1.1 Violazione della simmetria CP

Una caratteristica unica dell'interazione debole, responsabile del decadimento di quark e leptoni, è la violazione della parità. Invarianza sotto parità significa invarianza sotto “scambio *destra* – *sinistra*”.

Per molti anni gli scienziati sono stati convinti della naturale specularità delle leggi fisiche, fino a quando nel 1964 Young e Lee [2, 3] dimostrarono che questa convinzione era errata: la parità P , infatti, si conserva solo nei processi adronici ed elettromagnetici.

Tre sono gli operatori di parità che in questo contesto esamineremo: C , P , T .

L'operatore P , detto anche operatore di inversione spaziale, agisce in modo tale che:

$$\begin{aligned}(t, x) &\rightarrow (t, -x) \\ (t, p) &\rightarrow (t, -p)\end{aligned}$$

dove t indica la variabile temporale, x indica la variabile spaziale e p indica l'impulso spaziale.

L'operatore T (operatore di inversione temporale), invece, agisce in modo che:

$$(t, x) \rightarrow (-t, x)$$

Conseguentemente, l'operatore momento angolare $\vec{L} = \vec{x} \times \vec{p}$ è invariante sotto l'operazione di inversione spaziale, e ciò vale anche per il momento angolare totale $\vec{J}$.

La parità P è una buona simmetria per quei processi (come QED e QCD) in cui:

$$\langle \vec{J} \cdot \vec{p} \rangle = 0 \quad (1.1)$$

Verso la fine degli anni '60, Wu e Garwin [4, 5] dimostrarono che le particelle che decadono per interazione debole non rispettano l'Eq. (1.1), mostrando una chiara violazione della P -parità.

Consideriamo ora l'operatore C , noto come operatore di coniugazione di carica. La C -parità agisce in modo che una particella venga trasformata nella sua antiparticella.

Secondo la teoria di Dirac [6], elettroni e positroni devono soddisfare lo stesso tipo di equazioni del moto:

$$\text{per } e^- : (i\gamma^\mu \partial_\mu - e\gamma^\mu A_\mu - m) \psi(x) = 0 \quad (1.2)$$

$$\text{per } e^+ : (i\gamma^\mu \partial_\mu + e\gamma^\mu A_\mu - m) \psi^C(x) = 0 \quad (1.3)$$

$$\psi^C(x) = C\psi(x) \quad (1.4)$$

C è una matrice tale che $C \bar{\gamma}^\mu C^{-1} = -\gamma^\mu$

Allora:

$$\psi^C(x) = \eta_C C \bar{\psi}(x) \quad (1.5)$$

dove η_C è un fattore di fase costante ($|\eta_C|=1$), che dipende dalla natura della particella.

In termini di matrici:

$$C = -i\gamma^2\gamma^0 \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$$P = \gamma^0 \quad (1.7)$$

$$T = -\gamma^0 \quad (1.8)$$

Nei processi regolati dall'interazione debole C è sempre violata, come fu osservato da Goldhaber (1957).

Tuttavia, l'applicazione simultanea di P e di C produce un processo fisicamente possibile, conservato pure nelle interazioni deboli (simmetria CP), con un'eccezione: il decadimento di K_L^0 e K_S^0 , come dimostrò nel 1964 l'esperimento di Christenson, Cronin, Fitch, Turlay [7].

Più recentemente, si è osservata la violazione CP anche nel sistema B^0 - $\bar{B}^0$. Infatti, come accade per i mesoni K^0 , anche i mesoni B neutri non sono autostati di C ; quindi è possibile il mixing, e si manifesta la transizione B^0 - $\bar{B}^0$.

La CPT è, tuttavia, una simmetria conservata in tutti i tipi di interazione.

1.1.1 Violazione CP nel Modello Standard

Si conoscono quattro tipi di interazioni elementari (vedi Tab. 1.1):

- gravitazionale
- elettromagnetica
- forte
- debole

<i>INTERAZIONE</i>	<i>si accoppia a</i>	<i>PARTICELLE SCAMBIATE</i>	<i>MASSA(GeV)</i>	J^P
<i>forte</i>	<i>carica di colore</i>	8 <i>gluoni</i>	0	1^-
<i>elettromagnetica</i>	<i>carica elettrica</i>	<i>fotoni</i>	0	1^-
<i>debole</i>	<i>carica debole</i>	$W^\pm, Z^0$	10^2	1^+

Tabella 1.1: Interazioni descritte dal Modello Standard

	<i>Famiglie</i>			Q_e	Q_c	$Spin$
	1	2	3			
<i>Leptoni</i>	e	μ	τ	1		$\frac{1}{2}$
	ν_e	ν_μ	ν_τ	0	-	
<i>Quark</i>	u	c	t	$+\frac{2}{3}$		$\frac{1}{2}$
	d	s	b	$-\frac{1}{3}$	-	
<i>Bosoni</i>	γ			0	-	1
	$W^\pm$			± 1	-	
	Z^0			0	-	
	<i>gluoni</i>			-	r, g, b	

Tabella 1.2: Particelle elementari del Modello Standard

Il Modello Standard della fisica delle particelle elementari (SM) comprende la teoria unificata dell'interazione elettrodebole e l'interazione forte (QCD), e le descrive in termini di teorie di gauge, a partire dall'insieme delle particelle elementari osservate.

Le particelle elementari conosciute in questo modello sono descritte in Tab. 1.2.

È stato accennato nel paragrafo precedente che gli operatori di parità P e C si conservano nei processi QED e QCD , ma non nelle interazioni di tipo debole. Anzi, nei processi deboli da corrente carica si ha la massima violazione di P e C . Infatti le correnti deboli cariche si accoppiano solo a fermioni levogiri e antifermioni destrorgiri, mentre la corrente debole neutra viola la parità solo in parte: si accoppia con ogni tipo di fermione (destrorso/sinistrorso), ma con intensità differente.

In questo modello la simmetria CP è una buona simmetria per tutti i processi, con l'eccezione per i sistemi $B^0 - \bar{B}^0$ e $K^0 - \bar{K}^0$ che interagiscono via interazione debole.

Il Modello Standard, però, presenta dei limiti. Esistono, infatti, domande a cui questo modello non ha ancora dato una risposta. Ad esempio, ci sono troppi parametri; sono almeno 22:

- $\alpha; \alpha_F; G_F; \theta_W;$

- massa dei bosoni di gauge (4); massa di quark e leptoni¹(12);
- massa del bosone di Higgs;
- mixing dei quark

Non ci soffermeremo in questo contesto nel descrivere il Modello Standard, piuttosto ci interessa sapere come in questo viene spiegata la violazione CP .

Il Modello Standard, con le sue tre generazioni di quark, prevede la violazione CP , anche se molte verifiche sono ancora necessarie per una visione chiara del fenomeno. In tale modello, con la simmetria di gauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, la violazione di CP appare proprio nella matrice di mescolamento dei quark [8]. Ogni famiglia di quark è composta da tre multipletti:

$$\mathcal{Q}^L = \begin{pmatrix} U_L^I \\ D_L^I \end{pmatrix} = (3, 2)_{+1/6} \quad u_R^I = (3, 1)_{+2/3} \quad d_R^I = (3, 1)_{-1/3} \quad (1.9)$$

dove $(3, 2)_{+1/6}$ indica un tripletto di $SU(3)_C$, doppietto di $SU(2)_L$ con ipercarica $Y = Q - T_3 = +1/6$, ed analogamente per le altre rappresentazioni. L'interazione dei quark con i bosoni di gauge di $SU(2)_L$ è data da:

$$L_W = -\frac{1}{2} g \overline{Q_{Li}^I} \gamma^\mu \tau^a \mathbf{1}_{ij} Q_{Lj}^I W_\mu^a \quad (1.10)$$

dove le γ^μ operano nello spazio di Lorentz, τ^a operano nello spazio $SU(2)_L$ e $\mathbf{1}$ è la matrice unitaria che opera nello spazio dei sapori. L'interazione dei quark con un singolo doppietto scalare di Higgs $\phi(1, 2)_{+1/2}$ è data da:

$$L_Y = -G_{ij} \overline{Q_{Li}^I} \phi d_{Rj}^I - F_{ij} \overline{Q_{Li}^I} \tilde{\phi} u_{Rj}^I + \text{h. c.} \quad (1.11)$$

dove G ed F sono matrici *complesse* 3×3 generiche. La loro natura complessa è la fonte della violazione di CP nel Modello Standard. Con la rottura spontanea di simmetria $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{EM}}$ dovuta ad un valore di aspettazione del campo di Higgs diverso

¹Si tratterebbe di 9 paramentri, se i neutrini avessero massa nulla. Ma dato che abbiamo evidenza sperimentale che non è così, il numero dei parametri risulta maggiore.

da zero ($\langle\phi\rangle \neq 0$), le due componenti del doppietto dei quark diventano distinguibili, così come le tre componenti del tripletto W^μ . Il termine (1.10) diventa quindi:

$$L_W = -\sqrt{\frac{1}{2}}g\overline{u_{Li}^I}\gamma^\mu\mathbf{1}_{ij}d_{Lj}^IW_\mu^+ + \text{h.c.} \quad (1.12)$$

I termini di massa che vengono dall'aver sostituito $\Re e(\phi^0) \rightarrow \sqrt{\frac{1}{2}}(v+H^0)$ nell'Eq.(1.11) sono dati da:

$$L_M = -\sqrt{\frac{1}{2}}vG_{ij}\overline{d_{Li}^I}d_{Rj}^I - \sqrt{\frac{1}{2}}vF_{ij}\overline{u_{Li}^I}u_{Rj}^I + \text{h. c.} \quad (1.13)$$

con:

$$M_d = Gv/\sqrt{2} \quad M_u = Fv/\sqrt{2} \quad (1.14)$$

L'informazione sulla fase è adesso contenuta in queste matrici di massa. Per diagonalizzarle nella base degli autostati di massa si definiscono quattro matrici unitarie tali che:

$$V_{dL}M_dV_{dR}^\dagger = M_d^{\text{diag}} \quad V_{uL}M_uV_{uR}^\dagger = M_u^{\text{diag}} \quad (1.15)$$

dove M_q^{diag} sono diagonali e reali, mentre V_{qL} e V_{qR} sono complesse. Il termine di interazione (1.12) nella base degli autostati di massa diventa:

$$L_W = -\sqrt{\frac{1}{2}}g\overline{u_{Li}^I}\gamma^\mu\bar{V}_{ij}d_{Lj}^IW_\mu^+ + \text{h.c.} \quad (1.16)$$

dove i campi dei quark senza l'indice I indicano gli autostati di massa. La matrice $\bar{V} = V_{uL}V_{dL}^\dagger$ è la matrice unitaria di mescolamento per le tre generazioni di quark. Come tale, dipende in generale da nove parametri, tre dei quali possono essere scelti reali (analoghi all'angolo di Cabibbo) e gli altri sei sono fasi. È comunque possibile ridurre il numero delle fasi in $\bar{V}$ con una trasformazione del tipo:

$$\bar{V} \implies V = P_u\bar{V}P_d^* \quad (1.17)$$

dove P_u e P_d sono matrici diagonali di fase. Questa è una trasformazione legittima in quanto ridefinisce le fasi dei campi degli autostati di massa dei quark come:

$$q_{Li} \rightarrow (P_q)_{ii}q_{Li} \quad q_{Ri} \rightarrow (P_q)_{ii}q_{Ri} \quad (1.18)$$

e non cambia la matrice di massa reale e diagonale M_q^{diag} . Le cinque differenze di fase tra gli elementi di P_u e P_d possono essere scelte in modo che la trasformazione (1.17) elimini

da $\bar{V}$ cinque delle sei fasi indipendenti; quindi $\bar{V}$ ha una sola fase effettiva. Questa fase, che si indica con δ_{KM} , è la fase di Kobayashi-Maskawa, e la matrice di mescolamento è la matrice di *Cabibbo – Kobayashi – Maskawa* (CKM). È interessante notare che la stessa procedura applicata a una Lagrangiana del Modello Standard con due generazioni di quark con un singolo campo di Higgs rimuove tutte le fasi di violazione di CP . Questa teoria, quindi, non potrebbe includere la violazione di CP senza l'aggiunta di altri campi. La fase inamovibile nella matrice CKM permette la violazione di CP . Infatti, dalle leggi di trasformazione sotto CP :

$$\bar{\psi}_i \psi_j \rightarrow \bar{\psi}_j \psi_i \quad \bar{\psi}_i \gamma^\mu W_\mu (1 - \gamma_5) \psi_j \rightarrow \bar{\psi}_j \gamma^\mu W_\mu (1 - \gamma_5) \psi_i \quad (1.19)$$

Quindi i termini di massa e dell'interazione di gauge sono invarianti sotto la simmetria CP se tutte le masse e le costanti di accoppiamento sono reali. In particolare l'accoppiamento del $W^\pm$ con i quark ha la forma:

$$gV_{ij}\bar{u}_i\gamma_\mu W^{+\mu}(1-\gamma_5)d_j + gV_{ij}^*\bar{d}_j\gamma_\mu W^{-\mu}(1-\gamma_5)u_i \quad (1.20)$$

Sotto CP vengono scambiati i due termini ad eccezione dei termini V_{ij} e V_{ij}^* . Quindi CP è una buona simmetria solo se esiste una base di autostati di massa e una scelta delle fasi in cui tutte le costanti di accoppiamento e le masse sono reali [9].

1.1.2 Il Triangolo Unitario

Esistono molti modi di parametrizzare la matrice CKM ; quella adottata dal *PDG* [10] è dovuta a Maiani. In questa i quattro parametri hanno un chiaro significato fisico, essendo gli angoli di mescolamento tra le famiglie dei quark (θ_{12}, θ_{23} e θ_{13}) e la fase complessa che causa la violazione di CP (δ_{13}). Scrivendo $\cos(\theta)_{ij} = c_{ij}$ e $\sin(\theta)_{ij} = s_{ij}$, la matrice CKM assume la forma:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

L'unitarietà della matrice CKM implica varie relazioni tra i suoi elementi; tre di esse sono molto utili per capire come viene prevista la violazione di CP nel Modello Standard:

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \quad (1.22)$$

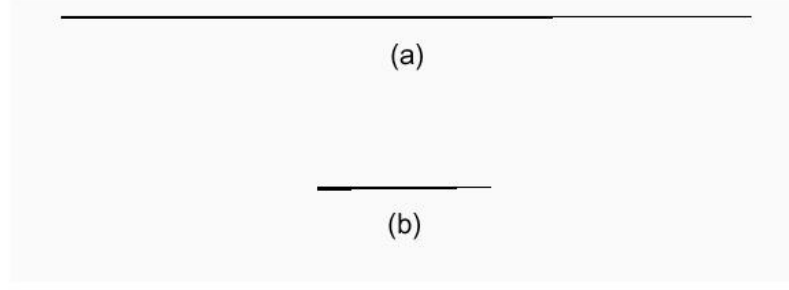


Figura 1.1: Triangoli Unitari ottenuti dalle relazioni (a):1.22 (b):1.23

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \quad (1.23)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (1.24)$$

Ognuna di queste tre relazioni pone uguale a zero la somma di tre quantità complesse, e quindi può essere rappresentata come un triangolo nel piano complesso. Queste relazioni rappresentano i “Triangoli Unitari” (Fig. 1.1 e Fig. 1.2), anche se il termine *Triangolo Unitario* viene generalmente utilizzato per indicare solamente la relazione (1.24) in quanto le relazioni 1.22 e 1.23 producono dei triangoli molto schiacciati. Il Triangolo Unitario riscaldato (Fig. 1.2) è ottenuto dalla (1.24) scegliendo una convenzione di fase in maniera tale che $(V_{cd}V_{cb}^*)$ sia reale e dividendo la lunghezza di tutti i lati per $|V_{cd}V_{cb}^*|$; la forma del triangolo rimane invariata. Quindi due vertici del Triangolo Unitario riscaldato sono fissati in $(0,0)$ e $(1,0)$. Le coordinate del terzo vertice vengono indicate con (ρ, η) . La matrice *CKM* viene spesso espressa in termini dei quattro parametri di Wolfenstein [11] $(\lambda, A, \rho, \eta)^2$ con $\lambda = |V_{us}| = 0.22$ (seno dell’angolo di Cabibbo) che gioca il ruolo di un parametro di espansione, ed η che rappresenta la fase della violazione di

²La forma qui riportata è quella di Buras [12], in cui i parametri originari ρ ed η della parametrizzazione di Wolfenstein sono sostituiti da $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$, essendo

$$\bar{\rho} = \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad \bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad (1.25)$$

dove λ è il seno dell’angolo di Cabibbo. In questo modo si arriva ad includere gli ordini $\mathcal{O}(\lambda^4)$ e l’unitarietà vale praticamente in modo esatto.

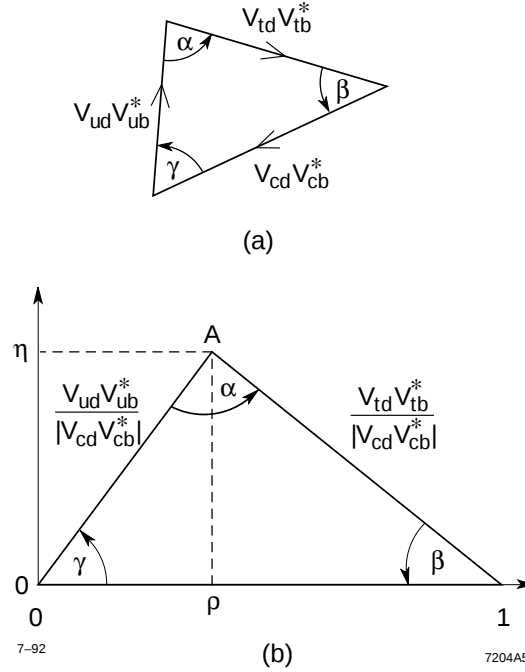


Figura 1.2: a) Il Triangolo Unitario ottenuto dalla relazione 1.24; b) Il Triangolo Unitario riscalato, tutti i lati sono divisi per $|V_{cb}^*V_{cd}|$

CP:

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4) \quad (1.26)$$

La relazione tra i parametri della (1.21) e della (1.26) è data da:

$$s_{12} \equiv \lambda, \quad s_{23} \equiv A\lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\delta} \equiv A\lambda^3(\rho - i\eta) \quad (1.27)$$

Una misura diretta degli angoli del Triangolo Unitario può essere confrontata da una determinazione indiretta, ottenuta tramite l'assunzione della validità del Modello Standard e la rappresentazione, sul piano complesso $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$, di grandezze che non coinvolgono direttamente gli angoli del Triangolo Unitario, ma che sono funzioni di $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$ [13]. In particolare:

- $\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|}$ è rappresentato da una circonferenza centrata in (0,0)

$$\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|} = \frac{\lambda}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2}. \quad (1.28)$$

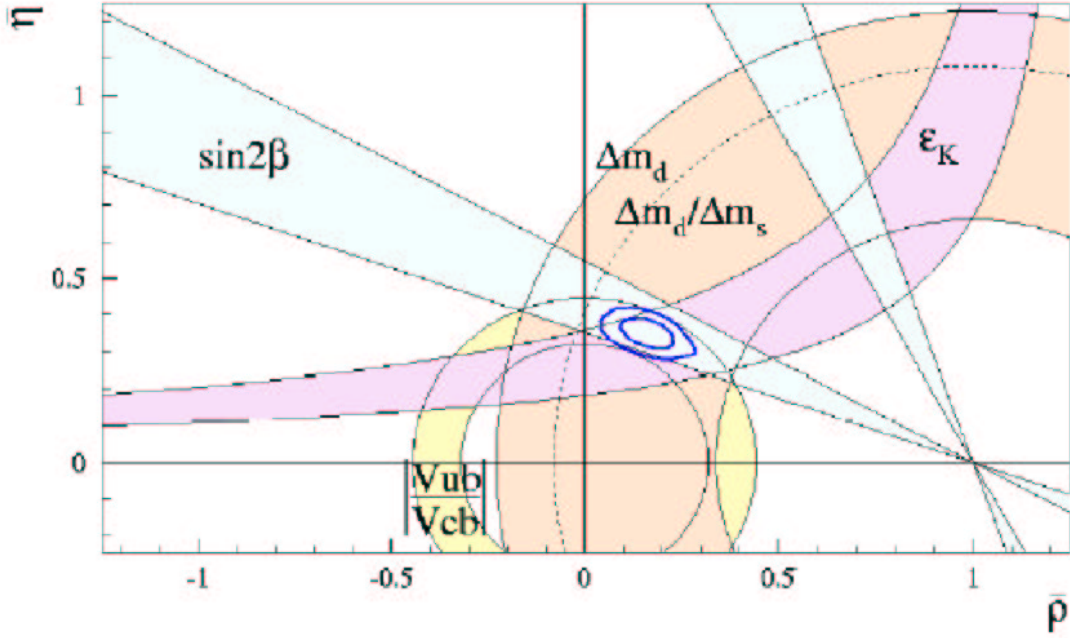


Figura 1.3: Limiti imposti al valore di $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ dalle misure indirette. Ogni banda rappresenta l'indeterminazione sul limite imposto, dovuto alle incertezze con cui sono note le varie quantità. Le aree delimitate dalle linee blu rappresentano le regioni nelle quali il vertice A (ρ, η) del triangolo Unitario si trova con probabilità rispettivamente del 68 % e 95 %.

- Δm_d , la differenza tra le masse dei mesoni B^0 e $\bar{B}^0$, è rappresentata da una circonferenza centrata in $(1,0)$

$$\Delta m_d \propto A^2 \lambda^6 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2], \quad (1.29)$$

- Δm_s , la differenza tra le masse dei mesoni B_S^0 e $\bar{B}_S^0$, rappresentata a sua volta da una circonferenza. Il confronto con Δm_d porta alla seguente relazione

$$\frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} \propto \left(\frac{\lambda}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \right)^2 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2]. \quad (1.30)$$

- ϵ_K , parametro caratteristico della violazione di CP nel sistema $K^0 - \bar{K}^0$, è rappresentato approssimativamente da una iperbole.

Se la determinazione di queste grandezze fosse infinitamente precisa, si avrebbero quattro curve passanti per uno stesso punto del piano $\bar{\rho}, \bar{\eta}$, definendo così il vertice A del triangolo

<i>Parametro</i>	<i>valore ottenuto</i>
$\bar{\rho}$	0.162 ± 0.046
$\bar{\eta}$	$0.347^{+0.029}_{-0.026}$
$\sin(2\beta)$	0.705 ± 0.035
$\sin(2\alpha)$	$-0.13^{+0.28}_{-0.23}$
γ	$(64.5^{+7.5}_{-6.5})^\circ$

Tabella 1.3: Risultati dell'analisi del Triangolo Unitario.

in Fig. 1.2. In realtà, alle varie grandezze sono associate incertezze dovute agli errori sperimentali nella misura e alla determinazione dei parametri teorici introdotti. Quindi ognuna delle curve considerate è una banda (si veda la Fig. 1.3)³ e di conseguenza ciò che l'analisi del Triangolo Unitario riesce a fare è fissare una regione entro cui, assegnato un certo livello di confidenza, cade il punto $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$, compatibilmente con l'ipotesi fatta di validità del Modello Standard. A questo punto, la misura diretta degli angoli del triangolo permette di avere un test di consistenza del Modello Standard ed, eventualmente, evidenza di nuova fisica.

In Tab. 1.3 sono riportati i risultati per una analisi del Triangolo Unitario [13].

Il valore per $\sin(2\beta)$ è confrontabile con i risultati ottenuti dalle collaborazioni *BaBar* e *Belle*, con i quali si è arrivati a livelli di precisione significativi [14, 15]. I valori sperimentali e la media mondiale sono riportati in Fig. 1.4. Notevoli progressi sono stati compiuti negli ultimi anni. Un chiaro esempio di ciò viene dalla Fig. 1.5, dove viene confrontata l'area selezionata allo stato attuale con quelle ottenute negli anni precedenti. Il notevole progresso, dovuto al miglioramento delle misure sperimentali e delle tecniche di simulazione numerica su reticolo, rende concretamente possibile oggi quel confronto con le misure dirette per cui questo tipo di studi è nato.

³In particolare, il fatto che a Δm_s sia sperimentalmente associato solamente un limite superiore implica che la terza delle condizioni scritte seleziona una porzione di piano e non una banda vera e propria.

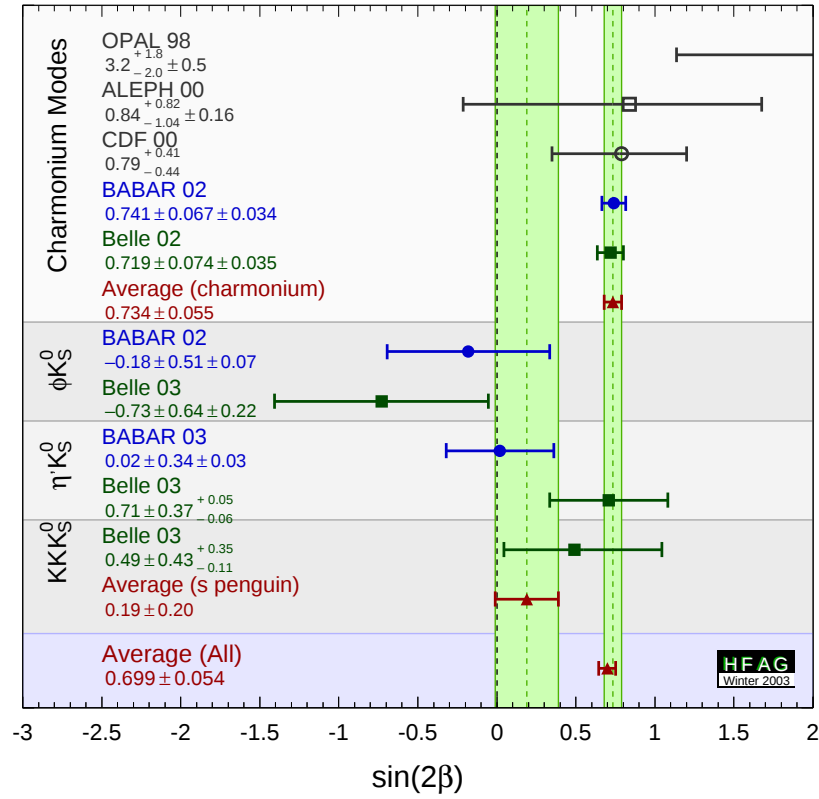


Figura 1.4: Confronto dei valori presenti in letteratura per $\sin(2\beta)$.

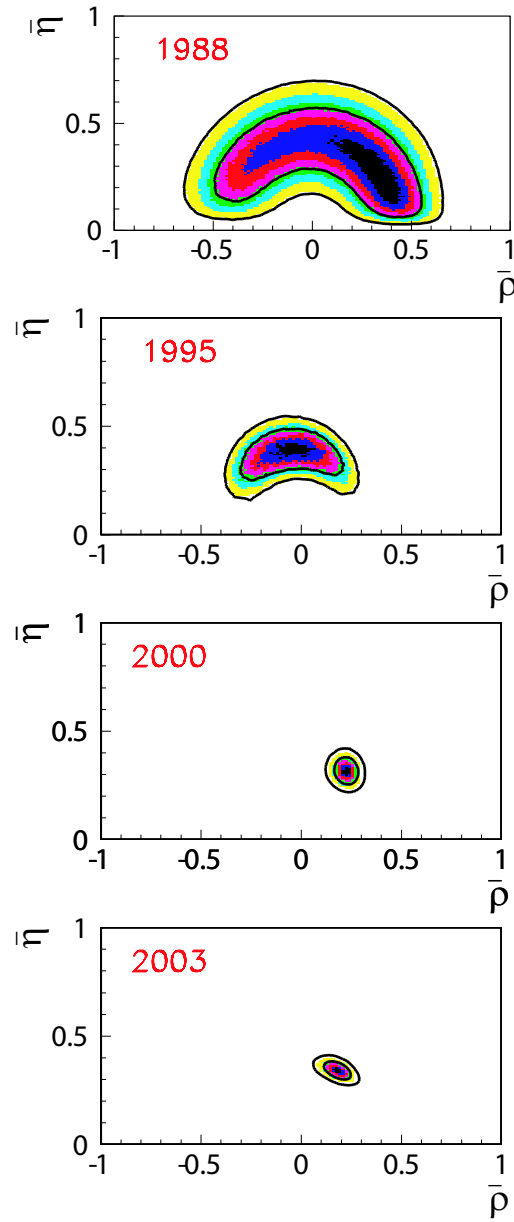


Figura 1.5: Aree selezionate dall'analisi del Triangolo Unitario nel piano $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ corrispondenti allo stato dell'analisi per gli anni 1988, 1995, 2000 ed estate 2003.

1.2 Misura di γ tramite i decadimenti del mesone D^0 in tre corpi

In una B -factory che produce B_d^0 e non ha la possibilità di produrre B_s^0 il modo migliore dal punto di vista teorico per determinare l'angolo

$$\gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) \quad (1.31)$$

è quello di utilizzare l'interferenza tra le ampiezze di decadimento $\bar{b} \rightarrow \bar{c}u\bar{s}$ e $\bar{b} \rightarrow \bar{u}c\bar{s}$ (vedi Fig. 1.6), poichè in queste transizioni non figurano contributi di pinguini, che porterebbero inevitabilmente a incertezze di tipo adronico [16].

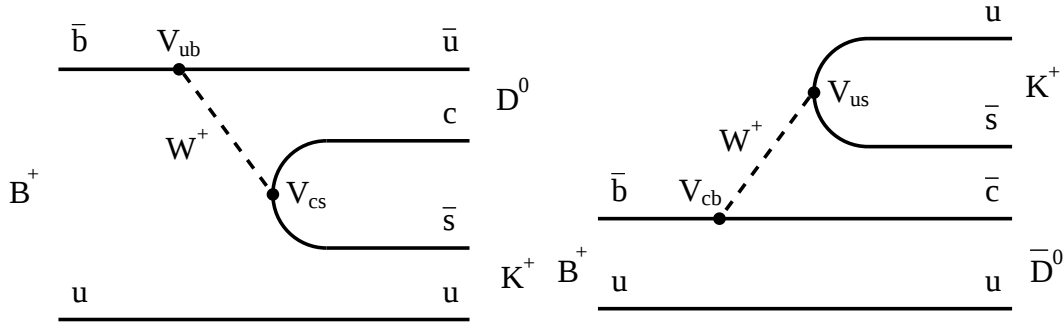


Figura 1.6: Diagrammi di Feynmann dei decadimenti $B^+ \rightarrow D^0 K^+$ (a sinistra) e $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$ (a destra).

Sono stati proposti diversi metodi per estrarre γ utilizzando queste transizioni, in particolare lo studio del decadimento $B^\pm \rightarrow \bar{D}^0 K^\pm$.

L'idea originale di Gronau, London e Wyler (metodo GLW), proposta inizialmente nel 1991[17, 18], era quella di utilizzare i decadimenti $B^\pm \rightarrow D_{CP} K^\pm$, dove D_{CP} rappresenta un mesone D^0 che decade in autostati di CP, e di studiare le interferenze tra le ampiezze di decadimento del $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ e $B^\pm \rightarrow \bar{D}^0 K^\pm$ tramite la misura delle frazioni di decadimento di questi canali.

Si scrivano le ampiezze di decadimento:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) &= A_B \\ \mathcal{A}(B^- \rightarrow D^0 K^-) &= A_B r_B e^{i(\delta_B - \gamma)}\end{aligned}\quad (1.32)$$

dove

$$r_B = \left| \frac{\mathcal{A}(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)}{\mathcal{A}(B^- \rightarrow D^0 K^-)} \right| \quad (1.33)$$

e δ_B è la differenza delle fasi forti tra le due ampiezze (per convenzione, A_B è l'ampiezza calcolata con fase 0). Nel canale coniugato, solo il segno della fase debole cambia:

$$(\delta_B - \gamma) \rightarrow (\delta_B + \gamma).$$

L'ampiezza $A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$ è soppressa di colore rispetto a $A(B^- \rightarrow D^0 K^-)$. Infatti, se si guarda alla Fig. 1.6 a sinistra, si nota che affinché il mesone D^0 si formi, i suoi due quark componenti devono essere dello stesso colore. La soppressione di colore, unita al valore sperimentale del rapporto degli elementi CKM , ci porta alla determinazione del valore teorico aspettato per r_B , che è aspettato dell'ordine del 10-20 %.

Questo riduce la sensitività dell'angolo γ , che è proporzionale alla grandezza dell'ampiezza più piccola. Va notato che, se avessimo una grande fase forte nel calcolo dell'interferenza, la sensitività su γ sarebbe dell'ordine di r_B . In generale, conviene avere grandi ampiezze che interferiscono con grandi fasi forti relative.

Gli osservabili che si possono costruire con questo metodo sono:

$$\begin{aligned}A(CP^+) &= \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^+}^0 K^+) - \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^+}^0 K^-)}{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^+}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^+}^0 K^-)} = 2r_B \sin \gamma \sin \delta_B / R(CP^+) \\ A(CP^-) &= \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^-}^0 K^+) - \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^-}^0 K^-)}{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^-}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^-}^0 K^-)} = -2r_B \sin \gamma \sin \delta_B / R(CP^-) \\ R(CP^+) &= \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^+}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^+}^0 K^-)}{\Gamma(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)} = 1 + r_B^2 + 2r_B \sin \gamma \sin \delta_B \\ R(CP^-) &= \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow D_{CP^-}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow D_{CP^-}^0 K^-)}{\Gamma(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)} = 1 + r_B^2 - 2r_B \sin \gamma \cos \delta_B\end{aligned}\quad (1.34)$$

Avere come stato finale un autostato di CP fa in modo che $B^- \rightarrow D^0 K^-$ interferisca con il canale $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$. Stessa cosa dicasi per i modi coniugati.

Il vantaggio di questo metodo è che non vi figurano incertezze adroniche, ma il *Branching Ratio* ($B.R.$) del decadimento $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$ risulta difficilissimo da misurare, in quanto questo modo di decadimento risulta *Cabibbo soppresso* rispetto a $B^- \rightarrow D^0 K^-$, cioè contiene l'elemento di matrice $CKM V_{ub}$ ($\propto \lambda^3$) anzichè V_{cb} ($\propto \lambda^2$), e V_{cs} ($\propto \lambda^2$) anzichè V_{us} ($\propto \lambda$). Quindi la misura di γ si è rivelata tutt'altro che semplice.

Un altro metodo, proposto da Atwood, Dunietz, Soni[19, 20] nel 1996 (metodo ADS), prende in considerazione i decadimenti dei mesoni D^0 e $\bar{D}^0$, ma non si limita a quelli che sono autostati di CP . In particolare, grandi asimmetrie sono possibili per stati finali f tali che $D^0 \rightarrow f$ è *doppio Cabibbo soppresso*, mentre $\bar{D}^0 \rightarrow f$ è *Cabibbo permesso*. La misurazione degli effetti di interferenza in questi due canali consente l'estrazione di γ , senza avere la conoscenza a priori del $B.R.(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$, la cui determinazione, come già accennato, può risultare complicata.

$$R(ADS) = \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow [K^- \pi^+]_D K^+) - \Gamma(B^- \rightarrow [K^+ \pi^-]_D K^-)}{\Gamma(B^+ \rightarrow [K^+ \pi^-]_D K^+) + \Gamma(B^- \rightarrow [K^- \pi^+]_D K^-)} = \lambda^4 + r_B^2 + 2r_B \lambda^2 \cos \gamma \cos(\delta_B + \delta_D) \quad (1.35)$$

Purtroppo il calcolo di r_B non ha dato risultati soddisfacenti: troppo piccolo rispetto alla stima prevista teoricamente.

Il metodo proposto da Ghiri, Grossman, Soffer, Zupan [21, 22] (metodo GGSZ, anno 2003) propone la possibilità di stimare γ tramite la struttura dei *Dalitz plot* dei decadimenti del D^0 in molti corpi [26]. In particolare, vengono considerati i decadimenti del mesone D^0 in tre corpi.

In questa tesi è stata concentrata l'attenzione sul canale $D^0 \rightarrow K_S \pi^- \pi^+$. I vantaggi di usare questo canale di decadimento del D^0 sono molteplici:

- grandi fasi forti relative dovute alla presenza di risonanze
- ci serviamo solo dei modi *Cabibbo-permessi*
- lo stato finale è costituito solo da particelle cariche che hanno un'alta efficienza di ricostruzione e fondo più basso rispetto a quelle neutre.

Le ampiezze del B^+ e B^- che decadono possono essere rispettivamente scritte come:

$$\begin{aligned} M_- &= f(m_-^2, m_+^2) + r_B e^{i(\delta-\gamma)} f(m_+^2, m_-^2) \\ M_+ &= f(m_+^2, m_-^2) + r_B e^{i(\delta+\gamma)} f(m_-^2, m_+^2) \end{aligned} \quad (1.36)$$

dove m_-^2 e m_+^2 sono le masse invarianti al quadrato rispettivamente di $K_s\pi^+$ e $K_s\pi^-$. $f(m_-^2, m_+^2)$ è l'ampiezza del decadimento $D^0 \rightarrow K_s\pi^+\pi^-$; questa funzione può essere ottenuta utilizzando un campione di D^0 di alta statistica e specifico sapore (vedi Fig. 1.7).

Esistono due diversi approcci a questo tipo di analisi, che qui di seguito esamineremo.

1.2.1 Analisi indipendente dal modello.

Focalizziamo l'attenzione sul decadimento

$$B^- \rightarrow DK^- \rightarrow (K_s\pi^-\pi^+)_D K^- \quad (1.37)$$

le cui ampiezze sono:

$$\begin{aligned} A(B^- \rightarrow D^0 K^-) &\equiv A_B \\ A(B^- \rightarrow \bar{D}_o K^-) &\equiv A_B r_B e^{i(\delta_B-\gamma)}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Il valore di A_B è noto dalla misura della larghezza di decadimento del $B^- \rightarrow D^0 K^-$, che utilizza decadimenti del D^0 in autostati di sapore.

Per un decadimento in tre corpi del mesone D^0 , si definisce:

$$A_D(s_{12}, s_{13}) \equiv A_{12,13} e^{i\delta_{12,13}} \equiv A(D^0 \rightarrow K_S(p_1)\pi^-(p_2)\pi^+(p_3)) \quad (1.39)$$

$$= A(\bar{D}_o \rightarrow K_S(p_1)\pi^+(p_2)\pi^-(p_3)) \quad (1.40)$$

dove $s_{ij} = (p_i + p_j)^2$, e p_1, p_2, p_3 sono rispettivamente i momenti del K_S, π^-, π^+ . Si richiede che sia $A_{12,13} \geq 0$, in modo che $\delta_{12,13}$ possa variare fra 0 e 2π .

Nell'ultima uguaglianza si è sfruttata la simmetria CP delle interazioni forti ed il fatto che lo stato finale ha spin 0.

Con queste informazioni e le precedenti definizioni, si può calcolare l'ampiezza del decadimento "*a cascata*":

$$A(B^- \rightarrow (K_S \pi^- \pi^+)_D K^-) = A_B \mathcal{P}_D (A_D(s_{12}, s_{13}) + r_B e^{i(\delta_B - \gamma)} A_D(s_{13}, s_{12})) \quad (1.41)$$

dove $\mathcal{P}_D$ è il propagatore del mesone D .

Scriviamo ora l'espressione per la larghezza di decadimento differenziale:

$$d\hat{\Gamma}(B^- \rightarrow (K_S \pi^- \pi^+)_D K^-) = \left(A_{12,13}^2 + r_B^2 A_{13,12}^2 \right. \quad (1.42)$$

$$\left. + 2r_B \Re [A_D(s_{12}, s_{13}) A_D^*(s_{13}, s_{12}) e^{-i(\delta_B - \gamma)}] \right) dp \quad (1.43)$$

dove dp denota la variabile dello spazio delle fasi.

In generale, non c'è simmetria tra i due argomenti di A_D nell'Eq. 1.41, e, quindi, nelle *rate* dei Dalitz plot.

L'ultimo termine dell'Eq. (1.43) può essere scritto come

$$\begin{aligned} & \Re[A_D(s_{12}, s_{13}) A_D^*(s_{13}, s_{12}) e^{-i(\delta_B - \gamma)}] = \\ & A_{12,13} A_{13,12} [\cos(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}) \cos(\delta_B - \gamma) + \sin(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}) \sin(\delta_B - \gamma)] \end{aligned} \quad (1.44)$$

Osserviamo la Fig. 1.8. Dopo aver diviso le partizioni del *Dalitz plot* in n -bin è possibile definire:

$$c_i \equiv \int_i dp A_{12,13} A_{13,12} \cos(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}), \quad (1.45)$$

$$s_i \equiv \int_i dp A_{12,13} A_{13,12} \sin(\delta_{12,13} - \delta_{13,12}), \quad (1.46)$$

$$T_i \equiv \int_i dp A_{12,13}^2, \quad (1.47)$$

dove gli integrali sono calcolati sopra l' i -esimo bin.

Le variabili c_i e s_i (la stima viene fatta dai dati) contengono l'informazione sulla differenza di fase forte. La variabile T_i può essere misurata dal decadimento del mesone D (stima fatta da un campione di controllo).

È conveniente usare coppie di bin poste in modo simmetrico rispetto alla linea $12 \leftrightarrow 13$, come mostra la Fig. 1.8.

Si consideri ora un evento, e sia $n = 2K$ il numero dei *bin*. La relazione che lega c_i, s_i dell' i - *esimo* bin a quelli calcolati sull' $\bar{i}$ - *esimo* bin è:

$$c_{\bar{i}} = c_i \quad s_{\bar{i}} = -s_i \quad (1.48)$$

e non compare nessuna relazione che leghi T_i a $T_{\bar{i}}$.

Si badi bene che usare i *bin* centrati simmetricamente sull'asse $12 \leftrightarrow 13$, porterebbe a $s_i = 0$.

Alla fine, si arriva ad un set di $4k$ equazioni:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_i^- &\equiv \int_i d\hat{\Gamma}(B^- \rightarrow (K_S \pi^- \pi^+)_D K^-) = \\ &\quad T_i + r_B^2 T_{\bar{i}} + 2r_B [\cos(\delta_B - \gamma) c_i + \sin(\delta_B - \gamma) s_i], \end{aligned} \quad (1.49a)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{\bar{i}}^- &\equiv \int_{\bar{i}} d\hat{\Gamma}(B^- \rightarrow (K_S \pi^- \pi^+)_D K^-) = \\ &\quad T_{\bar{i}} + r_B^2 T_i + 2r_B [\cos(\delta_B - \gamma) c_i - \sin(\delta_B - \gamma) s_i], \end{aligned} \quad (1.49b)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_i^+ &\equiv \int_i d\hat{\Gamma}(B^+ \rightarrow (K_S \pi^- \pi^+)_D K^+) = \\ &\quad T_i + r_B^2 T_{\bar{i}} + 2r_B [\cos(\delta_B + \gamma) c_i - \sin(\delta_B + \gamma) s_i], \end{aligned} \quad (1.49c)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{\bar{i}}^+ &\equiv \int_{\bar{i}} d\hat{\Gamma}(B^+ \rightarrow (K_S \pi^- \pi^+)_D K^+) = \\ &\quad T_{\bar{i}} + r_B^2 T_i + 2r_B [\cos(\delta_B + \gamma) c_i + \sin(\delta_B + \gamma) s_i]. \end{aligned} \quad (1.49d)$$

Queste equazioni sono in relazione l'una con l'altra attraverso le relazioni (1.48), che legano l' i - *esimo bin* all' $\bar{i}$ - *esimo bin*, e/o lo scambio $\gamma \leftrightarrow -\gamma$, dovuto al fatto che passare da un canale di decadimento al suo coniugato di carica comporta uno scambio di segno nel calcolo della fase debole (γ), com'è stato detto a proposito dell'Eq. (1.33).

In totale, avremo $2k + 3$ valori non noti nella Eq. (1.49),

$$c_i, s_i, r_B, \delta_B, \gamma, \quad (1.50)$$

cosicché le $4k$ -equazioni sono risolvibili per $k \geq 2$.

Naturalmente, nel caso in cui $s_i=0$ o anche $c_i=0$ per ogni i , si ottengono equazioni degeneri e γ non può essere determinato.

In altre parole, una partizione del Dalitz plot del mesone D^0 in quattro o più *bin* permette la determinazione di γ senza incertezze adroniche.

E questo è il motivo principale per cui preferire l'analisi dei Dalitz *model - independent*

per estrarre γ . Ma il numero di parametri da stimare con questo metodo è elevato, data la nostra bassa statistica, per cui viene proposto un altro metodo: l'analisi *model – dependent*, che qui di seguito viene descritta.

1.2.2 Analisi dipendente dal modello.

Se la dipendenza funzionale di moduli e fasi dell'ampiezza di decadimento $A_D(s_{12}, s_{13})$ del mesone D^0 fosse nota, l'analisi risulterebbe più semplice. Infatti, ci sarebbero solo tre variabili da determinare tramite *fit* nella Eq. (1.43): r_B, δ_B , e γ . Un'assunzione plausibile, supportata dai dati sperimentali [24] è che una parte significativa del decadimento in tre corpi $D^0 \rightarrow K_S \pi^- \pi^+$ è dominata da risonanze. Queste includono transizioni di decadimento della forma $D^0 \rightarrow K_S \rho^0 \rightarrow K_S \pi^- \pi^+$ o $D^0 \rightarrow K^{*-}(892) \pi^+ \rightarrow K_S \pi^- \pi^+$; oppure risonanze più alte: $f_0(980), f_2(1270), f_0(1370)$, che includono transizioni ρ -like, oppure $K_0^*(1430)$, che include transizioni $K^*(892)$ -like.

Facendo uso di campioni di alta statistica di D di specifico sapore, si può provare che le forme assunte per le larghezze di queste risonanze sono consistenti con i dati. L'errore che si introduce usando la *Breit – Wigner* è teorico, ma ci si aspetta che esso sia molto più piccolo dell'errore statistico che si assume sulla misura di γ . Questa cosa diventerà un problema solo quando il campione di B sarà così grande da fornire una misura precisa di γ .

È possibile effettuare sull'ampiezza di decadimento un *fit* con una somma di funzioni *Breit – Wigner* e termini costanti[25].

$$\begin{aligned} A_D(s_{12}, s_{13}) &= A(D^0 \rightarrow K_S(p_1) \pi^-(p_2) \pi^+(p_3)) = \\ &= a_0 e^{i\delta_0} + \sum_r a_r e^{i\delta_r} \mathcal{A}_r(s_{12}, s_{13}), \end{aligned} \quad (1.51)$$

dove il primo termine corrisponde al contributo non-risonante, e il secondo rappresenta il contributo risonante. La funzione di *Breit – Wigner* è definita come:

$$\mathcal{A}_r(s_{12}, s_{13}) = \mathcal{M}_r \times BW^r, \quad (1.52)$$

dove r rappresenta una specifica risonanza per i canali $K_S(p_1) \pi^-(p_2), K_S(p_1) \pi^+(p_3)$ oppure $\pi^-(p_2) \pi^+(p_3)$

$\mathcal{M}_r$ è il termine che tiene conto della dipendenza angolare, e dipende dallo spin J della

risonanza.

BW^r corrisponde alla funzione di *Breit – Wigner* relativistica, ed è dato da:

$$BW^r(s) = \frac{1}{s - M_r^2 + iM_r\Gamma_r(\sqrt{s})}, \quad (1.53)$$

dove M_r è la massa della risonanza r -esima e $\Gamma_r(\sqrt{s})$ denota la larghezza dipendente dalla massa. L'argomento di BW^r è s_{12} [s_{13} , s_{23}] per la risonanza $K_S(p_1)\pi^-(p_2)$ [$K_S(p_1)\pi^+(p_3)$, $\pi^-(p_2)\pi^+(p_3)$].

La cosa migliore da fare è un *fit* del *Dalitz plot* del D di sapore specifico, quali i D^* in eventi $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$ da cui è possibile stimare la forma funzionale per $A_D(s_{12}, s_{13})$, che può essere inserita nell'Eq. (1.43), lasciando come parametri liberi r_B , δ_B e γ .

La letteratura ci fornisce esempi di formule per il *fit* dell'ampiezza del D nel caso di tre risonanze. Ci aspettiamo che la fase forte sia abbastanza grande a causa della loro presenza.

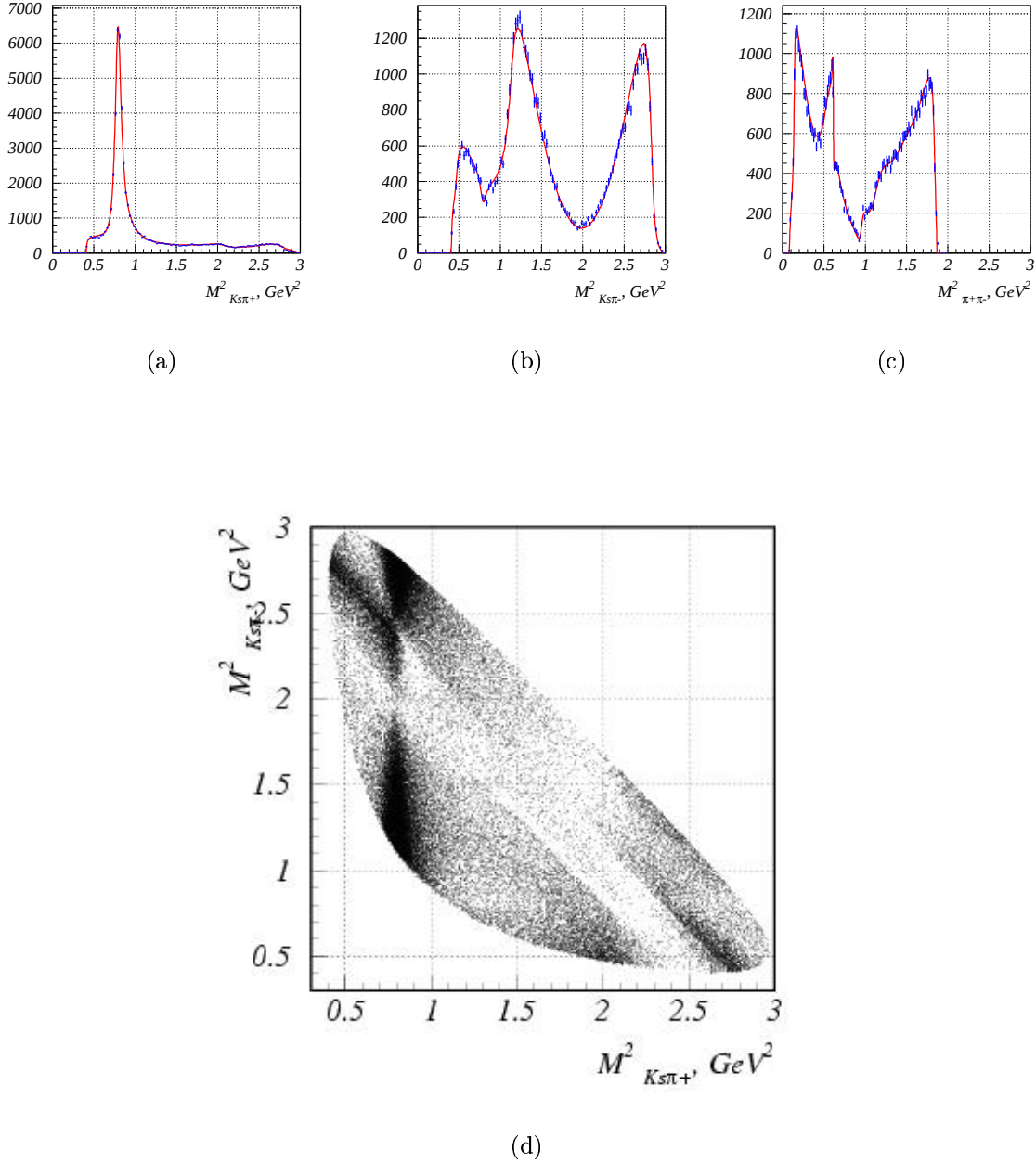


Figura 1.7: Distribuzione della massa invariante a) $M^2_{K_S\pi^+}$; b) $M^2_{K_S\pi^-}$; c) $M^2_{\pi^+\pi^-}$. Il campione utilizzato proviene da eventi $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$, dove uno dei quark c è adronizzato in D^{*+} , $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$. Il segno del pione permette di identificare in modo certo il sapore del D^0 . d) Dalitz-plot del $\bar{D}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$.

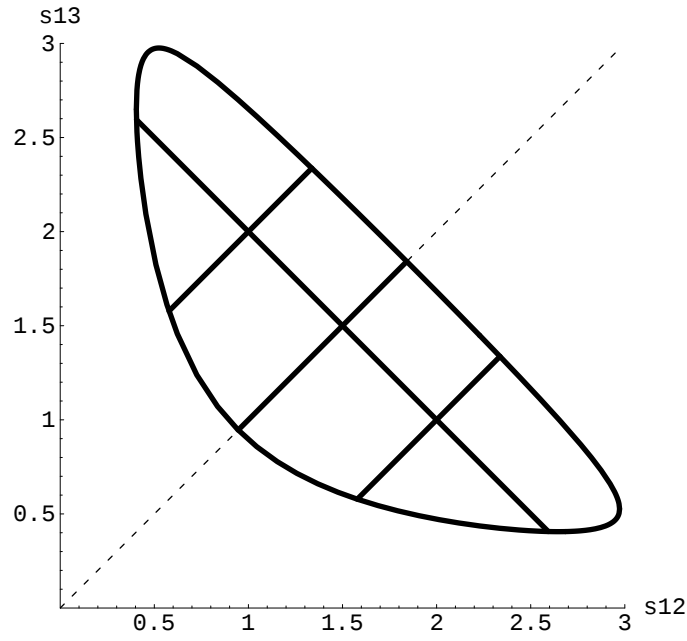


Figura 1.8: Partizioni del *Dalitz plot* del decadimento $D^0 \rightarrow K_s \pi^+ \pi^-$. I $k - bin$ situati sotto l'asse di simmetria sono indicati con i , i restanti bin con $\bar{i}$.

Capitolo 2

L'esperimento *BABAR* a *PEP-II*

L'esperimento *BABAR* alla *B-Factory PEP-II* è stato ottimizzato per studi di violazione di *CP* e per la ricerca di decadimenti rari del mesone *B*. La *B-Factory PEP-II* è un collisore e^+e^- costruito per operare ad una luminosità di almeno $3 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ e ad una energia del centro di massa di 10.58 GeV, che corrisponde al valore della massa della risonanza $\Upsilon(4S)$. Il fascio di elettroni di energia 9.0 GeV collide con uno di positroni di energia 3.1 GeV, producendo la $\Upsilon(4S)$ con un *boost* di Lorentz $\beta\gamma = 0.56$. Il *boost* rende possibile ricostruire i vertici di decadimento dei due mesoni *B*, determinare la differenza dei loro tempi di decadimento, e quindi misurare le asimmetrie in funzione del tempo. Per fare questo è necessario un rivelatore che abbia un'ottima efficienza di ricostruzione per le particelle cariche e un'ottima risoluzione dell'impulso per separare i segnali deboli dal fondo. Sono quindi necessari una buona ricostruzione del vertice, sia in direzione parallela che normale ai fasci, ed un'alta efficienza di identificazione di muoni ed elettroni. Un'efficiente ed accurata identificazione degli adroni in un'ampia regione di impulso è cruciale per la ricostruzione di stati esclusivi.

La Fig. 2.1 mostra una sezione longitudinale lungo l'asse del rivelatore; per massimizzare l'accettanza geometrica per i decadimenti della $\Upsilon(4S)$, l'intero rivelatore è traslato, rispetto al punto di interazione IP, di 0.37 m verso il fascio di energia minore lungo la direzione dei fasci.

La parte interna del rivelatore è costituita da un tracciatore di vertice al silicio (*SVT*), una camera a deriva (*DCH*), un rivelatore di luce Cherenkov (*DIRC*) e un calorimetro elettromagnetico a ioduro di cesio (*EMC*). Questo sistema di rivelatori è circondato da un solenoide superconduttore che genera un campo magnetico di 1.5 T. Il ferro per il

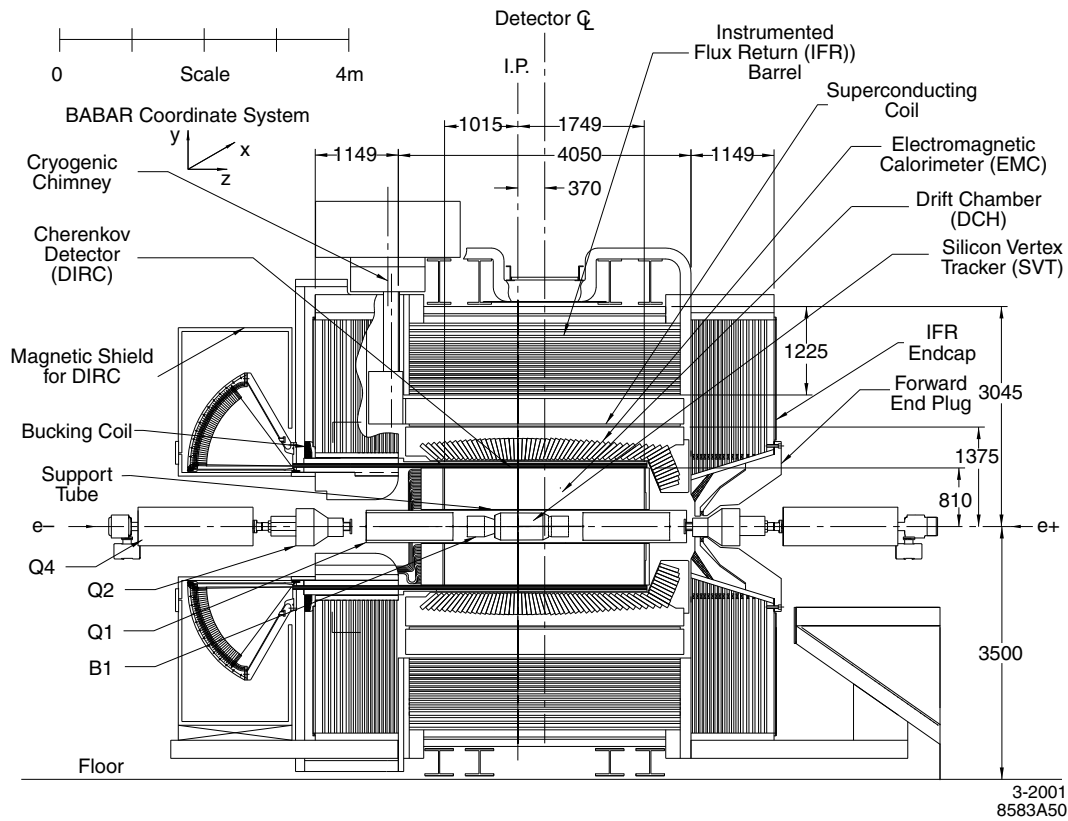


Figura 2.1: Sezione longitudinale dell'esperimento *BABAR*.

ritorno di flusso è strumentato per la rivelazione di muoni e di adroni neutri (*IFR*).

Il sistema del laboratorio (LAB) viene definito come un sistema di coordinate destrorso, ancorato alla camera a deriva, con l'asse z coincidente con l'asse principale e verso determinato dal fascio di elettroni, l'asse y ortogonale al precedente e diretto verso l'alto e l'asse x diretto verso il centro dell'anello di *PEP-II*. L'angolo polare viene coperto da 350 mrad in avanti a 400 mrad nella direzione opposta.

Il sistema di *trigger* utilizzato per discriminare le collisioni che producono eventi interessanti dagli eventi di fondo, prodotti ad esempio dall'interazione dei fasci con residui di gas, è diviso in due livelli: il primo livello (*L1*) è di tipo hardware ed è progettato per avere una frequenza in uscita di 2 kHz; l'altro livello (*L3*) è di tipo software e la sua frequenza in uscita è limitata a 120 Hz in modo da permettere l'archiviazione ed il processamento dei dati.

Il paragrafo 2.1 descrive la *B-Factory PEP-II*, mentre i successivi paragrafi descrivono i sottorivelatori che compongono *BABAR*.

2.1 La B-Factory PEP-II

PEP-II è un sistema di due anelli di accumulazione asimmetrici (*HER* per e^- ed *LER* per e^+), progettato per operare ad una energia nel sistema del centro di massa (CM) di 10.58 GeV, corrispondente alla massa della $\Upsilon(4S)$. I parametri di questo sistema sono mostrati in tabella 2.1. *PEP-II* ha superato i parametri di progetto sia in termini di luminosità istantanea che di luminosità integrata giornaliera raggiungendo di recente il valore di picco di $8.6 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ con una luminosità integrata giornaliera di $\sim 668 \text{ pb}^{-1}$.

La maggior parte dei dati vengono registrati all'energia di picco della $\Upsilon(4S)$ (dati *on - resonance*). In tabella 2.2 sono mostrati i processi attivi all'energia di picco con le rispettive sezioni d'urto; la produzione di coppie di quark leggeri (u, d, s) e coppie di quark *charm* viene chiamata "continuo". Per studiare questa produzione di continuo non risonante circa il 12% dei dati vengono raccolti ad un'energia del centro di massa inferiore di 40 MeV rispetto a quella della $\Upsilon(4S)$ (dati *off - resonance*).

I fasci collidono frontalmente in un unico punto di interazione (Fig. 2.2). Tenendo i due fasci separati al di fuori della zona di interazione, si minimizzano le collisioni parassite.

Parametri	Progetto	Misurati
Energia HER/LER (GeV)	9.0/3.1	9.0/3.1
Corrente HER/LER (A)	0.75/2.15	0.98/1.68
# di bunches	1658	762
Bunch spacing (ns)	4.2	2.52
σ_{Lx} (μm)	110	147
σ_{Ly} (μm)	3.3	5
σ_{Lz} (μm)	9000	9000
Luminosità ($10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$)	3	4.5
Luminosità giornaliera int. (pb^{-1}/d)	135	300

Tabella 2.1: Parametri dei fasci di *PEP-II*. Sono mostrati i valori previsti dal progetto e quelli misurati. σ_{Lx} , σ_{Ly} e σ_{Lz} sono le dimensioni medie nella regione luminosa in direzione orizzontale, verticale e longitudinale rispettivamente. Più recentemente *PEP-II* ha raggiunto una luminosità di picco di $8.623 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ con una luminosità integrata giornaliera record di 668 pb^{-1} .

Tale separazione è realizzata nel piano orizzontale da un sistema di dipoli magnetici, seguito da una serie di quadrupoli magnetici necessari per il focheggiamento. Questi magneti sono posti dentro il campo magnetico generato dal solenoide di *BABAR*, quindi non possono essere composti da ferro ma vengono realizzati in samario-cobalto.

Per tenere in considerazione lo spostamento dei fasci di *PEP-II* rispetto al rivelatore *BABAR*, la posizione del punto di collisione viene calcolata ad intervalli periodici, utilizzando un metodo basato sugli eventi a due tracce. Le dimensioni dello spostamento (*beam-spot*) dal punto di interazione nominale che si ricavano con questa tecnica sono circa $150 \mu m$ in x , $50 \mu m$ in y e 1 cm in z . La stima ottenuta per la dimensione y è completamente dominata dalla risoluzione del tracciamento e può essere migliorata studiando la variazione della luminosità al variare della posizione relativa dei due fasci. In particolare, note anche le correnti dei fasci e la dimensione in x , si ottiene $\sigma_y \sim 5 \mu m$, valore stabile al 10% sulla scala dei tempi di un'ora. Queste misure vengono anche verificate *off-line* misurando i vertici primari di eventi a molti adroni¹. In Fig. 2.3 è mostrata la luminosità integrata ottenuta da *PEP-II* e registrata da *BABAR* dall'inizio della presa

¹Ricostruendo il vertice di tutte le tracce ricostruite in un evento è possibile avere una stima della posizione del *vertice primario*, coincidente con il punto di decadimento della $\Upsilon(4S)$ nel piano trasverso. Poichè il *boost* lungo l'asse z produce uno spostamento relativo dei due mesoni B questo metodo è poco preciso ed è peggiorato dalla presenza di particelle a lunga vita.

$e^+e^- \rightarrow$	Sezione d'urto (nb)
$b\bar{b}$	1.05
$c\bar{c}$	1.30
$s\bar{s}$	0.35
$u\bar{u}$	1.39
$d\bar{d}$	0.35
$\tau^+\tau^-$	0.94
$\mu^+\mu^-$	1.16
e^+e^-	~ 40

Tabella 2.2: Sezione d'urto di produzione con $\sqrt{s} = m(\Upsilon(4S))$. La sezione d'urto *Bhabha* è una sezione d'urto effettiva, all'interno dell'accettanza sperimentale

dati fino al 1 Maggio 2004. I dati raccolti durante l'anno 2000 compongono il *Run1*. Il *Run2* è iniziato all'inizio del 2001 ed è terminato nel Luglio 2002. Il *Run3* è cominciato a Dicembre 2002 ed è terminato nel Giugno 2003. Il *Run4* è tuttora in corso. In questa analisi verranno utilizzati i dati appartenenti al *Run1*, al *Run2* e al *Run3*.

2.2 Il sistema di tracciamento

Il sistema di individuazione delle tracce di *BABAR* è composto da due componenti: il rivelatore di vertice al silicio (*SVT*) e la camera a deriva (*DCH*).

2.2.1 Il rivelatore di vertice

Il rivelatore al silicio (*Silicon Vertex Tracker*) viene utilizzato per la misura dei vertici di decadimento dei mesoni *B*. Essendo in grado di fornire una risoluzione di $\sim 110 \mu\text{m}$ sulla coordinata *z*, risulta essere un elemento fondamentale per lo studio delle asimmetrie di *CP* a *PEP-II*; si tratta inoltre dell'unico rivelatore in grado di tracciare le particelle cariche con basso momento trasverso ($p_T < 120 \text{ MeV}/c$), che non raggiungono la camera a deriva. Il progetto del *SVT* è ottimizzato in modo da considerare le limitazioni imposte dalla geometria di *PEP-II* alla regione di interazione; infatti a circa $\pm 20 \text{ cm}$ dal punto di interazione sono posizionati i magneti permanenti (*B1* in Fig. 2.2) necessari a separare i fasci dopo la collisione.

Trattandosi del rivelatore più interno, la costruzione ha richiesto uno sforzo tecnologico

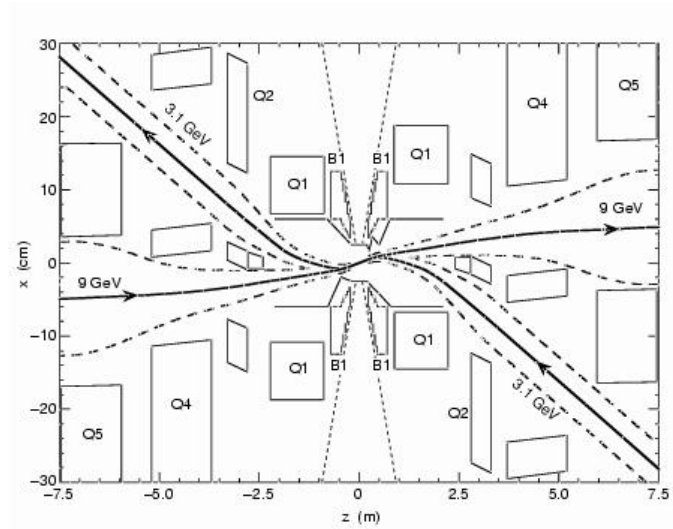


Figura 2.2: Vista trasversale della zona di interazione.

tale da garantire un'alta resistenza alla radiazione e, allo stesso tempo, il minimo spessore di materiale possibile, al fine di limitare gli effetti di diffusione multipla.

La struttura si basa su 52 moduli di *wafers* di silicio a doppia faccia, letti da un circuito dedicato a basso rumore. Tali moduli sono organizzati su 5 livelli radiali (*layers*), dei quali i tre più interni sono sostanzialmente predisposti al tracciamento e alla ricostruzione dei vertici, mentre i due più esterni contribuiscono alla ricostruzione delle tracce che terminano prima di raggiungere la camera a deriva (Fig. 2.5). I moduli sono alloggiati su una struttura conica in fibra di carbonio, posizionata intorno ai magneti permanenti *B1* ed alla *beam-pipe*. Tutto il *SVT* e parte degli elementi focalizzanti dell'acceleratore risiedono all'interno di un tubo di supporto in berillio, il quale è direttamente collegato alla struttura meccanica della *beam-line*.

Il controllo sulla dose di radiazione assorbita dal silicio viene eseguito attraverso un sistema costituito da 12 fotodiodi, posizionati vicino al primo *layer* del *SVT*.

L'accettanza del rivelatore nell'angolo polare θ , limitata proprio dagli elementi della *beam-line*, è di $-0.87 < \cos\theta_{lab} < 0.96$.

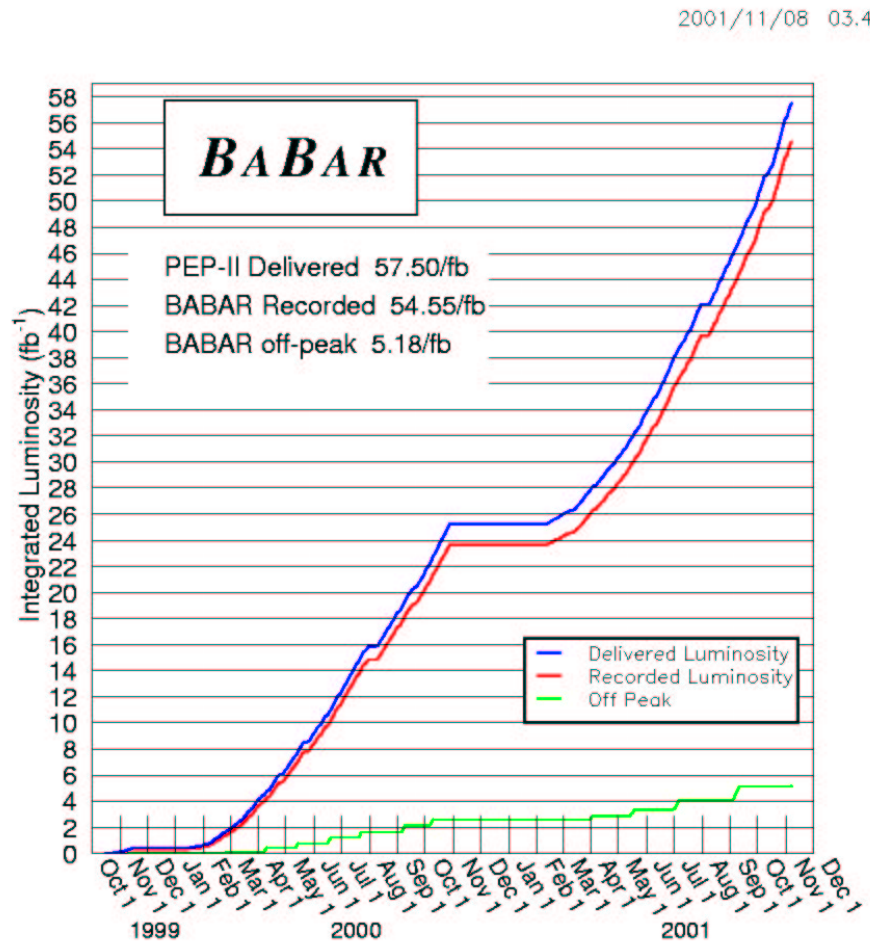


Figura 2.3: Luminosità integrata ottenuta da *PEP-II* e registrata da *BABAR*.

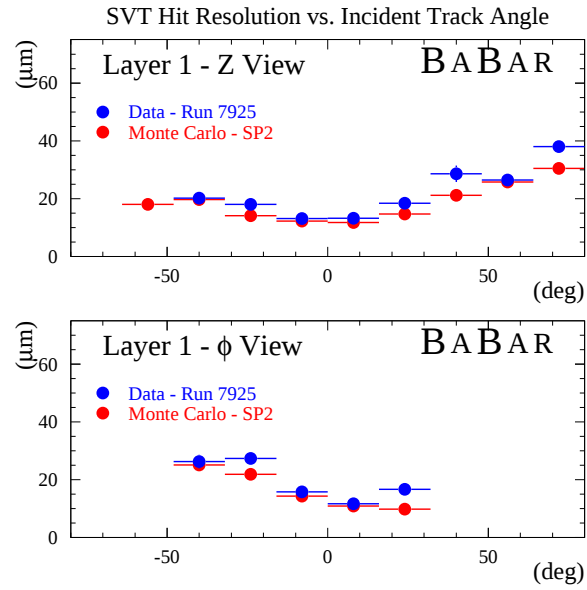


Figura 2.4: Risoluzione del *SVT* (layer più interno) sul singolo *hit* in funzione dell'angolo di incidenza della traccia.

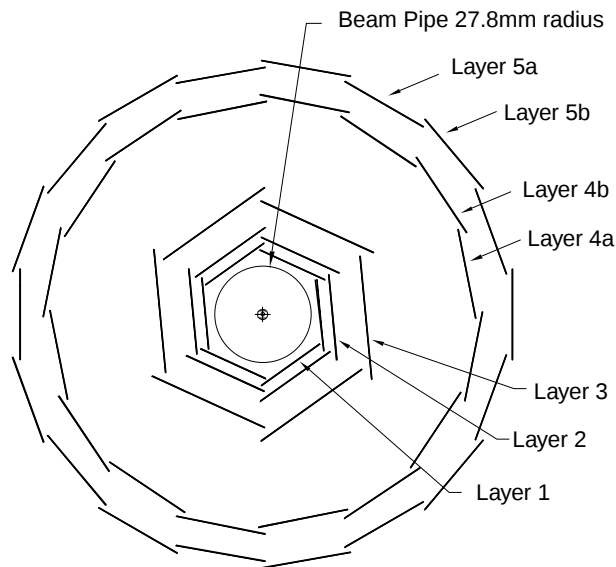


Figura 2.5: Visione schematica del *SVT*: sezione trasversa

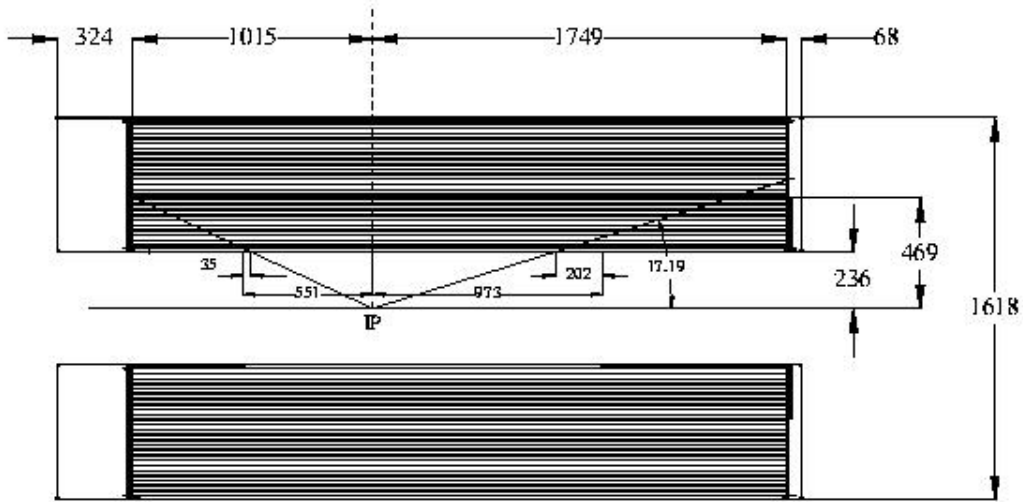


Figura 2.6: Sezione longitudinale della DCH, le dimensioni sono espresse in mm.

2.2.2 La camera a deriva

La camera a deriva (*Drift CHamber*) è il secondo componente del sistema di tracciamento presente in *BABAR*. Questo rivelatore viene impiegato per misurare l'impulso delle particelle cariche con impulso trasverso $p_T \geq 120$ MeV/c, a partire dalla curvatura delle tracce ad esse associate, dovuta alla presenza del campo magnetico (di intensità pari a 1.5 T). La *DCH* contribuisce inoltre al sistema di identificazione delle particelle (*PID*), per la separazione di kaoni e pioni attraverso misure dell'energia persa per ionizzazione (dE/dx) nell'intervallo di impulso compreso tra 100 MeV e 700 MeV. Infine, le informazioni degli *hit* nelle singole celle vengono usate per il trigger di primo livello.

La camera a deriva è costituita da un cilindro lungo 280 cm, con un raggio interno di 23.6 cm e un raggio esterno di 80.9 cm. Essa è posizionata all'esterno del tubo di supporto che contiene il rivelatore di vertice ed all'interno del *DIRC*.

Il centro della camera è sull'asse z (Fig. 2.6) a +36.7 cm rispetto al punto di interazione, al fine di aumentare il volume di tracciamento nella regione frontale dove, a causa del *boost*, si concentra il maggior numero di tracce.

La sottile parete interna in Berillio ($0.0028 X_0$) e la parete esterna in fibra di Carbonio ($0.015 X_0$) minimizzano la quantità di materiale che le particelle devono attraversare prima

di arrivare al calorimetro elettromagnetico².

La camera a deriva è suddivisa in 7104 celle esagonali, approssimativamente di $1.2\text{ cm} \times 1.8\text{ cm}$, raggruppate in 40 *layers* concentrici. Il volume attivo per il tracciamento copre un angolo polare di $-0.92 < \cos\theta_{lab} < 0.96$. I 40 *layers* sono raggruppati in 10 *super-layers* composti ciascuno da 4 *layers* (Fig. 2.7).

Una completa simmetria lungo l'asse z non permetterebbe di ricostruire la posizione della traccia lungo questa direzione. Per questo motivo esistono due tipi di fili: i fili assiali (A), paralleli all'asse z , e i fili stereo (U,V). I fili stereo, formando un angolo con l'asse z (positivo per il tipo U, negativo per il tipo V), permettono di estrapolare per intersezione la coordinata Z della traccia. I *super-layers*, in ognuno dei quali i fili di senso e guardia hanno lo stesso orientamento, si alternano secondo lo schema AUVAUVAUVA (in Fig. 2.7 sono indicati i quattro *super-layers* più interni)

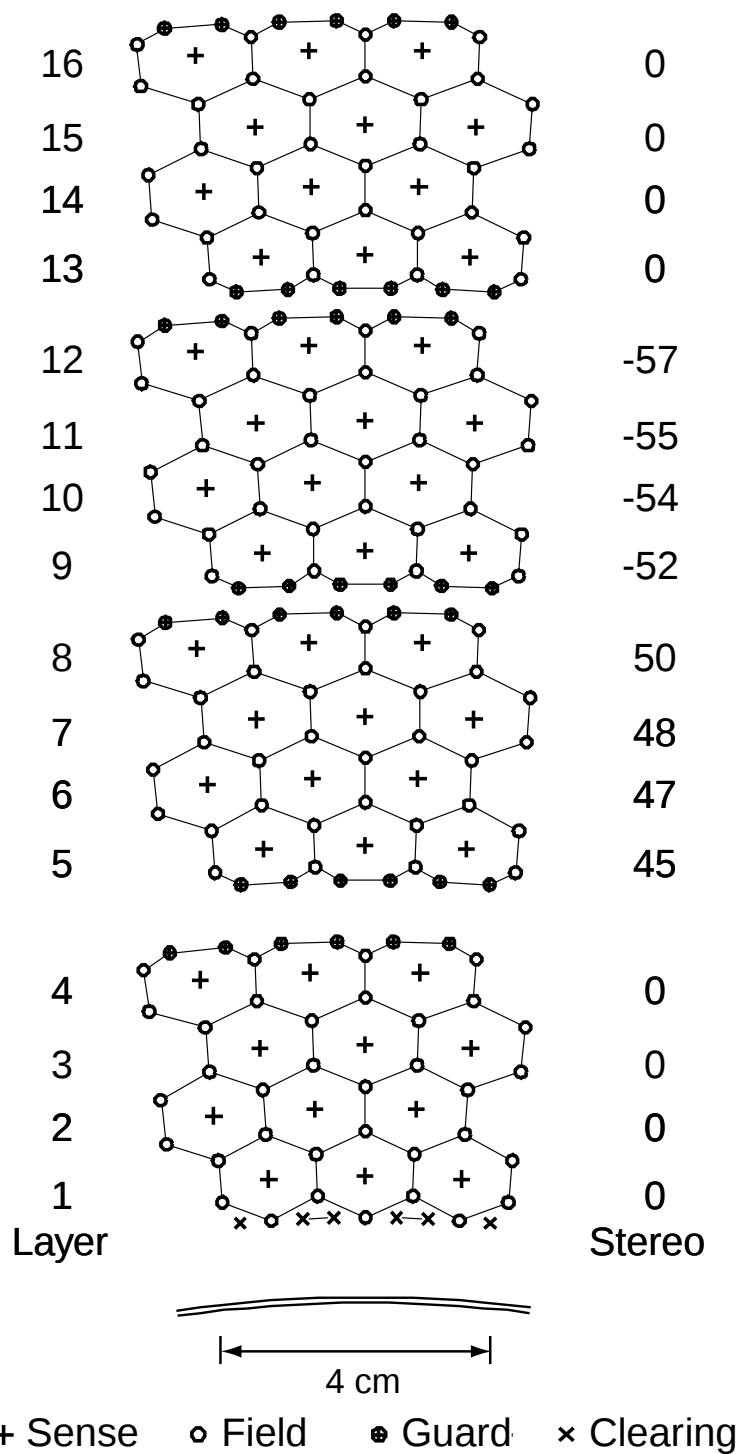
Tutti i *super-layers* contribuiscono alla ricostruzione di segmenti per il trigger di primo livello, mentre solo quelli assiali partecipano alla determinazione dell'impulso trasverso p_T per il trigger.

Le singole celle sono costituite da un filo di senso centrale, realizzato in tungsteno, che lavora ad una tensione fra 1900 V e 1960 V, circondato da 6 fili catodici di alluminio, dei quali circa la metà in comune con le celle vicine (Fig. 2.8). Il gas utilizzato nella camera, scelto per minimizzare la quantità di materiale presente, è una miscela di 80% di He e 20% di Isobutano, con una piccola quantità di vapor d'acqua (3000 ppm) per prolungare la vita del rivelatore in un ambiente sottoposto ad intensa radiazione.

Secondo il progetto, la risoluzione spaziale per singolo *hit* nella camera a deriva è di $140\text{ }\mu\text{m}$. Il modello di relazione spazio-tempo per un gas non saturato è realizzato tramite polinomi di Chebychev, rispettivamente per la parte "sinistra" e "destra" della cella. Questo modello si è dimostrato stabile in funzione del tempo. Rimane una piccola dipendenza dalla densità del gas, per la quale ancora non è stata introdotta nessuna correzione nella ricostruzione. La risoluzione di singola cella ottenuta dall'insieme di tutte le tracce cariche in eventi adronici è riportata in Fig. 2.9 a) per una tensione di lavoro di 1960 V. La risoluzione media ottenuta è di $125\text{ }\mu\text{m}$.

L'informazione temporale degli *hit* nella camera è ricostruita utilizzando dei TDC.

²La camera a deriva incide per $\sim 0.021 X_0$ per una traccia ad incidenza normale.



1-2001
8583A14

Figura 2.7: Rappresentazione schematica dei primi quattro *super-layers*. I numeri sulla destra indicano il valore dell'angolo stereo (in mrad.) per ogni *layer*.

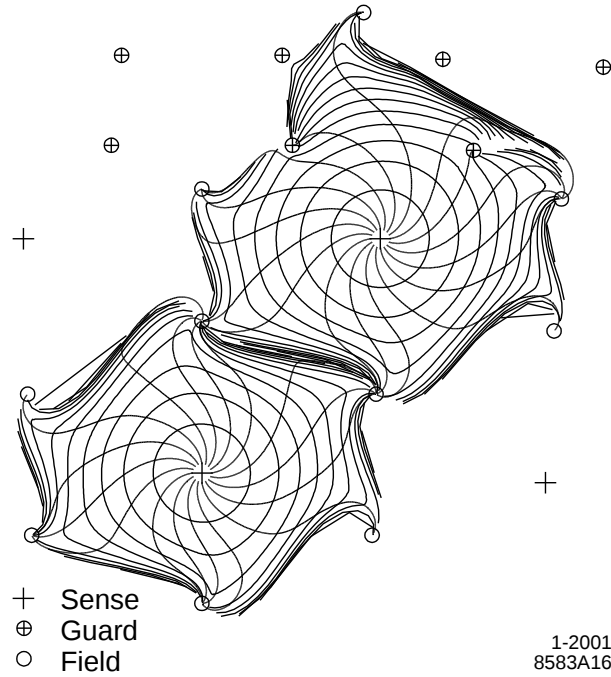


Figura 2.8: Celle di *drift*. Sono rappresentate le isocrone delle celle dei *layers* 3 e 4 di un *super-layer* assiale; le curve sono quasi circolari in vicinanza dei fili di senso, ma diventano irregolari vicino ai fili di campo.

Vengono inoltre utilizzati dei flash-ADC per campionare l'andamento del segnale impulsivo in funzione del tempo. Entrambe le informazioni concorrono a ricostruire la quantità di energia depositata nelle celle.

Iniettando una quantità di carica nota si calcola la correzione sul guadagno che viene poi applicata in fase di acquisizione.

Durante la ricostruzione *off-line* sono calcolate ed applicate le correzioni al dE/dx dovute alla saturazione, alla lunghezza di cammino nella cella, ed al guadagno del singolo filo e del singolo *layer*. Si è verificato che queste correzioni sono stabili in funzione del tempo. Tutto questo contribuisce ad ottenere una risoluzione del 7.5% sulla media troncata della perdita di energia per ionizzazione osservata in eventi *Bhabha* (Fig.2.9 b).

2.3 Il rivelatore Cherenkov

BABAR ha un rivelatore dedicato all'identificazione delle particelle chiamato *DIRC* (*Detector of Internally Reflected Cherenkov light*) basato sulla misura della luce

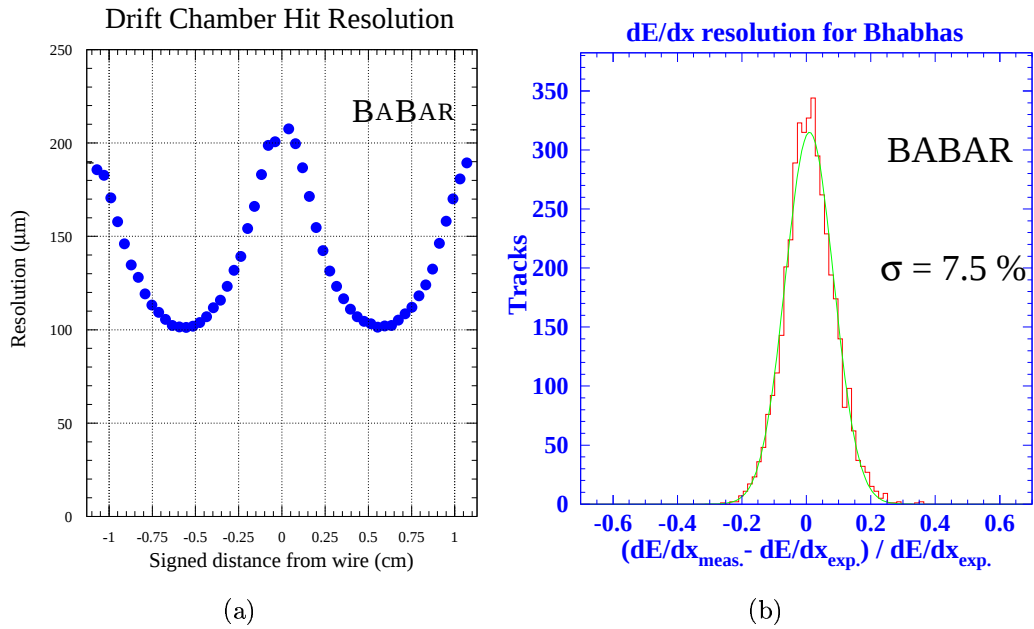


Figura 2.9: (a) Risoluzione sul singolo *hit* nella DCH. (b) Risoluzione sul dE/dx per elettroni *Bhabha*.

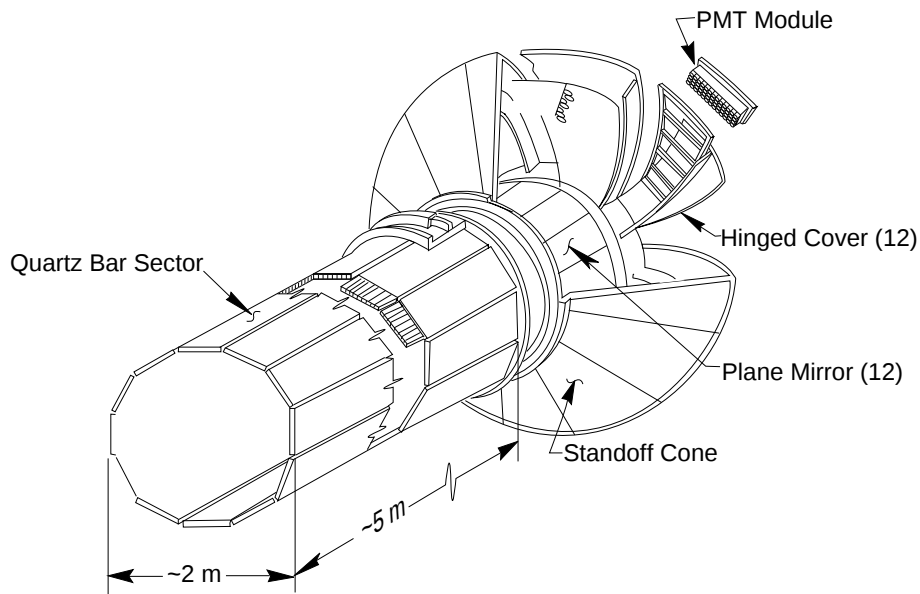


Figura 2.10: Vista tridimensionale del *DIRC*.

Fig. 2.12 vengono mostrati alcuni esempi delle immagini prodotte.

La copertura del rivelatore nell'angolo polare è di $-0.84 < \cos \theta_{lab} < 0.90$ corrispondente all'87% nel sistema del centro di massa. La copertura nell'angolo azimutale è del 93% a causa dello spazio tra i 12 lati del poligono

Le 144 barre di quarzo sono posizionate in 12 moduli (*barboxes*) disposti parallelamente alla direzione dei fasci nella regione del *barrel*, e terminano all'estremità frontale con uno specchio e all'altra estremità con un serbatoio semi-toroidale riempito di acqua, posto al di fuori del campo magnetico di *BABAR*.

I fotoni Cherenkov vengono intrappolati per riflessione totale nelle barre ed entrano nel serbatoio che accoppia otticamente le stesse con la matrice dei fotomoltiplicatori. I fototubi, posti su una superficie semi-toroidale con raggio interno di 1.2 m e raggio esterno di 3 m, sono suddivisi in 12 settori corrispondenti ai 12 moduli.

Mettendo in relazione la direzione della particella ottenuta dal sistema di tracciamento e la posizione dei fototubi che osservano i fotoni Cherenkov si ricava l'angolo θ_C .

A causa della riflessione totale all'interno delle barre sono possibili più soluzioni per l'associazione tra le *hit* nei fototubi e la traccia.

La risoluzione angolare per un singolo fotone è di circa 10.2 mrad (Fig.2.13a) e, con una media di 30 fotoni per traccia, la risoluzione è di circa 2.8 mrad. Questo corrisponde ad una separazione migliore di tre deviazioni standard tra K e π carichi per un impulso pari a 3 GeV/c.

È inoltre possibile misurare il tempo che intercorre fra l'istante in cui si ha un *hit* nei fotomoltiplicatori è l'istante t_0 dell'evento, con una precisione di 1.7 ns (Fig.2.13b). Confrontando il tempo misurato con la stima del tempo di propagazione previsto per un certo angolo Cherenkov è possibile ridurre il fondo di fotoni scorrelati e risolvere le ambiguità.

2.4 Il calorimetro elettromagnetico

Il calorimetro elettromagnetico (*EMC*) è stato progettato per misurare con eccellente risoluzione l'energia e la distribuzione angolare degli sciami elettromagnetici con un'energia compresa tra 20 MeV e 4 GeV. Questo intervallo permette di poter individuare i π^0 di bassa energia e gli η provenienti del decadimento del B , oltre ai fotoni e agli elettroni

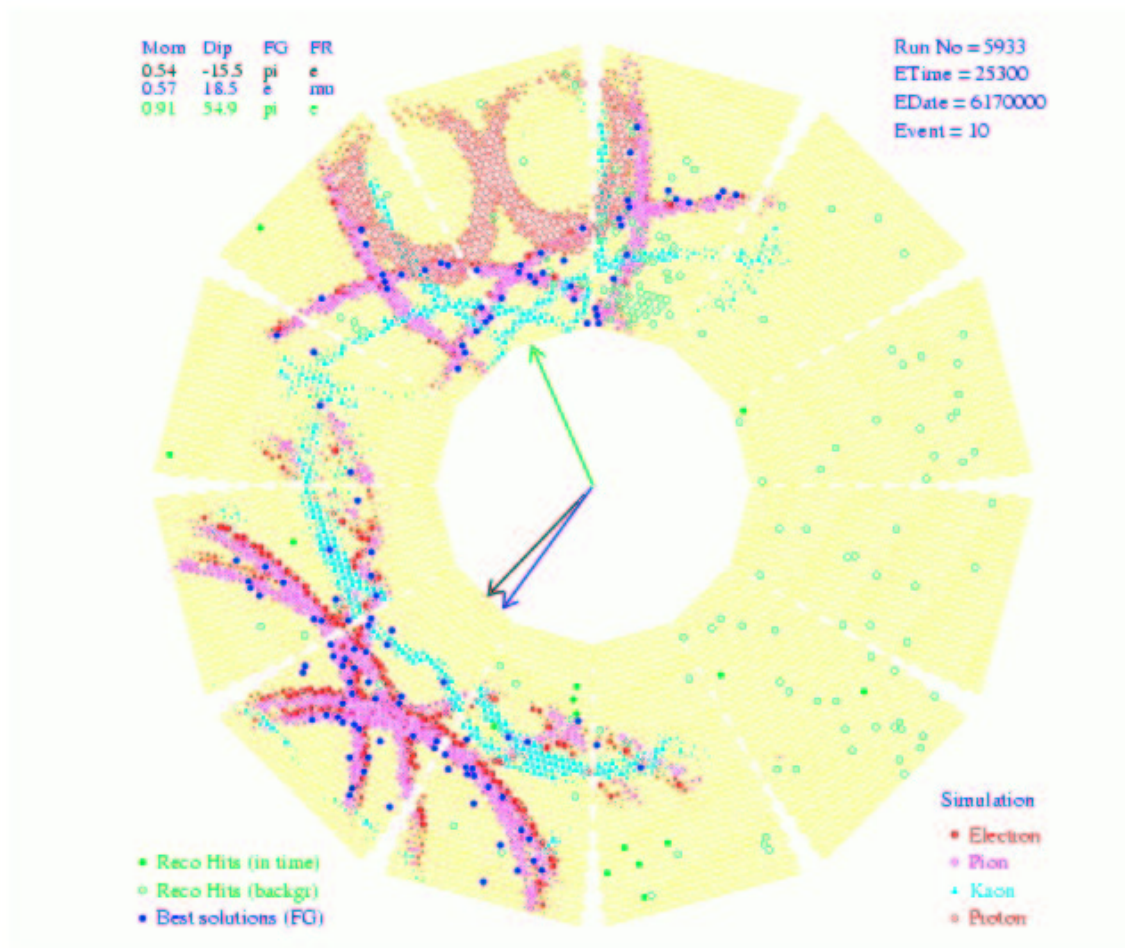


Figura 2.12: Ricostruzione di un anello Cherenkov nel *DIRC*.

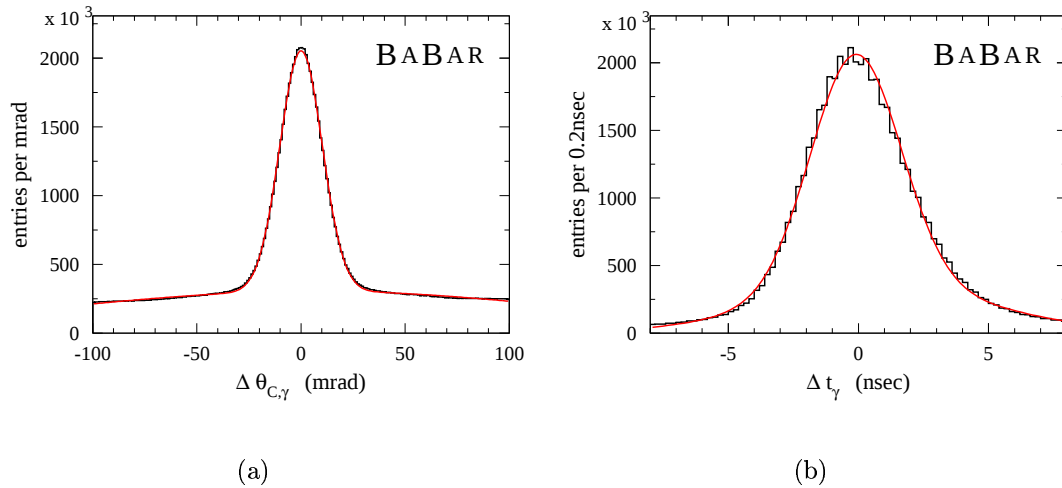


Figura 2.13: a) Risoluzione sull'angolo Cherenkov ricostruito per il singolo fotone; b) Risoluzione sulla differenza tra il tempo di arrivo misurato ed aspettato.

provenienti da processi elettromagnetici o deboli.

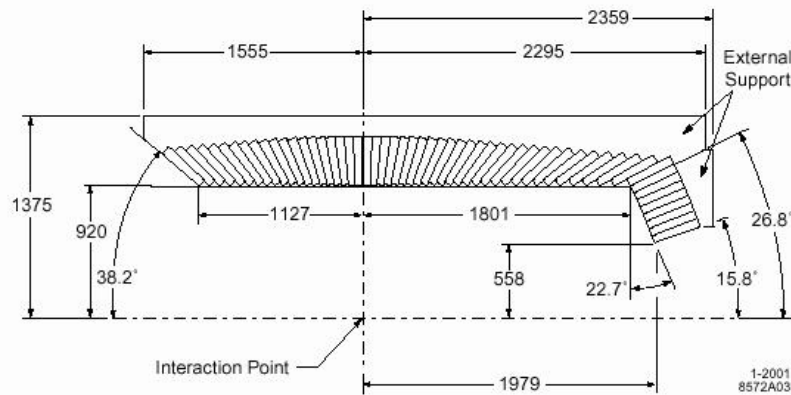


Figura 2.14: Sezione longitudinale dell'*EMC* (è mostrata soltanto la parte superiore) che mostra il posizionamento dei 56 anelli di cristalli. Il rivelatore è a simmetria assiale lungo l'asse z . Le dimensioni sono date in mm.

L' *EMC* (Fig. 2.14) è composto da 6580 cristalli di Ioduro di Cesio attivati al Tallio. Ogni cristallo è un tronco di piramide trapezoidale con uno spessore tra 16 e 17.5 lunghezze di radiazione, variabile con l'angolo polare. La faccia frontale è tipicamente di circa $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, mentre la faccia posteriore è di circa $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$. (Fig. 2.16) I cristalli sono posizionati con una geometria semi-proiettiva in una struttura cilindrica (*barrel*)

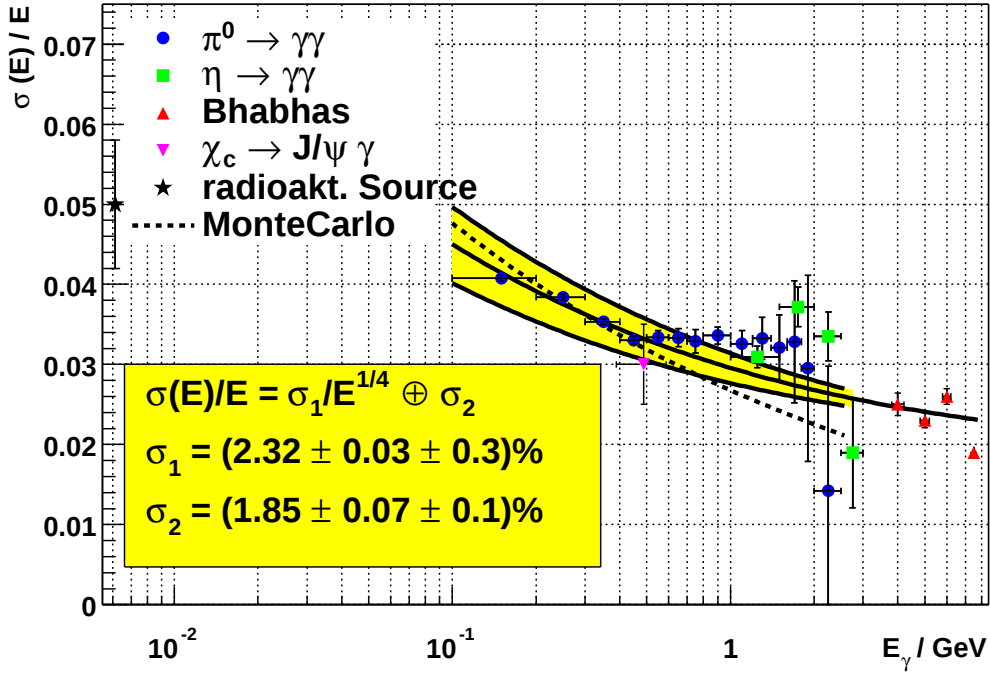


Figura 2.15: Risoluzione dell' EMC in funzione dell'energia.

suddivisa in 48 corone in θ di 120 cristalli l'una (in ϕ). La regione frontale del rivelatore è chiusa da una struttura separata dal *barrel*, costituita da 9 anelli di cristalli (*endcap*). Il calorimetro copre la regione $-0.78 < \cos\theta_{lab} < 0.96$.

La luce di scintillazione viene rivelata da due fotodiodi di 2 cm^2 posti sulla faccia esterna del cristallo. La calibrazione ed il controllo delle prestazioni sono realizzati con diversi sistemi:

- tramite impulsi immessi direttamente nell'amplificatore collegato ai fotodiodi;
- usando un sistema che impulsa luce nella regione posteriore dei cristalli (*fiber optic xenon pulser*);
- facendo circolare in un apposito sistema di tubature un liquido radioattivo che emette fotoni da 6 MeV.

Vengono inoltre usati campioni di controllo estratti dai dati (π^0 , eventi *Bhabha* radiativi e non, $\mu^+\mu^-$ e $\gamma\gamma$). La calibrazione con eventi *Bhabha* e con la sorgente viene effettuata settimanalmente per controllare eventuali variazioni della quantità di luce.

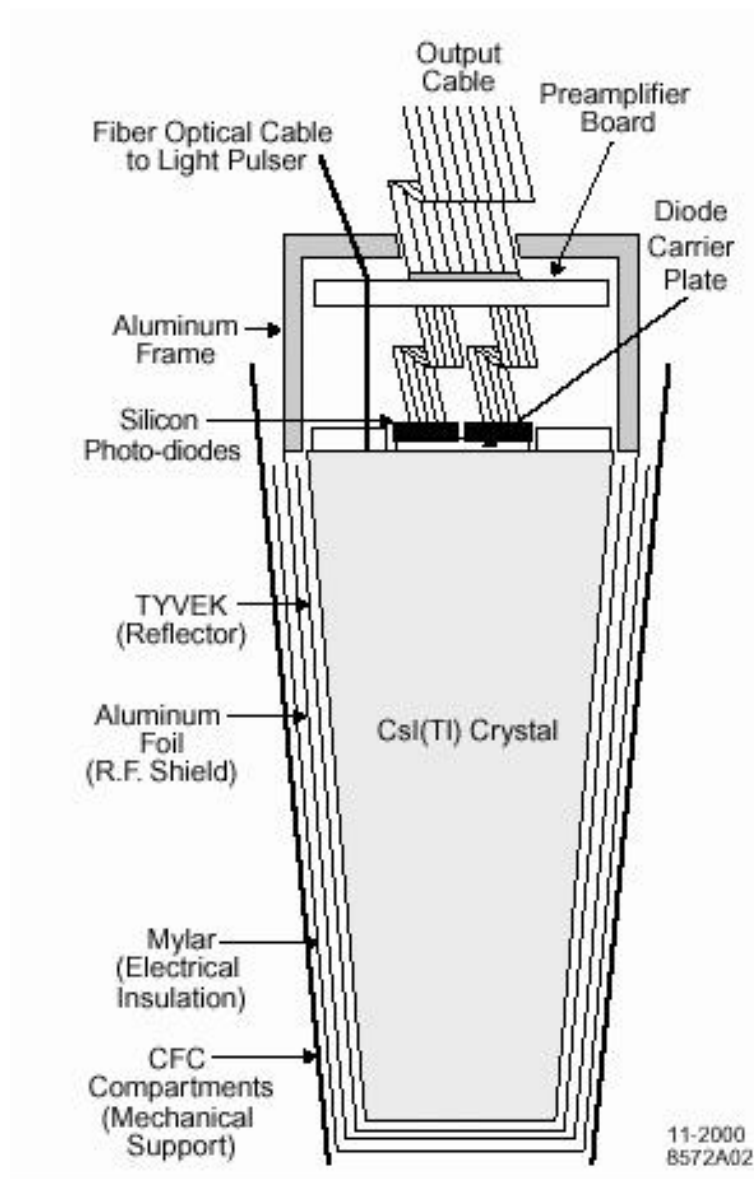


Figura 2.16: Schema di un cristallo dell'*EMC*.

L'efficienza di rivelazione del calorimetro, per fotoni con energia $E_\gamma > 20$ MeV, è maggiore del 96 %. La risoluzione di progetto dell'*EMC* è data da:

$$\sigma(E)/E(\text{GeV}) = \sigma_1 E(\text{GeV})^{-1/4} \oplus \sigma_2 \quad (2.1)$$

dove $\sigma_1 \sim 1\%$ e $\sigma_2 \sim 1.2\%$. La risoluzione $\sigma(E)/E$ può essere stimata, in intervalli di energia diversi, utilizzando la sorgente radioattiva da 6 MeV oppure elettroni coinvolti in eventi *Bhabha* ad energie più elevate.

Con la sorgente è stata misurata una risoluzione media $\sigma(E)/E \approx (5.0 \pm 0.8)\%$, mentre con elettroni *Bhabha* da 7.5 GeV si ottiene $\sigma(E)/E \approx (1.90 \pm 0.07)\%$.

Effettuando un *fit* (Fig.2.15) delle misure sperimentali con la funzione 2.1, si ottiene: $\sigma_1 \approx (2.32 \pm 0.30)\%$ e $\sigma_2 \approx (1.85 \pm 0.12)\%$. Il fatto che il termine costante sia più grande di quello atteso è causato da un effetto, non ancora corretto, di *cross talk* nell'elettronica di *front end*.

La Fig. 2.15 mostra la risoluzione in energia nei dati confrontata con quella aspettata dal Monte Carlo. In questo grafico sono incluse misure ottenute usando fotoni da 50 MeV a 600 MeV, provenienti da decadimenti di π^0 , e fotoni da eventi *Bhabha* radiativi (da ~ 0.25 GeV a 3 GeV). Nell'ultimo caso è stato tenuto in considerazione il contributo alla risoluzione dovuto al sistema di tracciamento, ottenuto studiando eventi $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Eventi *Bhabha* sono stati usati anche per determinare la risoluzione angolare del calorimetro, che risulta variare tra 12 mrad e 3 mrad passando dalle basse alle alte energie, secondo una dipendenza dall'energia descritta dalla relazione:

$$\sigma_{\theta,\phi} = \sigma_1 (E/\text{GeV})^{-1/2} + \sigma_2, \quad (2.2)$$

con $\sigma_1 = (3.87 \pm 0.07)$ mrad e $\sigma_2 = (0.00 \pm 0.04)$ mrad.

2.5 L'IFR

L'identificazione dei muoni e la rivelazione degli adroni neutri (principalmente K_L^0) in *BABAR* è affidata al sottosistema chiamato *IFR* (*Instrumented Flux Return*).

Come tutti i rivelatori di *BABAR*, anche l'*IFR* ha una struttura asimmetrica e la sua copertura dell'angolo polare è $17^\circ \leq \theta_{lab} \leq 150^\circ$.

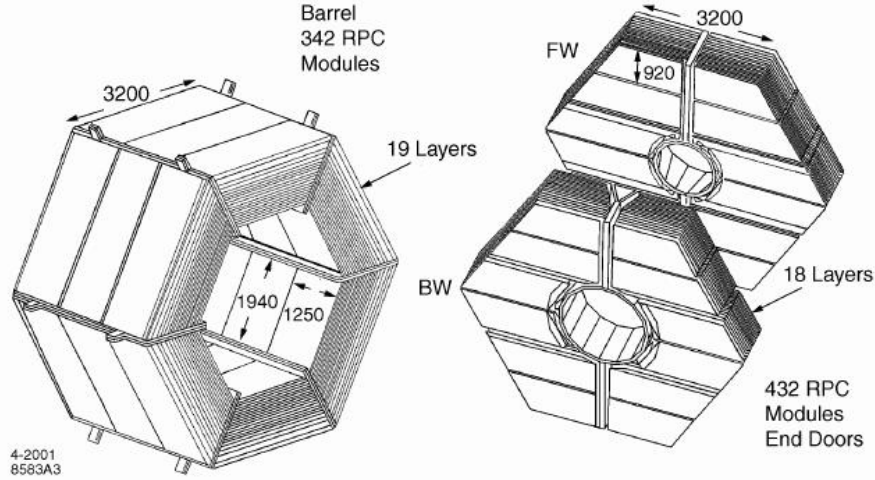


Figura 2.17: Vista dell'IFR

Esso (Fig. 2.17) consiste di 19 piani di *Resistive Plate Chambers* (*RPC* [28]) nella regione del *barrel* e 18 piani nelle regioni anteriore e posteriore. I piani di *RPC* sono alternati con piastre di ferro che chiudono il ritorno del campo magnetico solenoidale. La struttura del ferro è suddivisa in tre parti principali: il *barrel* che circonda il solenoide, composto da 6 sestanti che si estendono radialmente da 1.820 m a 3.045 m per una lunghezza di 3.750 m; il *forward endcap* ed il *backward endcap* che coprono rispettivamente la regione anteriore (asse z positivo) e posteriore del rivelatore.

Gli *endcap* sono di forma esagonale ed ognuno di essi è diviso verticalmente in due metà per permettere l'accesso ai sottosistemi interni. Entrambi sono forati al centro per consentire il posizionamento del tubo a vuoto e degli elementi focalizzanti di *PEP-II*.

La segmentazione scelta è il risultato di un compromesso tra il costo della struttura (proporzionale al volume) e la necessità di individuare anche muoni di basso impulso ($p_T > 700$ MeV), minimizzando però la frazione di K_L^0 che non interagiscono nell'IFR. Il risultato della ottimizzazione è una segmentazione non uniforme, con lastre di ferro di spessore crescente verso l'esterno. Infatti lo spessore delle piastre di ferro va da circa 2 cm per quelle più vicine alla regione di interazione a 10 cm per quelle più esterne, per un totale ≥ 65 cm (corrispondenti a ~ 4 lunghezze di interazione) nel *barrel* e ≥ 60 cm negli *endcaps*.

In ciascun sestante del *barrel* le lastre vengono tenute assieme da una struttura in acciaio che riduce la copertura dell'angolo solido con rivelatori attivi di circa il 7%. La copertura attiva dell'*IFR* è di $\approx 2000 \text{ m}^2$, per un totale di circa 900 moduli di *RPC*.

Vi sono inoltre due piani cilindrici di camere *RPC*, posizionati nella regione del *barrel* tra il calorimetro ed il criostato del magnete.

In ciascun sestante del *barrel* ogni *gap* ospita una camera. Questa consiste di 3 moduli di *RPC* di forma rettangolare, ognuno lungo $\sim 125 \text{ cm}$ nella direzione parallela ai fasci, con larghezza variabile in modo da chiudere completamente la *gap*. I segnali prodotti dal passaggio delle particelle nello strato gassoso degli *RPC* sono raccolti su entrambi i lati della camera per mezzo di sottili *strip* di spessore $40 \text{ }\mu\text{m}$ e larghezza variabile di qualche centimetro. Le *strip* sono applicate in 2 direzioni ortogonali tra loro su fogli isolanti spessi $200 \text{ }\mu\text{m}$, in modo da ottenere una lettura bidimensionale. In particolare ogni camera è equipaggiata con 96 ϕ -*strip* disposte lungo l'asse z che misurano l'angolo ϕ nel *barrel*, e 96 z -*strip* ortogonali alla direzione dei fasci, che a loro volta misurano la coordinata z . Le z -*strip* sono divise in tre pannelli di 32 *strip* ed ogni singola *strip* misura 3.65 cm di larghezza, con una separazione tra *strip* contigue di 0.2 cm . Anche le ϕ -*strip* sono divise in tre pannelli di 32 *strip*, di larghezza variabile da 1.78 cm a 3.37 cm con la posizione radiale della camera. Questa geometria proiettiva permette di avere un numero costante di *strip* su tutti i piani, senza peggiorare le prestazioni del rivelatore, poichè ogni *strip* sottende lo stesso angolo azimutale.

La miscela di gas utilizzato è composta da 56.7% di Argon, 38.8% di Freon-134a e 4.5% di Isobutano. La tensione di lavoro degli *RPC* è circa 7.5 kV .

Le piastre di ferro che separano i piani di *RPC* sono raffreddate con un sistema ad acqua che impedisce di superare una temperatura di $\sim 20^\circ \text{ C}$.

Le efficienze degli *RPC* sono misurate utilizzando cosmici presi settimanalmente. L'efficienza media attuale è $\sim 40\%$ nel *barrel* e $\sim 93\%$ nel *forward endcap*.

Il *forward endcap*, a causa della perdita di efficienza, è stato completamente ricostruito nell'estate 2002. Oltre alla sostituzione di tutte le camere, è stato ridotto il numero di *layers* da 18 a 12, riempiendo lo spazio lasciato libero con lastre di ottone. Inoltre è stata aggiunta una lastra di 10 cm di ferro dopo il penultimo piano di *RPC*, per aumentare il numero di lunghezze di interazione, seguita da un nuovo *layer* attivo. Questo ha con-

sentito di migliorare la capacità di discriminare i muoni, particelle altamente penetranti, dagli adroni, che interagiscono per interazione forte nella materia. La scelta di un materiale diamagnetico come l'ottone ha permesso di non modificare la mappatura del campo magnetico. Infine, per aumentare la copertura dell'angolo solido, è stato introdotto un ulteriore strato di *RPC* al di fuori del *barrel*, che ricopre la regione di transizione fra il *barrel* e il *forward endcap*.

È prevista la ricostruzione del *barrel* con una tecnologia diversa (*Limited streamer tubes*) per l'estate del 2005.

Capitolo 3

Ricostruzione dei mesoni B

La ricerca dei decadimenti $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ viene realizzata effettuando una selezione fra tutti gli eventi prodotti nelle collisioni e^+e^- all'energia della $\Upsilon(4S)$. Dopo aver ricostruito le tracce cariche e i fotoni (par. 3.1), vengono utilizzati dei selettori per determinare se ciascuna traccia è prodotta da un kaone, un elettrone, un muone o un pione (par. 3.2). Le tracce vengono poi combinate per ricostruire dapprima i candidati K_S (par. 3.5); poi verrà ricostruito il mesone D^0 nel canale di decadimento scelto in modo da ottenere un buon rapporto fra eventi di segnale ed eventi di fondo. Infine verranno individuati i candidati B che saranno oggetto dell'analisi (par. 3.7).

<i>Canale</i>	<i>B.R.(%)</i>
$K_S \pi^+ \pi^-$	2.99 ± 0.18
$K_S K^+ \pi^-$	0.31 ± 0.05
$K_S K^+ K^-$	0.52 ± 0.5
$\pi^+ \pi^- \pi^0$	1.1 ± 0.4
$K^- \pi^+ \pi^0$	$1.04^{+0.50}_{-0.19}$

Tabella 3.1: Rapporti di decadimento ($B.R.$) del mesone D^0 per i vari modi esaminati[10].

Tra i decadimenti in tre corpi del D^0 riportati in Tab. 3.1 si sceglie il modo $D^0 \rightarrow K_S \pi^- \pi^+$ in quanto è quello che presenta il $B.R.$ più alto tra i modi di decadimento del mesone D neutro, tale che entrambi i mesoni D^0 e $\bar{D}^0$ decadano nello stesso stato finale. Questa condizione è essenziale, come si è già detto nel par. 1.2.

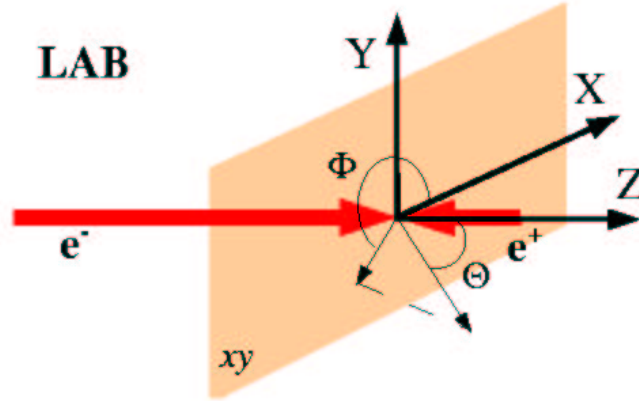


Figura 3.1: Sistema di riferimento del laboratorio.

3.1 Preselezione degli eventi

Una parte dei dati raccolti dall'esperimento sono eventi dovuti ad interazioni del fascio con il gas contenuto nella *beam-pipe* o con le pareti di quest'ultima, e non a collisioni e^+e^- . Molti eventi, inoltre, sono processi *Bhabha* o eventi di continuo (descritti nel par. 2.2) e non eventi $B\bar{B}$. Per ridurre la contaminazione da questi eventi e la quantità di dati da processare viene applicata una preselezione.

Consideriamo un sistema di riferimento destrorso, detto sistema del laboratorio (LAB) con asse z lungo la direzione del fascio di elettroni e asse y lungo la verticale con origine nel punto di interazione nominale e rivolto verso l'alto (Fig. 3.1). L'angolo polare Θ è misurato dall'asse z mentre quello azimutale Φ dall'asse x . La preselezione richiede che l'evento abbia almeno tre tracce cariche rivelate dalla camera a deriva contenute nella regione angolare $0.41 \text{ rad} < \Theta < 2.54 \text{ rad}$.

Poichè l'algoritmo di ricostruzione può combinare le informazioni raccolte da SVT e DCH ricostruendo tracce non fisiche, la prima richiesta che viene fatta sulle tracce cariche è che l'impulso sia minore di $10 \text{ GeV}/c$, che è l'energia massima raggiunta nelle collisioni e^+e^- . Le tracce utilizzate nella ricostruzione sono poi selezionate anche sulla base dei seguenti criteri:

- La distanza di ciascuna traccia dall'asse dei fasci, misurata nel piano xy ortogonale ai fasci, può essere al massimo 1.5 cm , mentre il modulo della coordinata z lungo i

fasce deve essere minore di 10 cm.

- La distanza fra la posizione media del punto di interazione e il vertice primario ricostruito con le tracce selezionate può essere al più 0.5 cm nel piano xy e 6 cm lungo la direzione dell'asse z .
- Nella procedura di calcolo del vertice primario, le tracce che aumentano il valore del χ^2 sono rimosse finchè la probabilità del χ^2 diventa maggiore dell' 1% oppure rimangono solo due tracce.

I depositi di energia maggiori di 30 MeV nella regione $0.41 \text{ rad} < \Theta < 2.41 \text{ rad}$, non associati a tracce cariche, sono identificati come fotoni.

Tracce cariche e candidati neutri di un evento devono inoltre avere un' energia totale maggiore di 4.5 GeV.

Allo scopo di eliminare una frazione cospicua degli eventi di continuo nella preselezione, viene richiesto che il secondo momento di Fox-Wolfram normalizzato (R_2 [29]) sia minore di 0.5. R_2 è una variabile basata sulla topologia dell'evento, diversa per eventi di segnale $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4s) \rightarrow b\bar{b}$, caratterizzati da una struttura isotropa, ed eventi di continuo, che hanno struttura a *jet* (come sarà spiegato in maggior dettaglio nel cap. 4) .

Il momento di Fox-Wolfram di ordine l è definito come :

$$H_l = \sum_{i,j} \frac{|p_i| |p_j| P_l(\cos\Theta_{ij})}{E_{vis}^2} \quad (3.1)$$

con P_l polinomi di Legendre(par. 4.5), p_i, p_j impulsi delle tracce, Θ_{ij} angolo fra le tracce i e j , E_{vis}^2 energia visibile dell'evento. Trascurando le masse delle particelle, la conservazione del quadrimpulso richiede che $H_0=1$. Per il continuo $H_1=0$, $H_l \approx 1$ per l pari e $H_l \approx 0$ per l dispari.

Il secondo momento di Fox-Wolfram normalizzato R_2 è definito come:

$$R_2 = \frac{H_2}{H_0} \quad (3.2)$$

e quindi per il continuo la distribuzione di R_2 è più spostata verso 1 rispetto al caso del segnale (vedi Fig. 3.2).

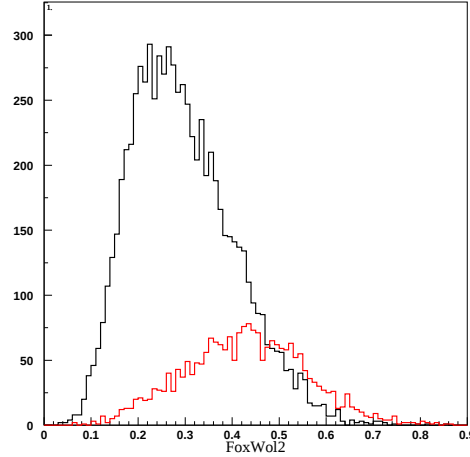


Figura 3.2: Distribuzione della variabile R_2 nel caso del Monte Carlo di segnale (linea nera) e nel caso di Monte Carlo di fondo continuo (linea rossa).

3.2 Identificazione delle tracce cariche

Gran parte delle tracce prodotte in un evento sono dovute a pioni. La procedura di identificazione del B_{recoil} (par. 4.3) richiede di identificare oltre ai kaoni, anche gli elettroni e i muoni nel resto dell'evento, cioè fra le tracce non utilizzate per la ricostruzione esclusiva del B nel canale considerato. L'identificazione delle tracce cariche viene realizzata combinando le informazioni provenienti dai vari rivelatori e utilizzando dei selettori, implementati nel codice di ricostruzione degli eventi di *BABAR*, che forniscono diversi livelli di purezza ed efficienza.

3.2.1 Identificazione dei kaoni

I kaoni e i pioni carichi vengono prodotti in rapporto di circa 1:7 nei decadimenti del mesone B . Le variabili che sono in grado di discriminare fra le due categorie di particelle sono la perdita di energia per ionizzazione (dE/dx), misurata dal rivelatore di vertice (SVT) e dalla camera a deriva (DCH), e l'angolo Cherenkov (Θ_C) della luce emessa nelle barre di quarzo del rivelatore Cherenkov (DIRC). Provenendo da rivelatori diversi, queste informazioni possono considerarsi scorrelate.

La Fig. 3.3 mostra come dE/dx abbia un buon potere discriminante per impulsi fino a

~ 700 MeV nel caso della DCH e fino a ~ 600 MeV nel caso del SVT. Per impulsi maggiori di 700 MeV è pertanto necessario fare riferimento a Θ_C , come mostra la Fig. 3.4.

In questa analisi non verrà usata direttamente l'informazione sull'angolo Cherencov, ma saranno presi in considerazione dei criteri di selezione (chiamati *VeryLoose*, *Loose*, *Tight*, *VeryTight*), tramite i quali è possibile decidere se la traccia in esame è un π o un K . Il metodo consiste nel considerare la variabile discriminante distribuita in modo gaussiano, si fa poi un'ipotesi di massa, si ipotizza cioè che la particella che genera la traccia sia un K , un π o un protone e, per ogni particella, utilizzando una stima della risoluzione della gaussiana, si ricava il valore della funzione di distribuzione intorno al valore aspettato per l'ipotesi di massa fatta. Questi valori vengono poi confrontati per le varie ipotesi di massa e, fissati dei criteri (*VeryLoose*, *Loose*, *Tight*, *VeryTight*), si stabilisce se la particella in esame è un π o un K .

In questa analisi viene scelto il selettore *VeryLoose*, come verrà spiegato meglio nel cap. 5, che fornisce una efficienza $\epsilon \sim 90\%$ e una probabilità di identificare un pione come kaone di circa 20%. Tale selettore:

- per impulsi $p < 500$ MeV/c combina le misure di dE/dx ottenute dal SVT e dalla DCH;
- per impulsi $500 \text{ MeV/c} < p < 600 \text{ MeV/c}$ utilizza la misura di dE/dx ottenuta dalla sola DCH;
- per impulsi $p > 600$ MeV/c si basa sulla misura di Θ_C ottenuta dal DIRC.

Invece, nella procedura di identificazione del B_{recoil} (par. 4.3), è utilizzato come selettore dei kaoni il *VeryTight*, che garantisce una probabilità di identificare un pione come kaone inferiore al 2%.

Ciascuno di questi selettori verifica il livello di accordo delle misure di dE/dx e Θ_C con il valore aspettato per ognuna delle due ipotesi di massa (kaone o pione), calcolando le *likelihood* per l'ipotesi kaone (L_K), pione (L_π) e protone (L_p) e valutando i rapporti L_K/L_π e L_K/L_p .

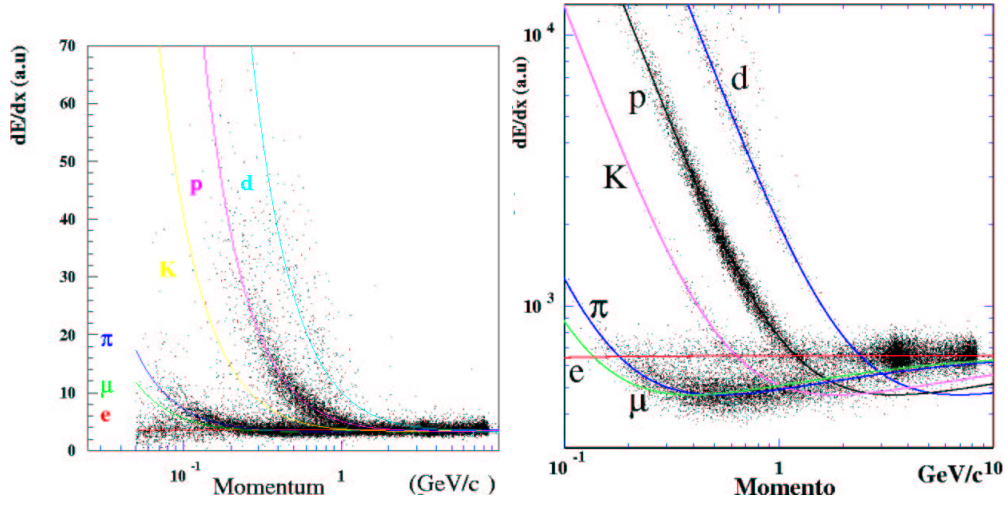


Figura 3.3: Perdita di energia per ionizzazione in funzione dell'impulso nella *DCH* (a sinistra) e nel *SVT* (a destra) per diversi tipi di particelle. Le curve continue sono gli andamenti tipici.

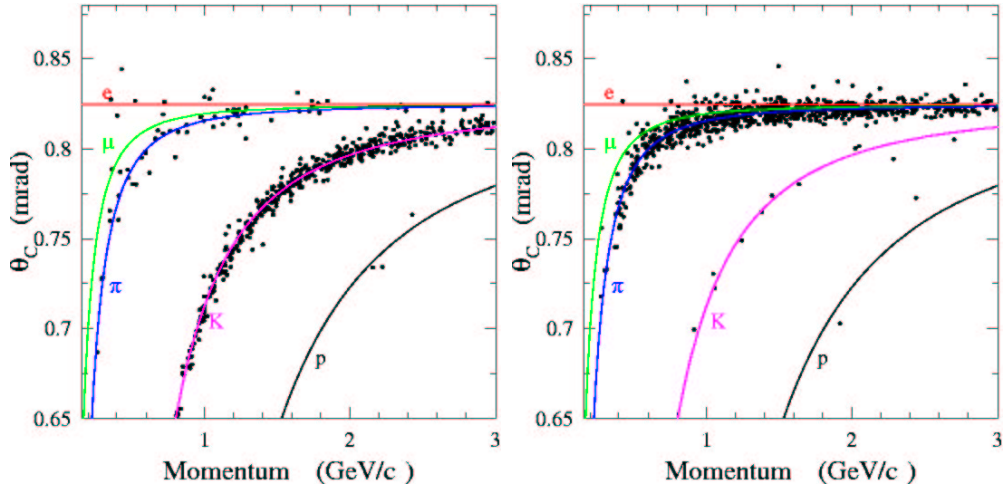


Figura 3.4: Andamento dell'angolo Cherenkov in funzione dell'impulso per un campione di riferimento di kaoni (a sinistra) e di pioni (a destra). Le curve continue sono gli andamenti tipici per diversi tipi di particelle. Si nota come solo una piccola frazione di kaoni e pioni non segua l'andamento aspettato.

3.2.2 Identificazione degli elettroni

L'identificazione degli elettroni è possibile grazie alle informazioni fornite dal calorimetro elettromagnetico (EMC), in quanto gli elettroni che raggiungono il calorimetro producono uno sciame e quindi depositano energia in alcuni dei suoi cristalli (Fig. 3.5). Anche gli adroni che giungono nel EMC interagiscono e producono uno sciame. Tuttavia uno sciame elettromagnetico ha una caratteristica forma a simmetria cilindrica con perdita esponenziale di energia con la distanza dall'asse, mentre uno sciame adronico ha una forma irregolare. Questa diversa struttura è dovuta al fatto che la lunghezza di interazione adronica è maggiore della lunghezza di radiazione elettromagnetica, e permette di distinguere gli adroni da elettroni e fotoni.

I candidati elettroni sono riconducibili ai depositi di energia che cadono in un volume fiduciale, definito da $0.36 \text{ rad} < \Theta < 2.372 \text{ rad}$, scelto per considerare il fatto che ai bordi del EMC solo una parte dello sciame è contenuto nei cristalli.

Anche per gli elettroni esistono più selettori con caratteristiche di efficienza e purezza diverse. Il selettore utilizzato per identificare gli elettroni è il *VeryTight*. Esso, pur fornendo una minore efficienza di identificazione rispetto agli altri ($\epsilon \sim 90\%$), garantisce la minore probabilità $\eta = 0.12\%$ di identificare un pione come un elettrone. Questi valori sono calcolati su campioni di controllo ad alta statistica. Il selettore utilizza le seguenti variabili:

- La perdita di energia per ionizzazione dE/dx : viene imposto il taglio $540 < dE/dx < 860$ che corrisponde ad un intervallo di circa ${}^{+7.0}_{-2.2}\sigma$ rispetto al valore centrale.
- Il numero di cristalli N_{Xtal} in cui si ha deposito di energia: si richiede che sia $N_{Xtal} > 3$.
- Il rapporto E/p fra l'energia depositata nel calorimetro e l'impulso della traccia misurato nella camera a deriva: ha una distribuzione piccata ad 1 per gli elettroni, mentre assume valori minori per adroni e muoni, i quali rilasciano solo una piccola parte della loro energia nel EMC. È la variabile con il maggior potere discriminante. Tuttavia il deposito di energia nel EMC per una particella che perde poca energia per ionizzazione è circa 200 MeV, e questo limita il potere discriminante di E/p

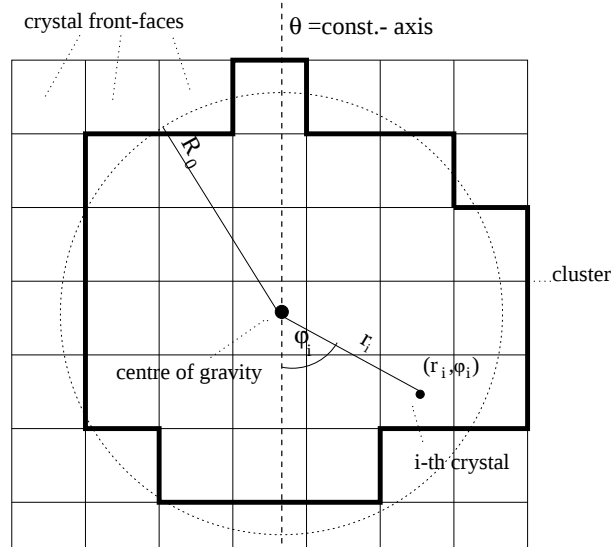


Figura 3.5: Rappresentazione della regione del calorimetro in cui avviene un deposito di energia.

per bassi impulsi. Pertanto solo se l'impulso del candidato elettrone è : $p_{lab} > 500$ MeV/c viene applicato il taglio $0.89 < E/p < 1.2$.

- La distribuzione laterale di energia LAT:

$$LAT = \frac{\sum_{i=3}^N E_i r_i^2}{\sum_{i=3}^N E_i r_i^2 + E_1 r_0^2 + E_2 r_0^2} \quad (3.3)$$

dove N è il numero di cristalli del calorimetro coinvolti nello sciame, E_i l'energia dell' i -esimo cristallo (con $E_i > E_{i+1}$), r_i la distanza fra ciascun cristallo coinvolto e l'asse dello sciame come mostrata in Fig. 3.5 ed r_0 la distanza media tra i due cristalli più energetici (tipicamente $r_0 = 5$ cm).

Nel caso di sciame elettromagnetico la maggior parte del deposito di energia avviene in due cristalli; pertanto la variabile LAT assume valori minori rispetto al caso di sciame adronici. Viene richiesto: $0 < LAT < 0.6$. Questo taglio assicura una buona selezione dei pioni con alto valore di E/p .

- La distribuzione laterale in termini di momenti di Zernike [30]:

$$A_{nm} = \sum_{r_i \leq R_0}^n \frac{E_i}{E} \cdot f_{nm}\left(\frac{r_i}{R_0}\right) \cdot e^{-im\phi_i} \quad (3.4)$$

dove $R_0 = 15$ cm e

$$f_{nm}(\rho_i \equiv \frac{r_i}{R_0}) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)! \rho_i^{n-2s}}{s!((n+m)/2-s)!((n-m)/2-s)!},$$

con $n, m \geq 0$ ed interi, $n - m$ pari ed $m \leq n$. Le funzioni di Zernike forniscono un'espansione indipendente dall'orientazione del sistema di coordinate laterali nel quale ϕ_i è misurata. La variazione azimuthale nella distribuzione dello sciame è coinvolta solo nei momenti con $m \geq 2$, cioè in $|A_{42}|$, che è l'unico momento di Zernike utilizzato dal selettore per l'identificazione degli elettroni. Esso sfrutta la proprietà che gli sciami elettromagnetici nel calorimetro tendono ad avere una forma più regolare di quelli adronici. Le informazioni sulla distribuzione dello sciame sono complementari a quelle su E/p ; infatti gli sciami adronici che depositano una grande quantità di energia (e quindi con alto E/p) tendono ad avere grandi valori per le variabili di distribuzione dello sciame, a causa dell'irregolarità dello sciame adronico. Si richiede $-10 < A_{42} < 0.11$

- La differenza $\Delta\phi$ fra l'angolo azimuthale ϕ_{EMC} di intersezione delle tracce cariche col calorimetro e l'angolo $\phi_{Cluster}$ associato alla traccia:

$$\Delta\phi = q \cdot (\phi_{EMC} - \phi_{Cluster}) \quad (3.5)$$

dove q è la carica della particella. Lo sviluppo longitudinale dello sciame è diverso nel caso elettromagnetico ed adronico poichè, mentre l'elettrone origina subito uno sciame, gli adroni percorrono un tratto di EMC prima di decadere; perciò per questi ultimi $\Delta\phi$ è maggiore. Questa variabile contribuisce alla selezione di pioni con basso impulso trasverso e grande E/p . Il taglio è mostrato in Fig. 3.6: la regione fra le due curve è accettata.

- Angolo Cherenkov. Si richiede che esso sia contenuto in un intervallo di $\pm 3\sigma$ intorno al valore aspettato nell'ipotesi che la particella sia un elettrone, ma solo se il numero di fotoni rivelati è $n_\gamma \geq 0$.

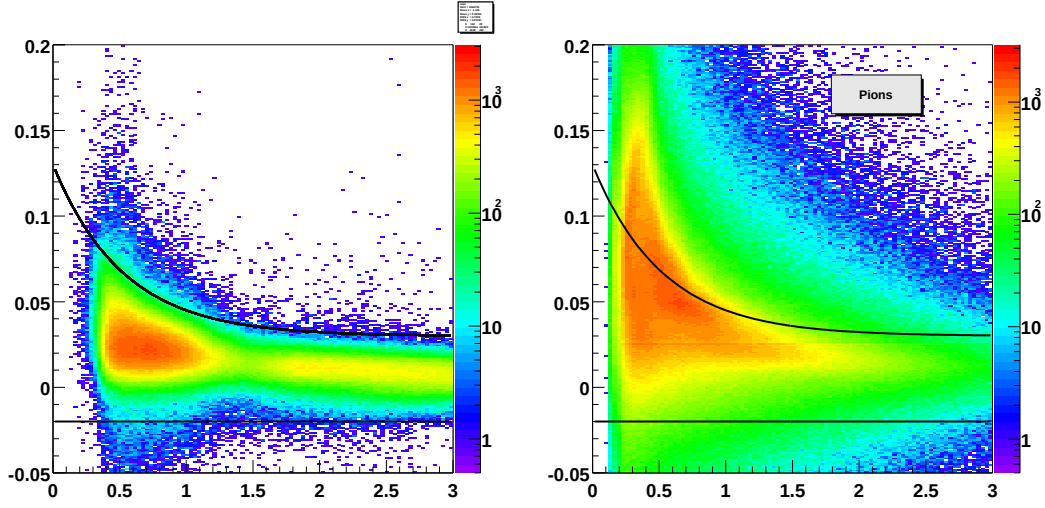


Figura 3.6: Illustrazione del taglio su $\Delta\Phi$ per elettroni (sinistra) e pioni (destra). Le 2 figure mostrano $\Delta\Phi$ in funzione dell'impulso trasverso (GeV/c^2). La regione fra le due curve viene accettata.

La Fig. 3.7 mostra l'efficienza di identificazione dei muoni col selettore *VeryTight*. Le Fig. 3.8 ed 3.9 mostrano, invece, la probabilità di identificare un pione o un kaone come elettrone.

3.2.3 Identificazione dei muoni

Il rivelatore principalmente coinvolto nell'identificazione dei muoni è l'IFR. Per associare ad ogni deposito di energia nell'IFR le informazioni raccolte dalla DCH, tutte le tracce cariche ricostruite nella DCH sono estrapolate nell'IFR considerando la curvatura della traiettoria causata dal campo magnetico. Viene calcolata l'intersezione delle tracce con i piani attivi (*layers*) e solo quelle tracce che sono vicine ad un *hit* sono associate ad un *cluster* carico. Il selettore utilizzato è il *VeryTight* e basa l'identificazione sullo studio delle seguenti variabili:

- L'energia E_{cal} rilasciata nel calorimetro elettromagnetico: alle tracce nella regione angolare coperta da EMC ($\Theta(rad) < 2.45$), viene applicato il taglio $0.05 < E_{cal} < 0.4$.
- Il numero di piani attivi colpiti in un *cluster*: si richiede che sia $N_L \geq 2$.

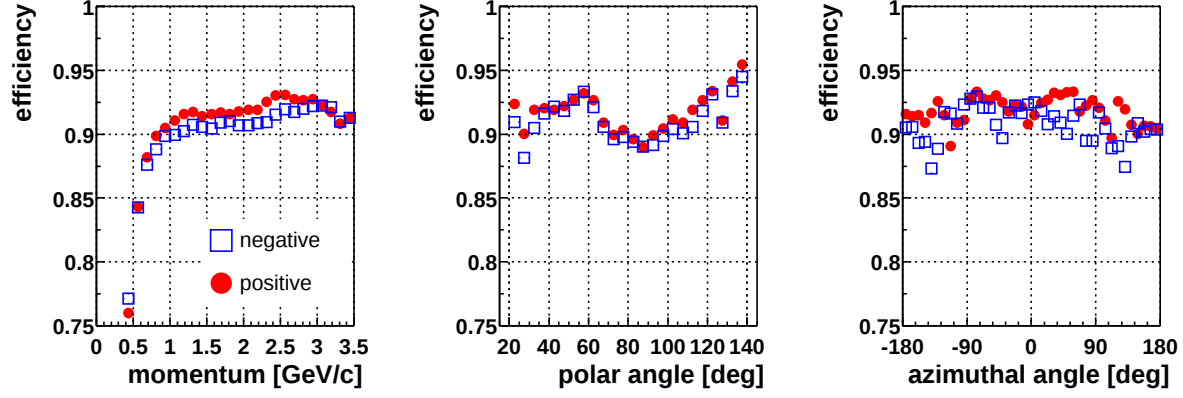


Figura 3.7: Efficienza del selettore di elettroni *VeryTight* in funzione (da sinistra verso destra) dell'impulso, dell'angolo polare e dell'angolo azimutale.

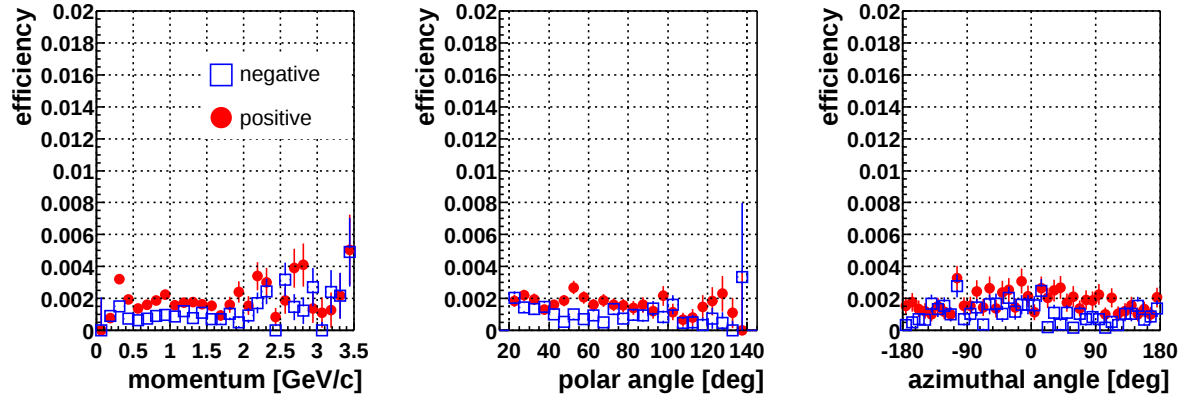


Figura 3.8: Probabilità di identificare un pione come elettrone col selettore di elettroni *VeryTight* in funzione (da sinistra verso destra) dell'impulso, dell'angolo polare e dell'angolo azimutale.

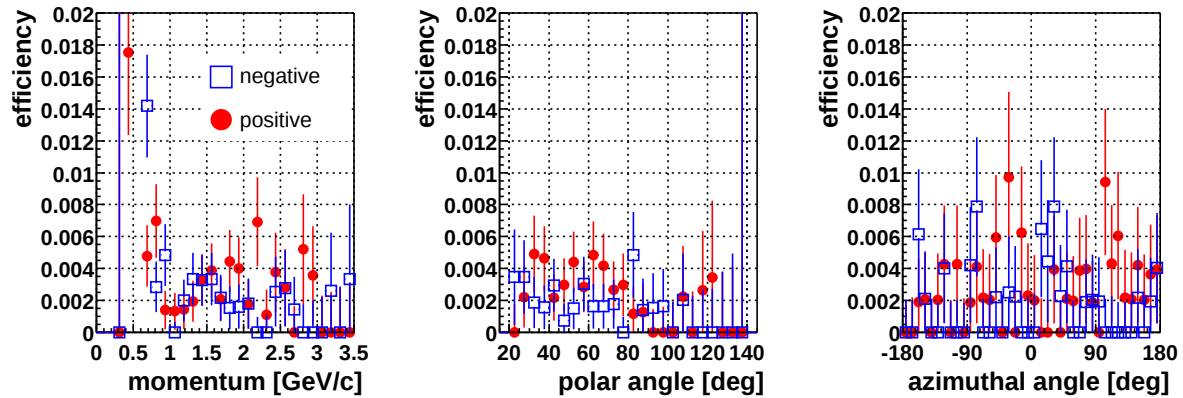


Figura 3.9: Probabilità di identificare un kaone come elettrone col selettore di elettroni *VeryTight* in funzione (da sinistra verso destra) dell'impulso, dell'angolo polare e dell'angolo azimutale.

- Il numero di lunghezze di interazione λ attraversate dalla traccia nel rivelatore *BABAR*. Essa è stimata usando l'extrapolazione della traccia fino all'ultimo piano colpito nell'IFR; si richiede che sia maggiore di 2.2.
- $\Delta\lambda = \lambda_{exp} - \lambda$, dove λ_{exp} è il numero di lunghezze di interazione che ci si aspetta che la traccia attraversi nel rivelatore *BABAR* nell'ipotesi che essa sia generata da un muone, e che è ricavata dalle tabelle di efficienza degli RPC. Il confronto fra le due lunghezze di radiazione realizzato da questa variabile migliora l'identificazione dei muoni, perchè rende la selezione più indipendente dalle condizioni di lavoro dell'IFR e quindi costante come funzione del tempo e della distribuzione angolare. Per i muoni a bassa energia, che attraversano solo i piani più interni e dunque meno distanziati, questa variabile da sola non è sufficiente a discriminare, ma è utile se associata ad una richiesta diretta su λ . Viene imposto che $\Delta\lambda$ sia minore di 0.8.
- χ^2_{trk} e χ^2_{fit} , risultanti dalle procedure di *fit* per la ricostruzione delle tracce nell'IFR: viene chiesto che valgano le disuguaglianze $\chi^2_{trk} < 5$ e $\chi^2_{fit} < 3$.
- La molteplicità media $\bar{m}$ di *strips* colpite per ogni *layer*: si richiede $\bar{m} < 8$ e $\sigma_m < 4$.

I tagli sono stati scelti attraverso valutazioni su campioni di controllo ad alta statistica. Le distribuzioni delle variabili citate sono mostrate nelle Fig. 3.10, 3.11, 3.12, 3.13. Il selettore *VeryTight* garantisce la minore probabilità di identificare per errore un'altra particella come muone, pur conservando una buona efficienza come mostrato nella tabella 3.2. Le Fig. 3.14, 3.15, 3.16 mostrano invece la variazione di tali probabilità ed efficienze in funzione dell'impulso o dell'angolo polare.

3.3 Ricostruzione dei vertici di decadimento e *fit* cinematici

Le misure del quadrimpulso e della posizione di una particella che decade vengono ottenute combinando le tracce dei prodotti del decadimento ricostruite dal rivelatore.

La posizione in cui la particella decade viene stimata con una procedura detta *vertexing*. Essendo le tracce curvate a causa della presenza del campo magnetico, il problema è non

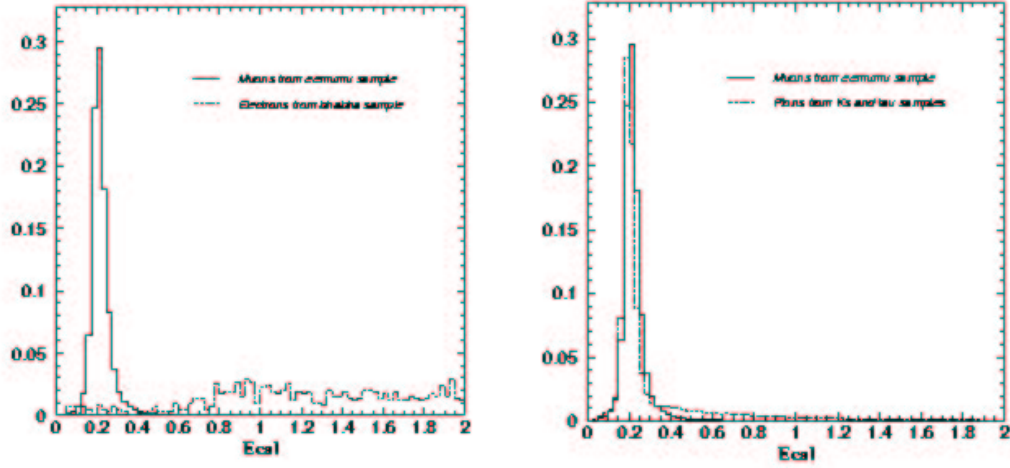


Figura 3.10: Distribuzioni della variabile E_{cal} (GeV/c^2) utilizzata dal selettore *VeryTight* per l'identificazione dei muoni ottenuta da campioni di controllo. La distribuzione per i muoni (linea continua) è sovrapposta a sinistra alla distribuzione per gli elettroni e a destra alla distribuzione per pioni.

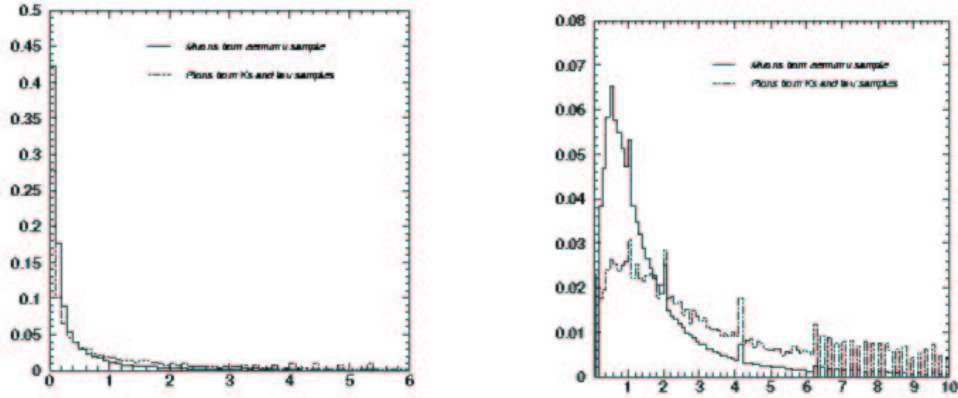


Figura 3.11: La distribuzione a sinistra mostra la variabile χ_{fit}^2 utilizzata dal selettore *VeryTight* per l'identificazione dei muoni ottenuta da campioni di controllo. La distribuzione per i muoni (linea continua) è sovrapposta a sinistra alla distribuzione per i pioni. A destra è mostrata la distribuzione di χ_{trk}^2 per muoni (linea continua) sovrapposta alla distribuzione per i pioni.

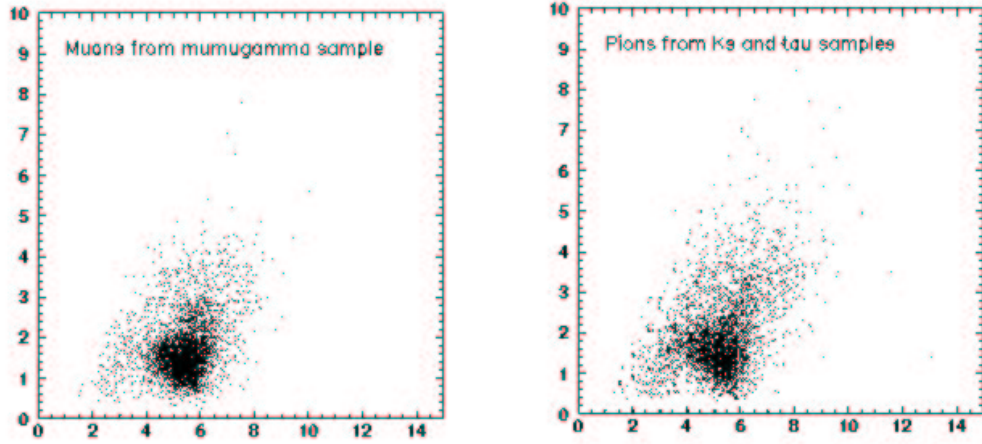


Figura 3.12: Distribuzioni delle variabili $\bar{m}$ e σ_m nel piano $(\bar{m}m, \sigma_m)$ per muoni (a sinistra) e pioni (a destra), utilizzate dal selettore *VeryTight* per l'identificazione dei muoni. Le distribuzioni sono ottenute da campioni di controllo.

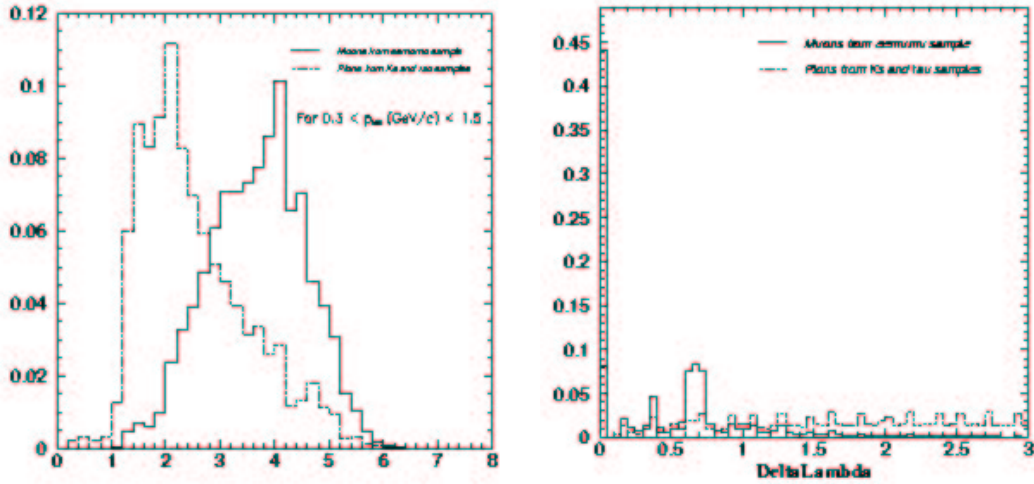


Figura 3.13: A sinistra è mostrata la distribuzione di λ per muoni (linea continua) sovrapposta alla distribuzione per pioni. A destra è mostrata la distribuzione di $\Delta\lambda$ per muoni (linea continua) sovrapposta alla distribuzione per pioni. Le distribuzioni sono ottenute da campioni di controllo.

	Efficienza(%)
μ	70.3 ± 0.2
π	2.42 ± 0.04
K^+	0.28 ± 0.08
K^-	0.21 ± 0.02
e	0.08 ± 0.01

Tabella 3.2: La tabella mostra l'efficienza di identificazione dei muoni e la probabilità di cattiva identificazione per le altre particelle che raggiungono l'IFR nel caso del selettore *VeryTight*.

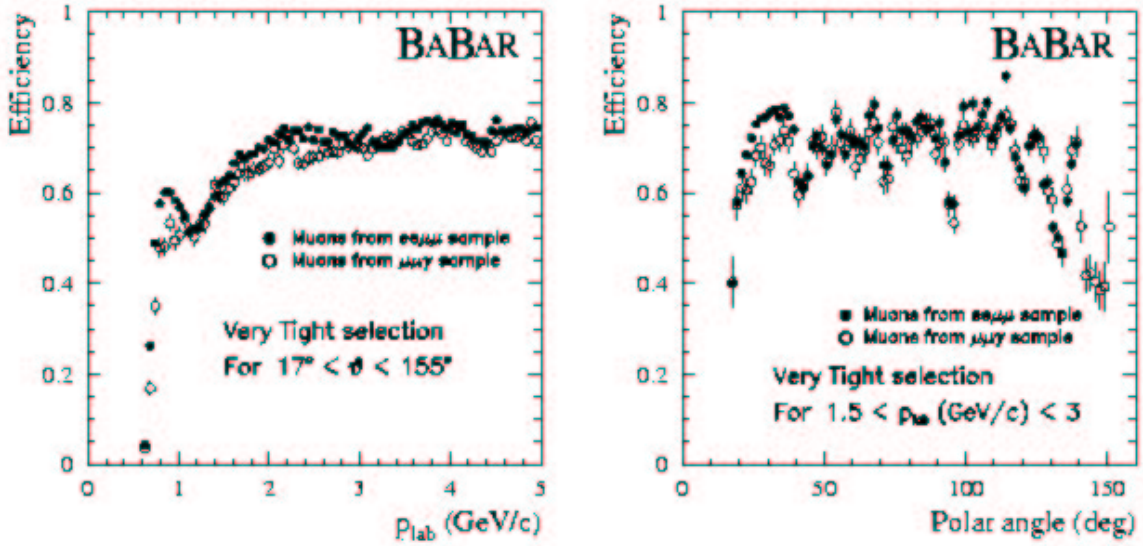


Figura 3.14: Efficienza del selettore di muoni *VeryTight* in funzione dell'impulso nel riferimento del laboratorio (a sinistra) e dell'angolo polare (a destra).

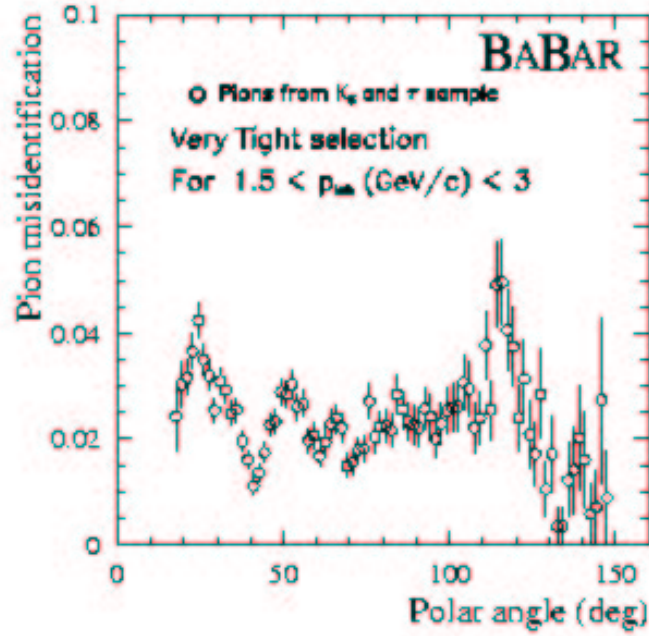


Figura 3.15: Probabilità di identificare un pione come muone col selettore di muoni *VeryTight* in funzione dell'angolo polare.

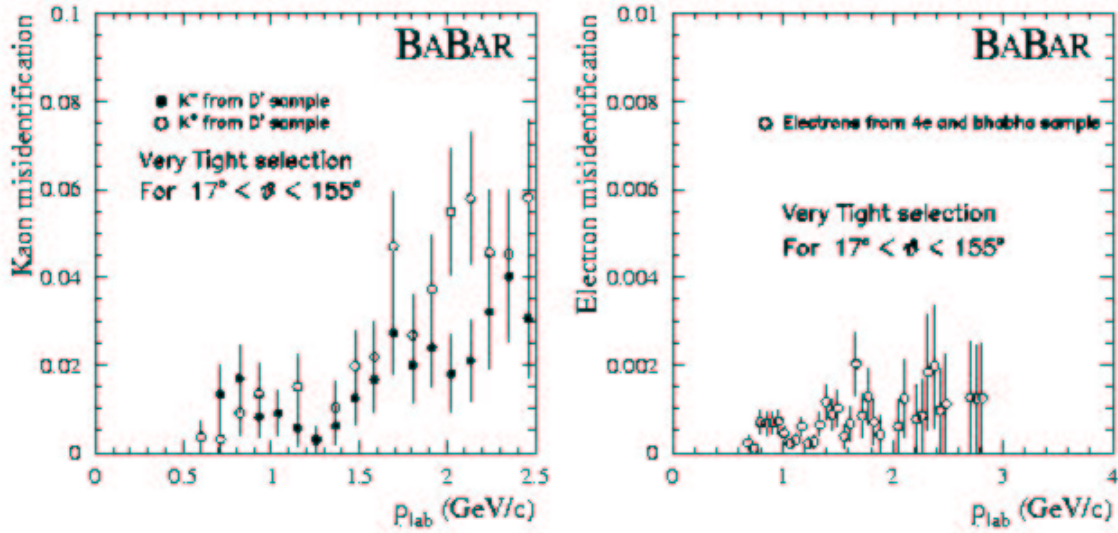


Figura 3.16: Probabilità di identificare un kaone (a sinistra) o un elettrone (a destra) come muone col selettore di muoni *VeryTight* in funzione dell'impulso nel riferimento del laboratorio.

lineare. Esso viene linearizzato cercando una soluzione locale ed iterando finchè i valori del χ^2 del *fit* al vertice fra due successive iterazioni differiscono per una quantità minore di 0.01. Il numero massimo di iterazioni permesse è sei.

La conoscenza del quadrimpulso delle particelle cariche e neutre è migliorata dall'uso di una procedura di *fit* cinematico, in cui il χ^2 viene minimizzato vincolando la massa della particella alla massa nominale e imponendo le leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso con la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange.

3.4 Ricostruzione dei fotoni

La ricostruzione dei fotoni avviene con i dati forniti dal calorimetro elettromagnetico. La variabile utilizzata è quella chiamata *LAT*, che rappresenta la qualità dello sciame elettromagnetico in quanto è in grado di distinguere i depositi di energia nel calorimetro dovuti a fotoni o elettroni da quelli dovuti ad interazioni adroniche. I due fenomeni differiscono sostanzialmente nel fatto che fotoni ed elettroni, interagendo con la materia attraverso interazioni elettromagnetiche, rilasciano depositi di energia che hanno una forma omogenea, a differenza degli adroni che, quando vengono assorbiti dal calorimetro, rilasciano un deposito di energia irregolare in quanto la lunghezza di interazione adronica è maggiore rispetto alla lunghezza di interazione elettromagnetica. Questa caratteristica permette di distinguere tra eventi dovuti ad interazione elettromagnetica da quelli dovuti ad interazione adronica. Poichè gli sciame elettromagnetici sono generalmente concentrati in due cristalli, la variabile *LAT* assume valori minori nel caso di sciame elettromagnetici rispetto al caso di eventi adronici. Come valore limite è stato utilizzato

$$LAT < 0.8$$

Poichè la formazione degli sciame elettromagnetici avviene in maniera analoga nel caso di fotoni ed elettroni, per distinguere i due casi si utilizza l'informazione proveniente dalla camera a deriva che rivela, a meno di conversioni, gli elettroni ma non i fotoni.

3.5 Ricostruzione dei K_S

I K_S^0 vengono ricostruiti nel canale $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ($B.R. = 0.6895 \pm 0.0014$) [10]) combinando due tracce di carica opposta con massa invariante compresa all'interno di $\pm 2\sigma$ dalla massa nominale del K_S^0 ($m_{K_S^0} = 497.6 \text{ MeV}/c^2$). Vengono fatte anche altre richieste:

- La probabilità del χ^2 del *fit* al vertice individuato dalle due tracce deve essere maggiore di 0.001. In questo modo si eliminano gli eventi di combinatorio, cioè le combinazioni casuali di due tracce per le quali la massa invariante sia prossima a quella del K_S^0 . Per essi, infatti, è poco probabile che le tracce individuino con precisione un vertice.
- La distanza percorsa dal K_S^0 prima di decadere, calcolata nel piano xy rispetto al vertice primario dell'evento, deve essere maggiore di 0.2 cm. La richiesta che il K_S^0 voli, percorrendo almeno tale distanza, assicura l'eliminazione di quei K_S^0 dovuti al combinatorio che individuano anche un vertice.
- Il coseno dell'angolo formato tra la direzione dell'impulso del K_S e la direzione della distanza tra i vertici dei mesoni K_S e D^0 deve essere >0.99 , come verrà spiegato in dettaglio nel par. 4.6.3 (variabile $\cos\alpha$).

Nella Fig. 3.17 è mostrata la distribuzione della massa per i K_S^0 sulla simulazione Monte Carlo. Su di essa viene eseguito un *fit* con la somma di due funzioni Gaussiane:

$$G_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} \cdot e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} \cdot e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (3.6)$$

che permette di stimare i valori medi $\mu_1 = (498.28 \pm 0.79) \text{ MeV}/c^2$ e $\mu_2 = (498.22 \pm 0.13) \text{ MeV}/c^2$ e le risoluzioni $\sigma_1 = (1.70 \pm 0.13) \text{ MeV}/c^2$ e $\sigma_2 = (3.62 \pm 0.25) \text{ MeV}/c^2$.

3.6 Ricostruzione del mesone D^0

Il mesone D^0 viene ricostruito in modo da ottenere un buon rapporto fra segnale e fondo nel canale $K_S\pi^+\pi^-$, combinando il candidato K_S con le tracce cariche identificate come kaoni o pioni. Viene richiesto che l'impulso dei pioni per il modo $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ sia almeno pari a $150 \text{ MeV}/c$.

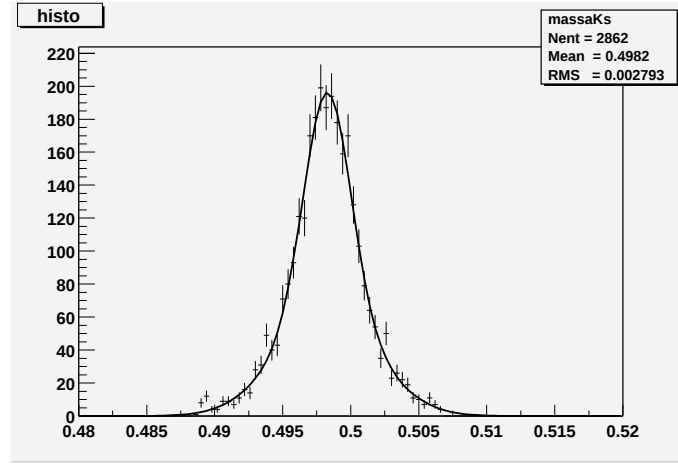


Figura 3.17: Distribuzione della massa del K_s^0 (GeV/c^2) proveniente dal decadimento $B^+ \rightarrow D^0(K_S\pi^+\pi^-)K^+$, con $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$ per il Monte Carlo di segnale. Il *fit* è eseguito con la somma di due Gaussiani.

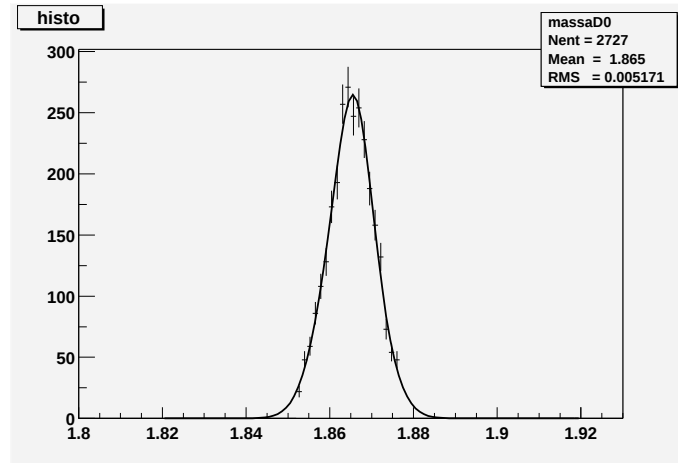


Figura 3.18: Distribuzione della massa del D^0 (GeV/c^2).

Tutti i candidati D^0 ricostruiti in questa maniera devono poi soddisfare ulteriori richieste. Innanzitutto la massa invariante delle particelle in cui decadono deve rientrare all'interno di una finestra di $\pm 2\sigma$ attorno al valore nominale della massa: $m_{D^0} = (1864.5 \pm 0.5) \text{ MeV}/c^2$ [10]. Inoltre l'impulso del mesone D^0 , calcolato nel sistema di riferimento del centro di massa della $\Upsilon(4S)$, deve essere maggiore di $1.3 \text{ GeV}/c$. Questo non è un taglio troppo duro, altrimenti verrebbe condizionata la distribuzione del fondo, che sarebbe simile a quella del segnale.

Infine è richiesto che la probabilità del χ^2 del *fit* al vertice individuato dai prodotti di decadimento sia maggiore di 0.001. Queste richieste permettono di eliminare contaminazioni dovute al fondo combinatorio, cioè a combinazioni casuali di tracce cariche, in particolare qualora esse provengano dai due differenti mesoni B prodotti nell'evento.

In Fig. 3.18 è riportata la distribuzione della massa del mesone D^0 ricostruita nel canale $K_S \pi^+ \pi^-$. Il *fit* è stato eseguito con una doppia gaussiana, di parametri

$$\mu_1 = (1864.5 \pm 0.3) \text{ MeV}/c^2$$

$$\mu_2 = (1866.6 \pm 0.8) \text{ MeV}/c^2$$

$$\sigma_1 = (6.2 \pm 0.4) \text{ MeV}/c^2$$

$$\sigma_2 = (3.5 \pm 1.0) \text{ MeV}/c^2.$$

3.7 Ricostruzione dei mesoni B^+

Per la ricostruzione dei mesoni B vengono utilizzate due variabili cinematiche: m_{ES} e ΔE [31]. La prima è definita nel sistema del laboratorio come :

$$m_{ES} = \sqrt{\frac{(\frac{1}{2}s + \mathbf{p}_0 \cdot \mathbf{p}_B)^2}{E_0^2} - p_B^2} \quad (3.7)$$

dove $\mathbf{p}_B$ e $\mathbf{p}_0$ sono gli impulsi spaziali del candidato B e del sistema e^+e^- rispettivamente nel sistema di riferimento del laboratorio, ed E_0 è l'energia del fascio; s è la massa invariante al quadrato del sistema e^+e^- ; p_B^2 è il modulo quadro dell'impulso $\mathbf{p}_B$. Esprimendo la variabile m_{ES} nel riferimento del centro di massa del sistema e^+e^- (CM) si ottiene:

$$m_{ES} = \sqrt{E_{beam}^{*2} - p_B^{*2}} \quad (3.8)$$

dove p_B^{*2} è il modulo quadro dell'impulso spaziale ricostruito del mesone B nel riferimento CM e E_{beam}^* è l'energia nominale. Questa seconda espressione mostra che la variabile m_{ES} rappresenta la massa calcolata utilizzando l'energia nominale del mesone B anzichè quella ricostruita.

Essa è vantaggiosa in quanto la risoluzione in m_{ES} è dominata dalla risoluzione in E_{beam}^* , che è misurata su campioni ad alta statistica di B ricostruite: $\sigma_{E_{beam}^*} = 2.6$ MeV

Invece ΔE è espressa, in forma invariante di Lorentz, come:

$$\Delta E = \frac{(2q_B q_0 - s)}{2\sqrt{s}} \quad (3.9)$$

dove $\sqrt{s} = 2E_{beam}^*$ è l'energia nel CM, q_B è il quadrimpulso del B e q_0 è il quadrimpulso del sistema e^+e^- , cioè $q_0 = q_{e^+} + q_{e^-}$. Nel CM l'espressione diventa :

$$\Delta E = E_B^* - E^* \quad (3.10)$$

dove E_B^* è l'energia ricostruita del B . Dunque questa variabile esprime la differenza fra l'energia ricostruita e l'energia aspettata del B .

La risoluzione in ΔE è dominata dalla risoluzione del rivelatore, perciò m_{ES} e ΔE sono di fatto scorrelate, come mostra la Fig. 3.19 relativa ad eventi di fondo continuo (par. 4.1.2). Nella medesima figura è presentata anche la distribuzione di ΔE in funzione di m_{ES} per il segnale; si nota che in questo caso i valori delle due variabili si concentrano nella regione:

$$5.2725 \text{ GeV}/c^2 < m_{ES} < 5.2875 \text{ GeV}/c^2 \quad \text{e} \quad |\Delta E| < 0.05 \text{ GeV}$$

cioè in un intervallo di $\pm 3\sigma$ in m_{ES} e $\pm 3\sigma$ in ΔE attorno ai valori aspettati. Pertanto non si rischia di perdere informazioni sul segnale richiedendo che i valori delle variabili m_{ES} e ΔE per i candidati B siano contenuti all'interno dei seguenti intervalli fiduciali:

$$5.2 \text{ GeV}/c^2 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2 \quad \text{e} \quad |\Delta E| < 0.2 \text{ GeV}$$

La Fig. 3.20 mostra le distribuzioni ottenute dalla simulazione Monte Carlo del segnale. Si vede che m_{ES} si distribuisce come una Gaussiana di valor medio $\mu = (5279.260 \pm 0.048) \text{ MeV}/c^2$ e risoluzione $\sigma = (2.54 \pm 0.34) \text{ MeV}/c^2$, mentre ΔE si distribuisce come una doppia Gaussiana, di parametri: $\mu_1 = (0.51 \pm 0.29) \text{ MeV}$ e $\sigma_1 = (14.68 \pm 0.24) \text{ MeV}$, $\mu_2 = (-0.037 \pm 0.035) \text{ MeV}$ e $\sigma_2 = (130 \pm 40) \text{ MeV}$.

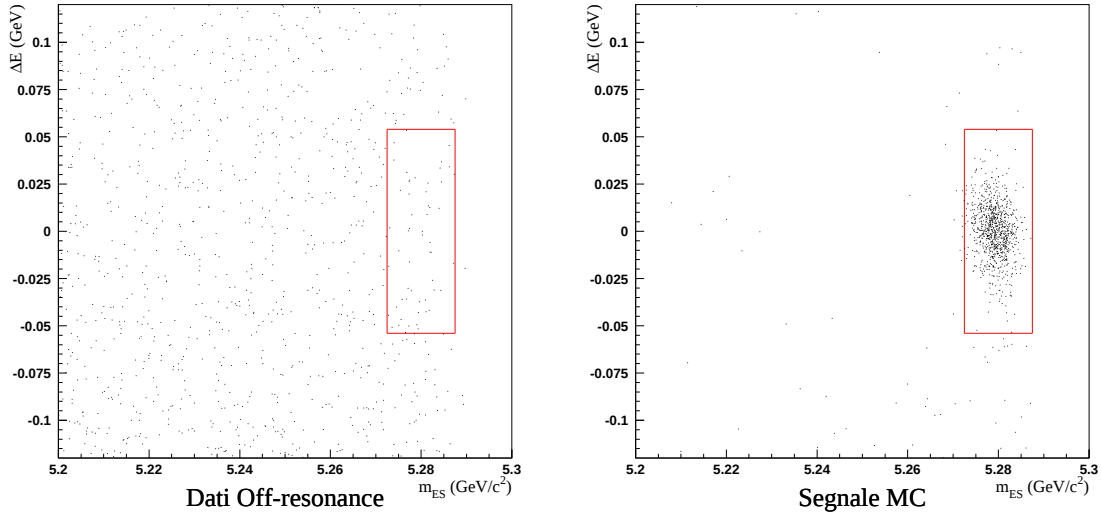


Figura 3.19: A sinistra viene mostrata la distribuzione della variabile ΔE in funzione di m_{ES} per eventi di fondo continuo ottenuta da dati *off-resonance* (cap. 4); a destra, invece, viene mostrata la medesima distribuzione per il segnale, ottenuta dalla simulazione Monte Carlo.

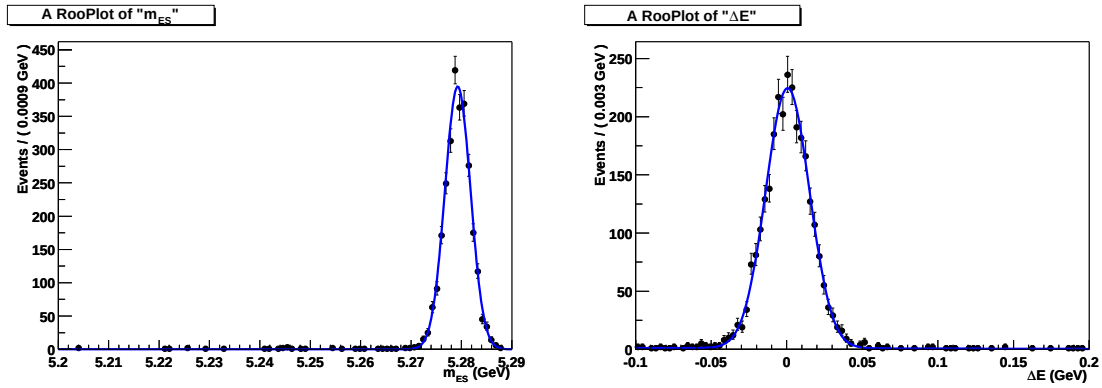


Figura 3.20: Distribuzioni delle variabili m_{ES} e ΔE per il segnale ottenute con la simulazione Monte Carlo.

Nel *fit* ai dati saranno fissati il valore centrale e la risoluzione della Gaussiana che descrive la distribuzione in m_{ES} del segnale rispettivamente a $5.28 \text{ GeV}/c^2$ e $0.025 \text{ GeV}/c^2$. Questo per tenere in considerazione le differenze fra la produzione degli eventi Monte Carlo e le caratteristiche degli eventi ricostruiti dai dati.

3.7.1 Scelta del miglior candidato B

È possibile che in un evento ci siano più candidati B , cioè più combinazioni delle tracce con cui è possibile ricostruire la catena di decadimento.

Se i candidati B sono ricostruiti a partire dalla stessa D , viene scelto quello che presenta il ΔE minimo. Considerato che la valutazione del numero di eventi di segnale viene effettuata attraverso un *fit* della distribuzione di m_{ES} (cap.6) e che quest'ultima è scorrelata da ΔE , tale scelta non condiziona il risultato finale.

Capitolo 4

Selezione degli eventi

Nel cap. 1 è stato discusso come sia possibile estrarre il valore dell'angolo γ del Triangolo Unitario attraverso la misura di ampiezze e relative fasi in decadimenti del tipo $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$. Questi decadimenti purtroppo vedono la presenza di una consistente componente di fondo che è necessario ridurre con opportune strategie.

In questo capitolo verranno descritti i vari tipi di fondo (par. 4.1) e le variabili cinematiche che li caratterizzano (par. 4.2), e che consentono di discriminare tali fondi dal segnale.

Si discuterà, inoltre, la selezione degli eventi in base alle variabili che verranno successivamente utilizzate nel fit di massima verosimiglianza, di cui si parlerà nel prossimo capitolo.

Pertanto si porrà particolare attenzione a m_{ES} , ΔE e ad un discriminante di *Fisher* (par. 4.6), e verrà descritta la procedura con la quale sono stati scelti i tagli da applicarvi (par. 4.6.3).

4.1 Caratterizzazione del fondo

4.1.1 Definizione del campione

L'analisi è stata effettuata inizialmente su un campione di eventi Monte Carlo (SP5), sul quale è stata ottimizzata, e successivamente sui dati del RUN1+RUN2+RUN3 (vedi Tab. 4.1 e Tab. 4.2).

Il campione di segnale Monte Carlo è stato costruito per il modo di decadimento specifico $B^\pm \rightarrow D^0(K_S \pi^+ \pi^-) K^\pm$, con $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$, per cui risulta particolarmente pulito.

Si ricorda che il termine *on - resonance* utilizzato in Tab. 4.1 si riferisce ai dati prodotti con energia nel centro di massa pari a $10.58 \text{ GeV}/c^2$ (massa della risonanza $\Upsilon(4S)$). Per

CANALE	EVENTI	LUMINOSITÀ(fb ⁻¹)
$B^0 - B^0$	206.9M	394
$B^+ - B^-$	261.2M	498
uds	282.7M	135
charm	181.6M	138
$B^\pm \rightarrow D^0(K_S^0\pi^+\pi^-) K^\pm$	15468	1934
Dati (<i>on resonance</i>)		103
Dati (<i>off resonance</i>)		10.3

Tabella 4.1: Numero di eventi Monte Carlo generati per segnale e fondo e corrispondente luminosità integrata. In tabella figura anche la luminosità dei dati [49].

SEZIONE D'URTO	VALORE
$\sigma(bb)$	1.05 nb
$\sigma(c\bar{c})$	1.30 nb
$\sigma(uds\bar{u}\bar{d}\bar{s})$	2.09 nb

Tabella 4.2: Sezioni d'urto dei canali riportati in Tab. 4.1.

gli studi di fondo viene utilizzato un campione di 10.3 fb⁻¹ di dati *off-resonance*, cioè collezionati ad una energia del centro di massa minore di 40 MeV rispetto alla massa della $\Upsilon(4S)$.

I fondi che in questa analisi vengono esaminati sono essenzialmente di due tipologie:

- fondo combinatorio, senza alcuna struttura nella distribuzione di m_{ES}
- fondo con picco in m_{ES} , soprattutto dovuto al canale $B^\pm \rightarrow D^0\pi^\pm$.

Dopo l'applicazione della selezione descritta nel cap. 3, i campioni di fondo e di segnale sono stati analizzati nel piano individuato dalle variabili m_{ES} e ΔE , nel quale è possibile individuare essenzialmente due regioni (Fig.4.1):

- *regione di segnale:*

$$5.27 \text{ GeV}/c^2 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2$$

$$|\Delta E| < 0.05 \text{ GeV}$$

È la regione in cui si concentrano gli eventi di segnale; essa corrisponde ad un intervallo di 3σ in m_{ES} e 3σ in ΔE attorno ai valori aspettati $(5279.260 \pm 0.053)\text{MeV}/c^2$ e $(51 \pm 29)10^{-2}\text{MeV}$ rispettivamente).

- *regione di sideband:*

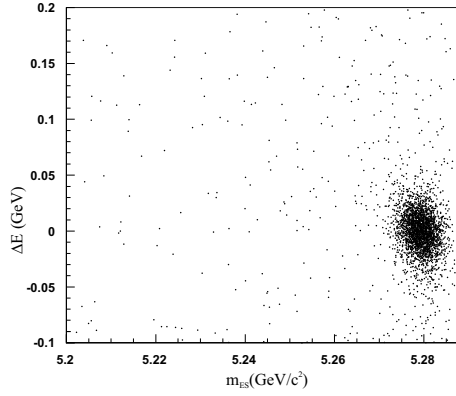
La regione che comprende tutti gli eventi sui quali sarà effettuato il *fit* in m_{ES} per l'estrazione del segnale è:

$$5.2 \text{ GeV}/c^2 < m_{ES} < 5.29 \text{ GeV}/c^2 \quad (4.1)$$

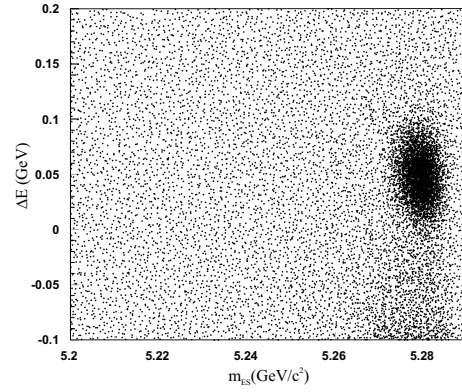
$$-0.1 \text{ GeV} < \Delta E < 0.25 \text{ GeV} \quad (4.2)$$

La regione di *sideband* è l'area contenente gli eventi per i quali il mesone B ha un valore di ΔE che dista più di 3σ dal valore aspettato. Il taglio a sinistra su ΔE è dovuto al fatto che al di là di -0.1 GeV predomina il fondo $D^{*0}\pi$. Con questo taglio siamo sicuri di ridurre buona parte di questo fondo (Fig. 4.2).

Gli eventi che si trovano al di fuori dei limiti imposti su m_{ES} nell'Eq. (4.1) e su ΔE di *sidebands* nell'Eq. (4.2) vengono scartati.

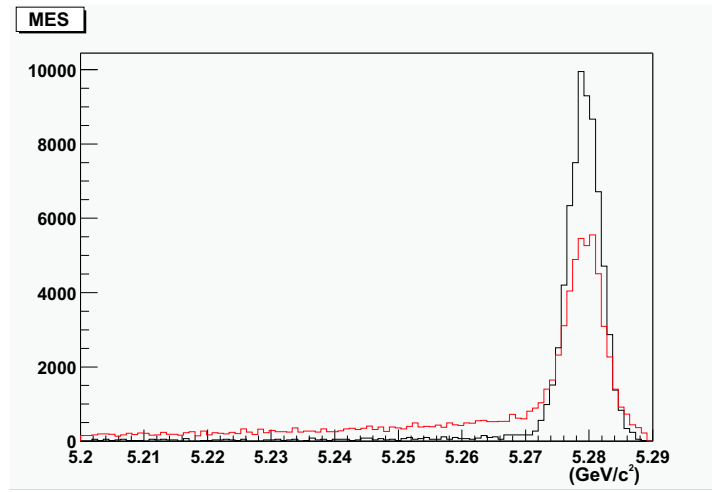


(a) Distribuzione di ΔE in funzione di m_{ES} per eventi MC di segnale

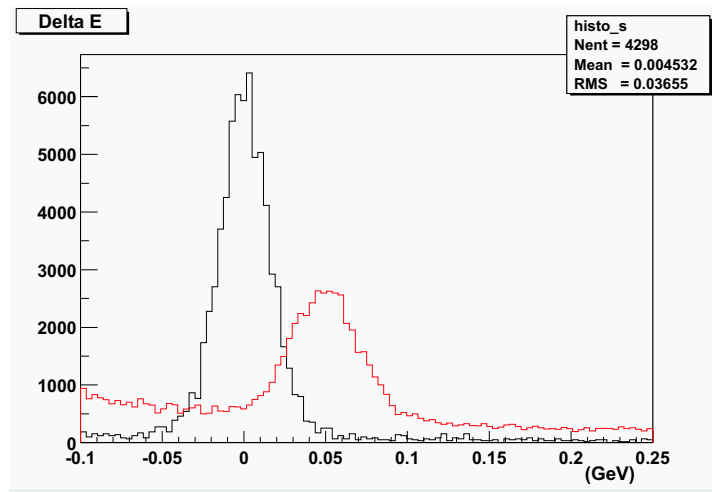


(b) Distribuzione di ΔE in funzione di m_{ES} per eventi MC $B^\pm \rightarrow D^{*0} \pi^\pm$

Figura 4.1: L'addensarsi di eventi che è possibile osservare in Fig. b), nell'intervallo $-0.1 \text{ GeV} < \Delta E < -0.05 \text{ GeV}$, è dovuto al residuo di eventi $B^\pm \rightarrow D^{*0} \pi^\pm$. Il taglio $\Delta E > -0.1 \text{ GeV}$, quindi, non elimina completamente questo tipo di fondo.



(a)



(b)

Figura 4.2: Distribuzione di a) m_{ES} e b) ΔE per eventi $B \rightarrow D^* \pi$ (in rosso) e segnale (in nero).

4.1.2 Fondo combinatorio

Appartengono a questa categoria gli eventi in cui il mesone B viene ricostruito da combinazioni casuali di tracce che superano la selezione. Questo fondo può provenire sia da eventi di *continuo* $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (dove q è un quark u, d, s, c), sia da eventi $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ (*generico*).

Per una prima valutazione del fondo combinatorio è stato utilizzato un campione di eventi Monte Carlo $B\bar{B}$ di 494 fb^{-1} di luminosità integrata per il generico, e di 137 fb^{-1} per il fondo continuo. Si assume che la distribuzione in m_{ES} degli eventi di fondo sia distribuiti in m_{ES} come una funzione di *Argus* [37]:

$$A(m_{ES}) = \zeta_1 \cdot m_{ES} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_{ES}}{m^0}\right)^2} \cdot e^{\zeta_2 \left(1 - \frac{m_{ES}}{m^0}\right)^2} \quad (4.3)$$

dove ζ_1 è un fattore di normalizzazione e ζ_2 è il parametro responsabile della curvatura della funzione ¹.

Quello che si osserva è che il fondo di tipo continuo è distribuito secondo una funzione di *Argus* di pendenza:

$$\zeta_2 = (-21 \pm 2)$$

mentre per il fondo di tipo generico sembra esistere una componente *peaking*, evidente sia nella distribuzione di m_{ES} che in quella di ΔE (Fig. 4.3). La risoluzione di questo problema è affrontata nel par. 4.1.3 e successivamente nel cap. 5. Quando si passa all'analisi sui dati, negli eventi *off-resonance* la produzione di coppie $B\bar{B}$ è energeticamente proibita; dunque, tutti gli eventi ricostruiti sono eventi di fondo continuo. Il rapporto fra gli eventi del campione *off-resonance* nella regione di segnale e quelli del fondo combinatorio atteso, valutato sul campione *on-resonance*, permette di affermare che il fondo combinatorio è prevalentemente continuo.

4.1.3 Fondo con picco in m_{ES}

Il fondo con picco in m_{ES} (*peaking*) è dovuto a canali di decadimento del B leggermente diversi da quelli cercati ma che vengono ricostruiti in maniera sbagliata. In questo caso, poichè le tracce provengono da un B reale, il candidato ricostruito ha valori di m_{ES} vicini

¹Si veda Appendice A.

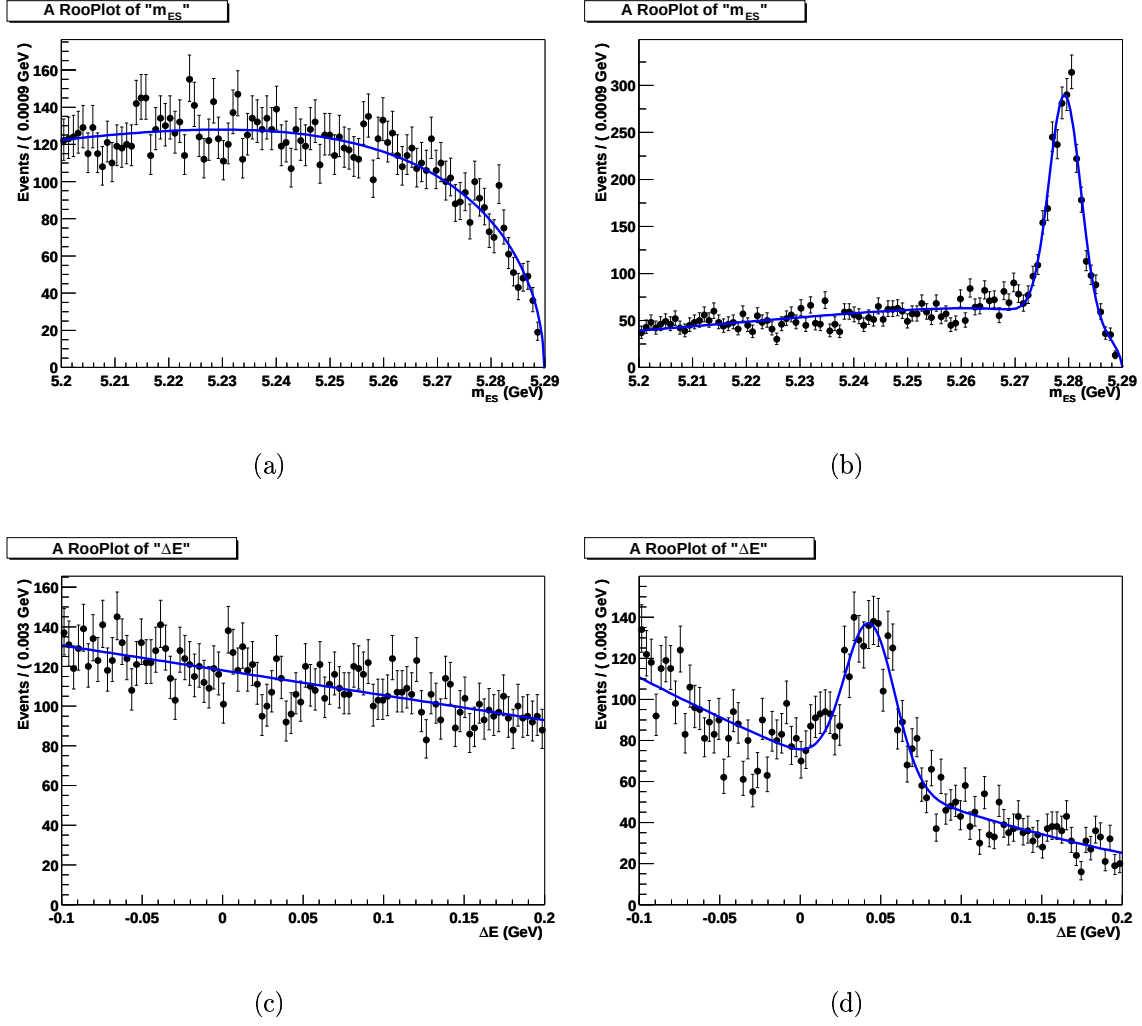


Figura 4.3: a) m_{ES} e c) ΔE per eventi MC di *continuo* $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ($q = u, d, s, c$); b) m_{ES} e d) ΔE per eventi MC di *generico* $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$.

al valore della massa del mesone B e perciò contenuti nella regione di segnale. In questa analisi ciò è sostanzialmente dovuto ai canali di decadimento descritti in Tab. 4.3.

<i>Canale</i>	<i>N. Eventi</i>
$B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$	263
$B^\pm \rightarrow D^{*0} K^\pm$	206
$B^\pm \rightarrow D^0 \pi^\pm$	2699
$B^\pm \rightarrow \bar{D}^{*0} \pi^\pm$	538
$B^\pm \rightarrow D^0 \rho^\pm$	400
$B^\pm \rightarrow \bar{D}^{*0} \rho^\pm$	233
$B^\pm \rightarrow D^0 a_1^\pm$	131
$B^\pm \rightarrow D^0 \bar{a}_1^\pm$	197

Tabella 4.3: Canali di decadimento responsabili del fondo *peaking*. Nel fondo $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ vengono considerati tutti i canali di decadimento del mesone D^0 diversi dal segnale $B^\pm \rightarrow D^0(K_S \pi \pi) K^\pm$. Questa tabella riporta il numero di eventi calcolato sulla selezione di kaoni *Loose*, dopo l'applicazione dei tagli riassunti alla fine del par. 4.6.3, su un campione MC di eventi di generico, di 1934 fb^{-1} di luminosità integrata. Per confronto, il numero di eventi di segnale è 2880.

4.2 Variabili discriminanti

Le variabili candidate a discriminare il contributo del fondo da quello di segnale sono quelle che mostrano una distribuzione differente nei due casi. Su di esse è utile imporre dei tagli che eliminino quanti più eventi di fondo possibile, cercando di non compromettere l'efficienza di ricostruzione del segnale.

È possibile definire alcune variabili, in grado di discriminare il segnale dal fondo continuo, basate sulla topologia dell'evento, cioè dipendenti dalla maniera in cui le tracce si dispongono nello spazio. Il loro potere discriminante dipende dal fatto che la topologia è differente per eventi che derivano da processi $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ e da $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$.

4.2.1 Coseno dell'angolo Θ_{MAX} ($|\cos(\Theta_{MAX})|$)

Gli eventi $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ avvengono essenzialmente al limite cinematico: significa che per produrre una coppia di mesoni B è necessario sfruttare tutta l'energia disponibile, per cui tali mesoni vengono prodotti praticamente fermi ($p_B \sim 330 \text{ MeV}/c$) nel sistema del

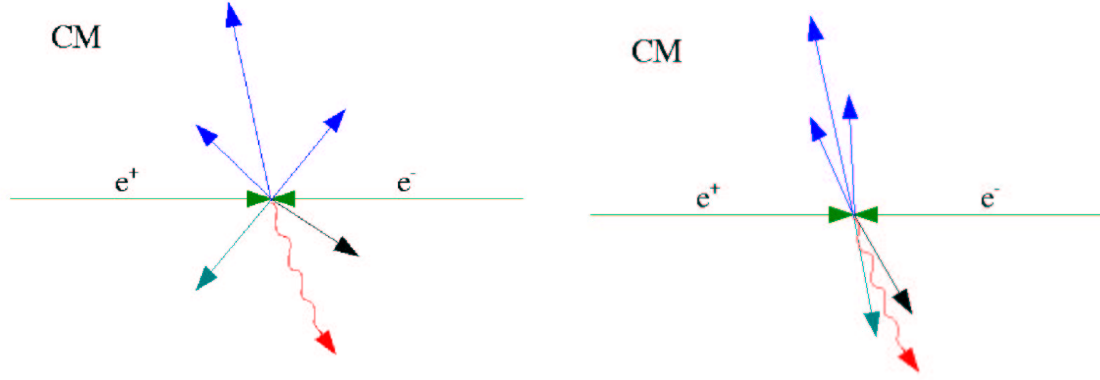
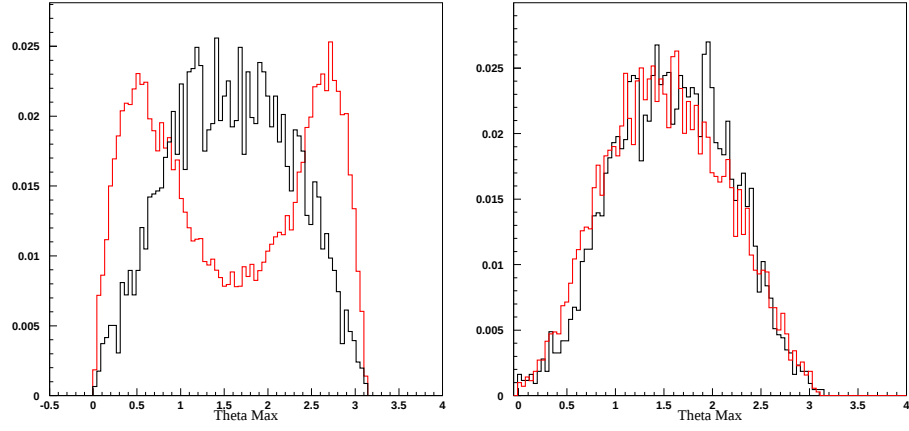


Figura 4.4: Nel caso di un evento $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$, la disposizione dei prodotti di decadimento è isotropa (Fig. a sinistra). Invece nel caso di un evento $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (dove q è un quark u, d, s, c), la disposizione dei prodotti di decadimento è concentrata lungo un asse, detto *asse di sfericità* (Fig. a destra).

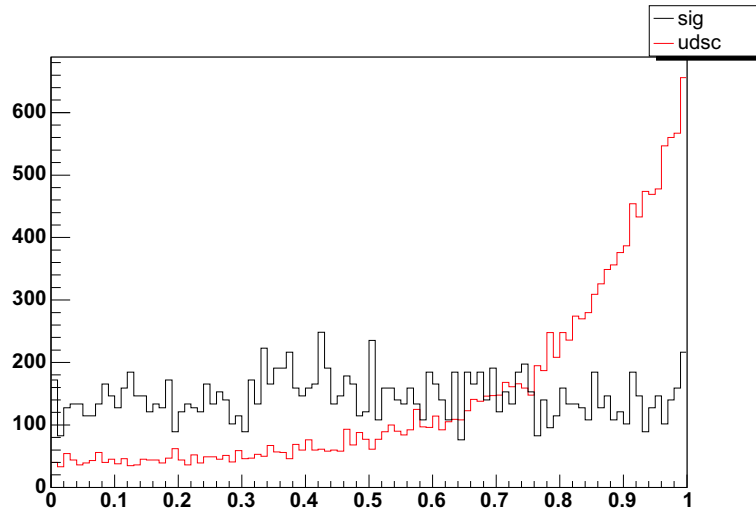
centro di massa della coppia e^+e^- , e i prodotti di decadimento sono distribuiti in maniera isotropa nello spazio (Fig.4.4 a sinistra). In tale riferimento l'evento appare sferico. In eventi $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ (dove q è un quark u, d, s, c), i due quark vengono prodotti con impulso non nullo. Nel sistema del centro di massa della coppia e^+e^- essi sono emessi in direzione opposta. Lungo tale direzione adronizzano e pertanto l'evento assume una struttura a *jet*, con un asse intorno al quale tendono a disporsi tutti i prodotti di decadimento (Fig.4.4 a destra).

La variabile che più di tutte mette in evidenza questo tipo di comportamento è quella che è stata definita $\cos(\Theta_{MAX})$. Essa rappresenta il coseno dell'angolo formato tra la direzione del kaone carico proveniente dal B che decade nello stato finale D^0K e la traccia carica di massima energia che non sia lo stesso mesone B o il mesone K appena citato. Com'è possibile vedere in Fig. 4.5 a), Θ_{MAX} ha distribuzione uniforme per il segnale, indice della sfericità dell'evento, mentre il comportamento *jet-like* del fondo continuo si manifesta nella concentrazione degli eventi ai due estremi della variabile. Per quanto detto in questo paragrafo (Fig. 4.5 b)), la distribuzione di eventi di generico è simile a quella di segnale; quindi Θ_{MAX} non è discriminante tra segnale e generico.



(a)

(b)



(c)

Figura 4.5: Distribuzione della variabile θ_{MAX} a) per segnale (in nero) e fondo continuo (in rosso); b) per segnale (in nero) e fondo generico (in rosso). c) Distribuzione della variabile $|\cos(\Theta_{MAX})|$ per segnale (in nero) e fondo continuo (in rosso).

4.2.2 Coseno dell' angolo di thrust ($|\cos(\Theta_{thrust})|$)

Si definisce asse di *thrust* dell'evento la direzione $\hat{T}$ che massimizza la somma degli impulsi longitudinali $\mathbf{p}_i$ di tutte le particelle prodotte ad eccezione di quelle utilizzate per costruire il candidato B :

$$\sum_i (\hat{J} \cdot \mathbf{p}_i)_{\hat{J}=\hat{T}} = MAX \quad (4.4)$$

L'angolo fra tale asse e l'impulso della B ricostruita viene definito angolo di *thrust* Θ_{thrust} . Il suo coseno viene calcolato attraverso la relazione:

$$|\cos(\Theta_{thrust})| = \frac{|\mathbf{p}_B \cdot \hat{T}|}{|\mathbf{p}_B|} \quad (4.5)$$

Dato che un evento di continuo si sviluppa lungo una direzione privilegiata, la distribuzione del $|\cos(\Theta_{thrust})|$ presenta un picco in corrispondenza del valore 1. Invece, a causa della distribuzione isotropa dei prodotti di decadimento, un evento $B\bar{B}$ ha distribuzione del $|\cos(\Theta_{thrust})|$ uniforme (Fig. 4.6).

Si sceglie di mettere su questa variabile il taglio $|\cos(\Theta_{thrust})| < 0.8$ perchè in corrispondenza di questo taglio si nota che una parte cospicua del fondo di tipo continuo viene ridotta.

4.2.3 Variabile ΔH

Si considerino i due emisferi in cui il piano nel quale avviene l'evento viene diviso dall'asse di *thrust*, e per ognuno di questi si calcoli la somma di tutte le possibili tracce cariche [36]. La variabile ΔH è definita come la differenza tra queste due somme, moltiplicata per la carica del kaone proveniente dal canale $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$. Si tratta, dunque, di una variabile discreta. Ci si aspetta che per eventi di segnale la distribuzione abbia un picco su 0, poichè la somma delle cariche di un emisfero deve risultare mediamente uguale a quella dell'altro emisfero (sfericità dell'evento), mentre per eventi di continuo il picco risulta spostato, in quanto i quark sono emessi in direzione opposta (comportamento *jet-like*).

La distribuzione di questa variabile è riportata in Fig. 4.7.

A questo punto, prima di introdurre le ultime variabili che ci consentono di discriminare tra fondo continuo/generico e segnale, è necessario introdurre alcuni concetti.

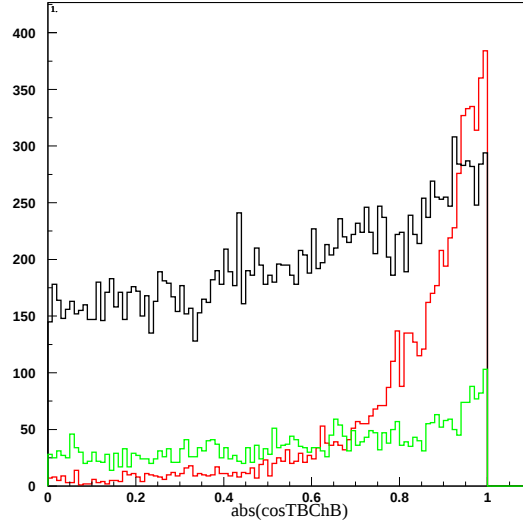


Figura 4.6: Distribuzioni del $|\cos(\Theta_{thrust})|$ per il Monte Carlo di segnale (nero), fondo generico (verde) e fondo continuo (rosso).

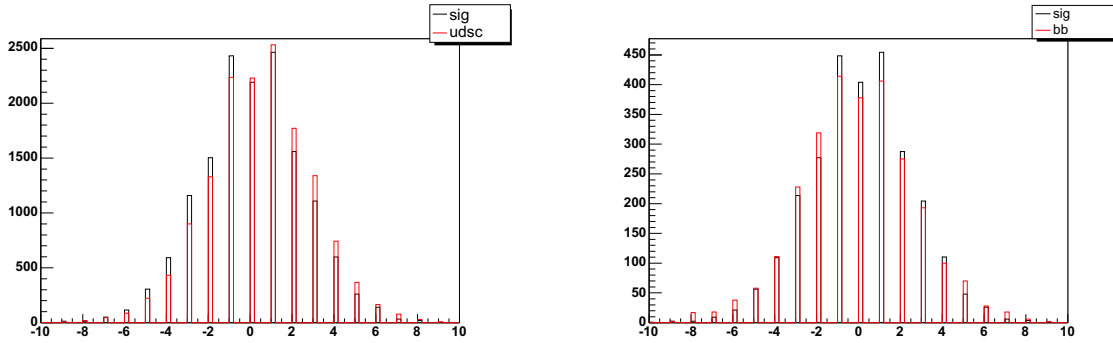


Figura 4.7: Distribuzioni della variabile ΔH per il Monte Carlo di segnale (nero), fondo (in rosso).

4.3 Identificazione del B_{recoil}

Per una più efficace reiezione del fondo è stata attuata la seguente strategia.

La $\Upsilon(4S)$ decade in due mesoni B , per cui una volta ricostruito nel canale di decadimento scelto uno di essi, detto B_{reco} , si cerca nel resto dell'evento una prova della presenza dell'altro mesone, detto B_{recoil} . In questo modo si vogliono eliminare gli eventi di continuo, per i quali è poco probabile che le tracce, oltre a ricostruire un B_{reco} , manifestino anche la presenza di un B_{recoil} nel resto dell'evento. Gli eventi, sulla base delle informazioni sul B_{recoil} , vengono perciò classificati in tre categorie:

- *categoria "leptonica" (LEP)*. Comprende tutti quegli eventi per i quali, nel resto dell'evento, ho almeno un leptone di impulso p_{LEP} che superi il selettore *Tight* e che abbia carica opposta a quella del B_{reco} . Si richiede che nel riferimento del centro di massa del B_{recoil} p_{LEP} sia maggiore di 300 MeV/c per elettroni, e maggiore di 800 MeV/c per muoni.

Il leptone di cui si è parlato ora viene prodotto nel decadimento semileptonico del B_{recoil} , del tipo $B^- \rightarrow D^{(*)0} l^- \nu$. Infatti, come mostrato in Fig. 4.8, lo stesso stato finale del decadimento semileptonico del quark b può essere ottenuto da decadimenti in cascata in cui il quark c ($\bar{c}$) emette un bosone W^+ (W^-), che a sua volta decade in un leptone ed un neutrino. Tuttavia i leptoni che provengono da un decadimento a cascata hanno in genere impulso minore di quelli provenienti dal decadimento primario, come mostrato dallo spettro riportato in Fig. 4.9. Inoltre, il fatto che in ogni evento la $\Upsilon(4S)$ decada in una coppia $B^+ B^-$, porta ad imporre che la carica del leptone sia di segno opposto a quella del B_{reco} .

Le richieste sui leptoni eliminano il fondo dovuto ad eventi $e^+ e^- \rightarrow q \bar{q}$ con $q = u, d, s$, in quanto in questi eventi non si producono leptoni, e viene ridotto il fondo dovuto ad eventi $e^+ e^- \rightarrow c \bar{c}$ per i quali, se un leptone viene prodotto dai decadimenti del mesone D^0 , esso avrà comunque un impulso nel centro di massa minore rispetto a quello di un leptone proveniente direttamente da un mesone B .

- *categoria "kaonica" (KAON)*. Comprende tutti quegli eventi per i quali nel rinculo ho almeno un mesone K carico con carica di segno opposto a quella del B_{reco} .

In questo caso si fa riferimento alla produzione di kaoni da mesoni B , prevalente-

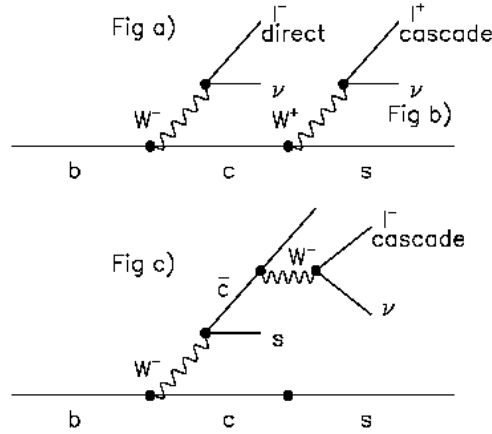


Figura 4.8: a) Produzione diretta di un leptone. b) Produzione a cascata di un leptone di segno opposto a quello del B_{recoil} . c) Produzione a cascata di un leptone dello stesso segno del B_{recoil} .

mente riconducibile alla catena di decadimento $b \rightarrow c \rightarrow s$; essa produce kaoni della stessa carica del B_{recoil} che decade. Ci sono altri processi, come decadimenti di coppie di mesoni con quark c , che producono kaoni di carica opposta. Il numero di kaoni per evento con stessa carica e con carica opposta è rispettivamente $n_{right} = 0.58 \pm 0.01 \pm 0.08$ e $n_{wrong} = 0.13 \pm 0.01 \pm 0.05$ [37]. Dal momento che la maggior parte dei kaoni carichi prodotti nel decadimento del B_{recoil} ha la sua stessa carica, l'individuazione di un kaone della giusta carica fornisce una prova abbastanza attendibile della presenza di un B_{recoil} . I kaoni con carica opposta non possono essere discriminati sulla base dell'impulso perchè il loro spettro è molto simile a quello dei kaoni con stessa carica. Tuttavia è utile richiedere che il kaone superi il selettore *Loose*, e che abbia impulso $p_{KAON} > 300 \text{ MeV}/c$.

La richiesta di un kaone nel resto dell'evento elimina certamente gli eventi di continuo $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ con $q = u, d$, nei quali non si ha produzione di kaoni perchè non c'è il quark *strange*. Però questa categoria si presenta meno pura della categoria leptonica.

- *categoria other (OTHER)*: comprende tutti gli eventi che non appartengono alle due precedenti categorie.

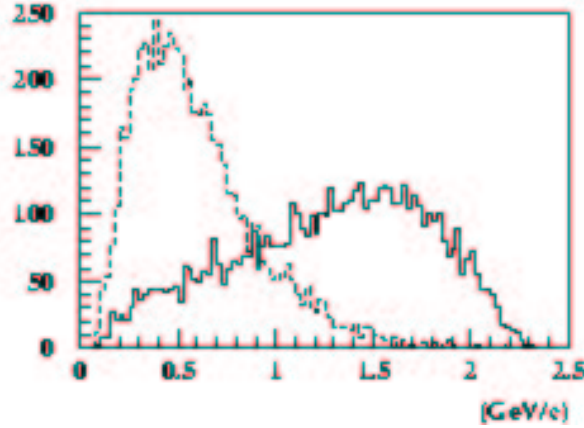


Figura 4.9: Spettro in impulso dei leptoni provenienti da decadimenti primari (linea continua) e dei leptoni provenienti da decadimenti secondari (linea tratteggiata). Come si vede, l'impulso risulta una buona variabile discriminante fra le due categorie di leptoni.

Poichè le tre categorie presentano purezze diverse², per una stessa variabile discriminante verranno applicati tagli differenti a seconda della categoria a cui gli eventi appartengono. In particolare saranno applicati tagli più duri per la categoria *KAON* e per la categoria *OTHER* piuttosto che per quella *LEP*.

4.4 Variabile Δz

È definita come la proiezione sull'asse z della distanza tra i vertici del B_{reco} e del B_{recoil} . Per eventi di segnale ci si aspetta che questa sia un esponenziale decrescente; ma, poichè la risoluzione è non nulla, si vedrà una gaussiana molto larga centrata in 0. Per eventi di continuo, invece, Δz segue una gaussiana molto più stretta di quella di segnale. Si tratta, dunque, di un buon discriminante tra le due categorie di eventi, per aumentare il potere separatore del quale si sceglie di moltiplicarlo per il segno di p_{zB} , cioè per la componente z dell'impulso del mesone B.

È stato scelto di prendere in considerazione il valore assoluto di questa quantità (Fig. 4.11 b)).

²Si definisce purezza il rapporto S/B , ossia numero di eventi di segnale diviso numero di eventi di fondo nella regione di segnale.

4.5 Polinomi di *Legendre*

Le tracce cariche e i neutri vengono divisi in due categorie: quelli provenienti dai decadimenti di un mesone B e quelli che provengono dal resto dell'evento (r.e.). I polinomi di *Legendre* sono definiti a partire da queste categorie come somme scalari degli impulsi pesati con la direzione. Qui viene riportata l'espressione dei polinomi di *Legendre* di ordine 0 e II (vedi Fig. 4.10 a) e b)):

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{i=1}^{r.e.} p_i \quad (4.6)$$

$$\mathcal{L}_2 = \sum_{i=1}^{r.e.} p_i \times \frac{1}{2}(3\cos^2(\theta_i) - 1) \quad (4.7)$$

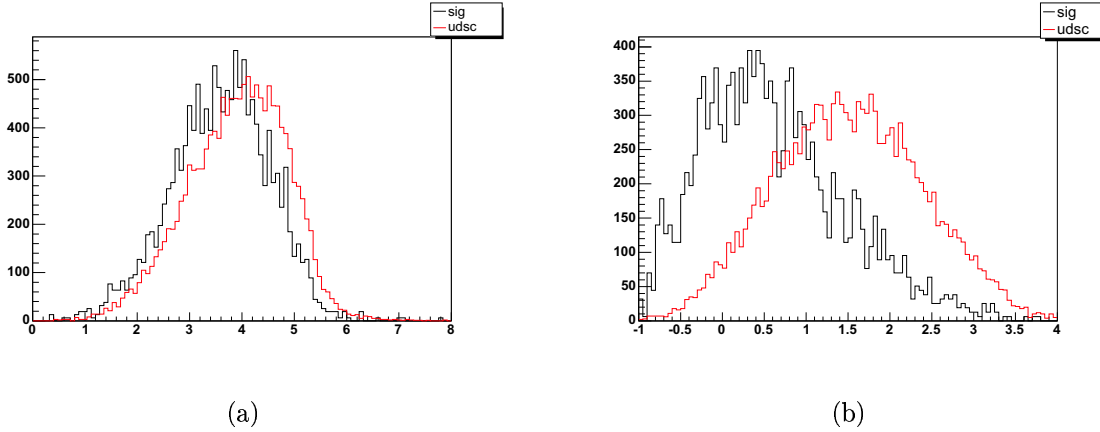


Figura 4.10: Distribuzione della variabile a) $\mathcal{L}_0$ e b) $\mathcal{L}_2$ per il Monte Carlo di segnale (nero) e fondo continuo (rosso).

4.6 Discriminante di Fisher

4.6.1 Definizione del metodo

Il metodo che qui si vuole presentare è un metodo multivariato, che consente di discriminare tra classi differenti di eventi, ognuna delle quali è descritta dallo stesso numero

N di variabili [38]. Supponiamo per il momento che le variabili siano solo due (x_1 e x_2), e che abbiano distribuzione diversa tra due sole classi di eventi (ad esempio, segnale e fondo). Queste ultime sono distribuite in modo differente nello spazio di x_1 e x_2 , così che possiamo considerare il problema in due dimensioni per vedere come la distribuzione di segnale è separata da quella di fondo.

Solitamente si lavora sulle proiezioni delle due variabili, per esempio si possono applicare dei tagli per discriminare fra le due classi; ma questo può non consentire in generale di osservare una buona separazione in quelle proiezioni.

Si può pensare, allora, di ridurre questo problema bidimensionale ad un problema unidimensionale semplicemente ruotando l'asse x_1 in x'_1 e x_2 in x'_2 opportunamente, in modo da lavorare con una sola variabile, che è nota come *Fisher*. Per un generico numero N di variabili il discriminante di *Fisher* è definito come la combinazione lineare:

$$\mathcal{F} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot x_i \quad (4.8)$$

dove α_i rappresentano N coefficienti associati ad ogni variabile x_i , da calcolare in modo da ottimizzare la separazione segnale/fondo.

Il motivo per cui si sceglie di utilizzare il discriminante di *Fisher* è, dunque, quello di lavorare con una sola variabile ($\mathcal{F}$) che tenga opportunamente conto delle correlazioni tra le variabili con cui viene definito, il cui potere discriminante superi quello di ognuna delle singole variabili che lo costituiscono.

Si assume che la separazione tra le due classi di eventi sia buona quando la distanza tra i valori medi del *Fisher* di ogni classe (d) è grande, e allo stesso tempo la dispersione σ_1 per la prima classe e σ_2 per la seconda classe sia piccola, in modo che esista una piccola sovrapposizione tra segnale e fondo. In altre parole, la quantità:

$$D = \frac{d^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (4.9)$$

deve essere grande.

Il massimo di questa quantità viene calcolato facendo la derivata dell'Eq. (4.9) e imponendo l'uguaglianza a 0. Si indichi ora con 1 la classe segnale e con 2 la classe fondo, con variabili x_k and y_k rispettivamente. Per ogni classe:

$$\mathcal{F}(1) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot x_i = \vec{\alpha} \cdot \vec{x} \quad \mathcal{F}(2) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot y_i = \vec{\alpha} \cdot \vec{y} \quad (4.10)$$

Il valor medio delle due quantità è:

$$\bar{\mathcal{F}}(1) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\bar{x}} \quad \bar{\mathcal{F}}(2) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\bar{y}} \quad (4.11)$$

dove $\bar{x}$ e $\bar{y}$ sono i valori medi delle variabili per ognuna delle due classi.

La differenza tra le due medie è:

$$\bar{\mathcal{F}}(1) - \bar{\mathcal{F}}(2) = \vec{\alpha} \cdot (\vec{\bar{x}} - \vec{\bar{y}}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{d} \quad (4.12)$$

La dispersione per ogni classe è:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n_1} \sum_k^{n_1} [\mathcal{F}_k(1) - \bar{\mathcal{F}}(1)]^2 \quad \sigma_2^2 = \frac{1}{n_2} \sum_k^{n_2} [\mathcal{F}_k(2) - \bar{\mathcal{F}}(2)]^2 \quad (4.13)$$

Allora si può scrivere:

$$D = \frac{[\bar{\mathcal{F}}(1) - \bar{\mathcal{F}}(2)]^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (4.14)$$

Massimizziamo questo rapporto:

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha} = 0 \quad (4.15)$$

É ora possibile scrivere la dispersione in modo da evidenziare la dipendenza di α :

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{n_1} \sum_k^{n_1} [\vec{\alpha} \cdot x_k - \vec{\alpha} \cdot \bar{x}]^2 = \frac{1}{n_1} \sum_k^{n_1} \vec{\alpha} (x_k - \bar{x})(x_k - \bar{x})^T \vec{\alpha} = \vec{\alpha} \hat{U}(1) \vec{\alpha} \quad (4.16)$$

La matrice $\hat{U}(1)$ è detta *matrice di dispersione* per la classe 1:

$$\hat{U}(1) = \frac{1}{n_1} \sum_k^{n_1} (x_k - \bar{x})(x_k - \bar{x})^T \quad (4.17)$$

E quindi si ha :

$$D = \frac{\vec{\alpha}^T \vec{d} \vec{d}^T \vec{\alpha}}{\vec{\alpha}(\hat{U}(1) + \hat{U}(2))\vec{\alpha}} = \frac{\vec{\alpha} \hat{B} \vec{\alpha}}{\vec{\alpha} \hat{U} \vec{\alpha}} \quad (4.18)$$

dove la matrice $\hat{B}$ ha la speciale struttura $\hat{B} = \vec{d} \vec{d}^T$.

Imponendo che la derivata sia nulla, si ottiene:

$$(\vec{\alpha} \hat{U} \vec{\alpha}) \hat{B} \vec{\alpha} = (\vec{\alpha} \hat{B} \vec{\alpha}) \hat{U} \vec{\alpha} \quad (4.19)$$

oppure:

$$\hat{B} \vec{\alpha} = \lambda \hat{U} \vec{\alpha} \quad (4.20)$$

con $\lambda = \vec{\alpha} \hat{B} \vec{\alpha} / \vec{\alpha} \hat{U}^{-1} \vec{\alpha}$. Ancora:

$$\hat{U}^{-1} \hat{B} \vec{\alpha} = \lambda \vec{\alpha} \quad (4.21)$$

Si tratta di un'equazione agli autovalori. Si può mostrare che esiste un solo autovalore non nullo, e l'autovettore associato è:

$$\vec{\alpha} = \hat{U}^{-1} \vec{d} = \hat{U}^{-1}(\vec{x} - \vec{y}) \quad (4.22)$$

E questo è il risultato finale.

4.6.2 Scelta delle variabili discriminanti

A questo punto si tratta di scegliere, fra le tante, quali sono le variabili che più sono in grado di discriminare il fondo combinatorio dal segnale, e che verranno di conseguenza utilizzate per definire il discriminante di *Fisher* che sarà utilizzato in questa analisi.

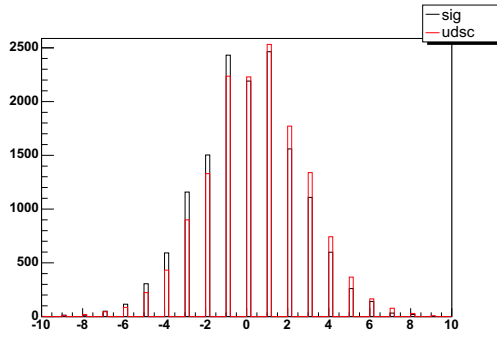
Il campione utilizzato per effettuare i test preliminari è costituito da:

1934 fb^{-1} eventi di segnale

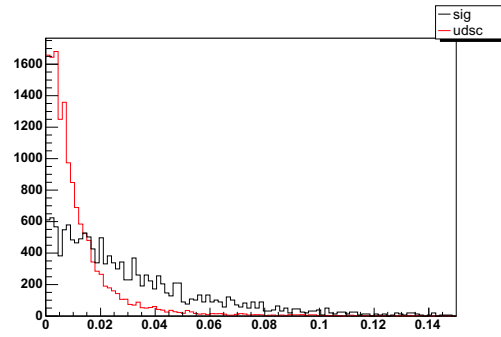
137 fb^{-1} eventi di fondo continuo.

Non viene considerato il generico in quanto nessuna delle variabili menzionate discrimina il segnale da questo tipo di fondo.

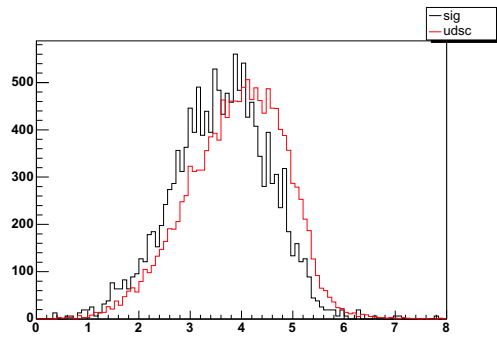
È stato effettuato lo studio di diversi discriminanti, a seconda del numero di variabili utilizzate. Riportiamo in Fig. 4.11 le variabili con le quali si intende fare questo studio.



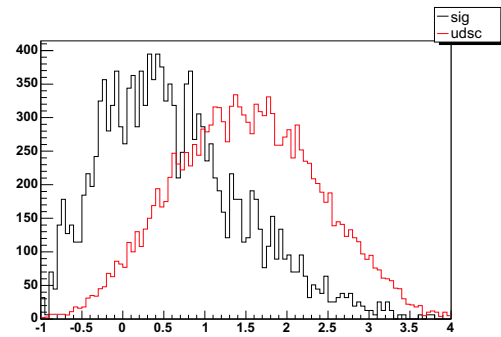
(a)



(b)



(c)



(d)

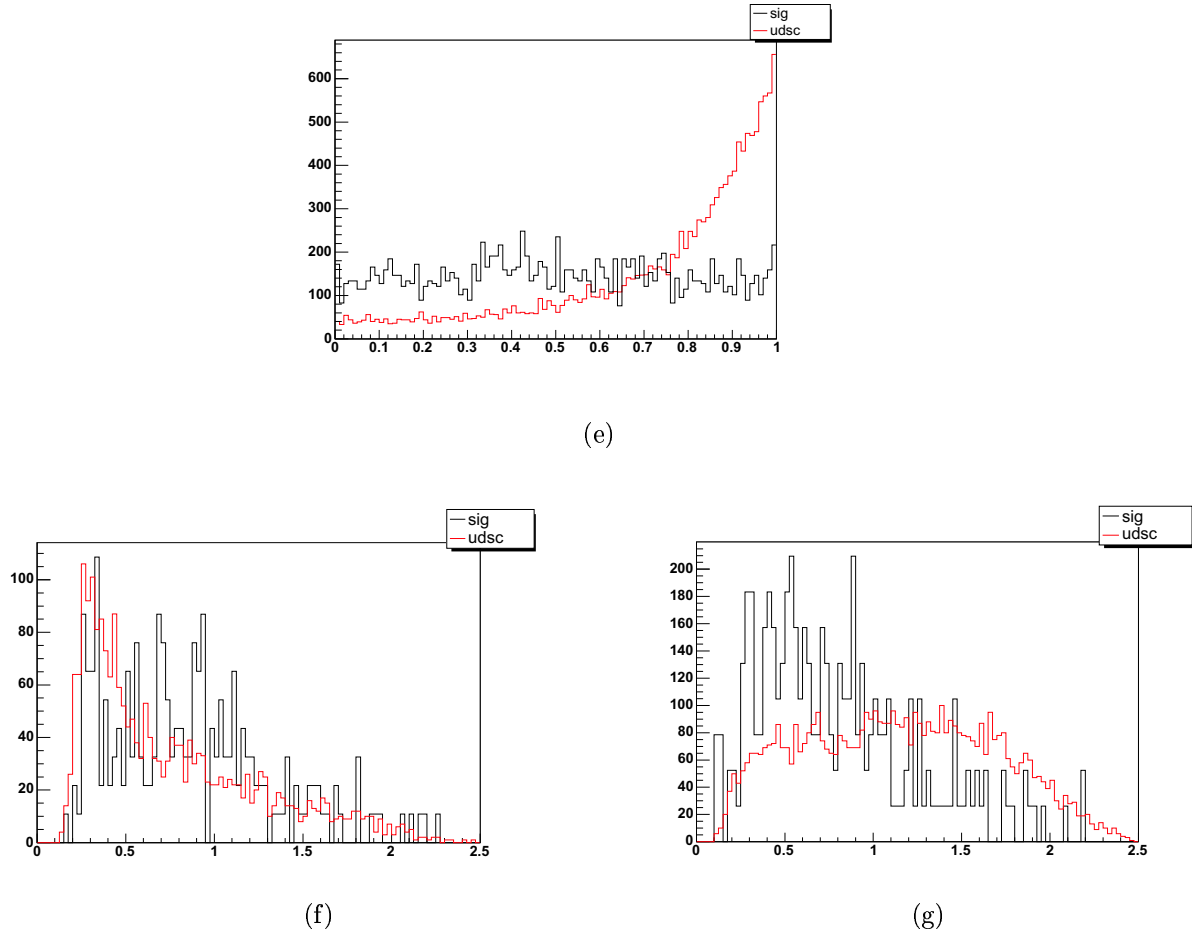


Figura 4.11: Distribuzioni delle variabili del discriminante di Fisher: a) ΔH ; b) $|\Delta z|$; c) $\mathcal{L}_0$; d) $\mathcal{L}_2$; e) $|\cos(\Theta_{Max})|$; f) impulso del leptone usato per l'identificazione del B_{recoil} (P_{LEP}); g) impulso del kaone usato per l'identificazione del B_{recoil} (P_{KAON}). In rosso viene rappresentata la distribuzione di fondo continuo; in nero, quella di segnale.

Su queste variabili vengono applicati i tagli di preselezione:

- $m_{ES} > 5.2 \text{ GeV}/c^2$
- $|\Delta E| < 0.05 \text{ GeV}$
- $-8 < \Delta H < 8$
- $1.0 < \mathcal{L}_0 < 7.0$
- $-1.0 < \mathcal{L}_2 < 4.0$
- $|\Delta z| < 0.15 \text{ cm}$
- $0 < P_{KAON} < 2.5 \text{ GeV}/c$
- $0 < P_{LEP} < 2.5 \text{ GeV}/c$

I discriminanti inizialmente esaminati sono stati definiti con:

- 2 variabili: polinomi di Legendre di ordine 0 e II
- 5 variabili: polinomi di Legendre (0 e II ordine), ΔH , $|\Delta z|$, $|\cos(\Theta_{Max})|$
- 6 variabili: polinomi di Legendre (0 e II ordine), ΔH , $|\Delta z|$, $|\cos(\Theta_{Max})|$, impulso di kaone/leptone utilizzati per l'identificazione del B_{recoil} (p_{rec}).

I discriminanti di *Fisher* sui quali abbiamo infine concentrato l'attenzione sono:

- $\mathcal{F}_L$, definito con due variabili;
- discriminante definito con più di due variabili;
- discriminante di “*recoil*”, in cui figura l'informazione sull'identificazione del B_{recoil} (è definito con quattro variabili).

Discriminante a due variabili

Uno dei possibili discriminanti che possono essere costruiti è quello le cui variabili sono i *polinomi di Legendre* di ordine j (detto *MVA Fisher*, dall'Inglese *MultiVariate Analysis Fisher*). Il discriminante di *Fisher* definito con i polinomi di *Legendre* di grado 0 e II si scrive così:

$$\mathcal{F}_L = c + \sum_{j=1}^2 \alpha_i \cdot \mathcal{L}_j \quad (4.23)$$

dove la costante c è una traslazione convenzionale scelta in modo tale che la distribuzione della variabile *Fisher* sia interamente compresa nell'intervallo $[-3 ; 3]$. In linea di principio è possibile considerare un discriminante di *Fisher* scritto con polinomi di *Legendre* di qualunque ordine, ma si può mostrare (non lo faremo in questo contesto) che ciò non comporta sostanziali miglioramenti³.

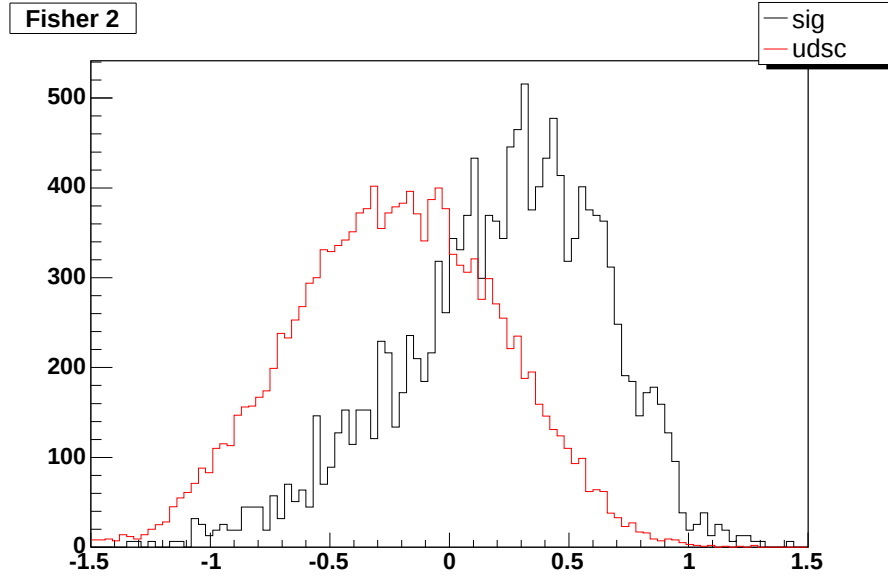


Figura 4.12: Distribuzione della variabile $\mathcal{F}_L$ definita con i polinomi di Legendre $\mathcal{L}_2$ e $\mathcal{L}_0$. In nero viene rappresentata $\mathcal{F}_L$ di segnale, in rosso $\mathcal{F}_L$ per il fondo continuo.

Discriminante a più variabili

Prima di procedere in questo studio, può essere utile chiedersi quali tra le variabili definite gioca un ruolo essenziale nel migliorare l'efficienza di ricostruzione del segnale. Allora vengono effettuate delle prove, e si osserva come varia l'andamento della curva che rappresenta l'efficienza di segnale in funzione della reiezione di fondo. Il risultato è riportato in Fig. 4.13, in cui si può osservare:

³È possibile costruire un asse di sfericità per le particelle figlie del mesone B e uno per il resto dell'evento. L'angolo formato tra queste due direzioni è l'angolo di sfericità Θ_{Sph} . La correlazione tra $\mathcal{F}_L$ e $|\cos(\Theta_{Sph})|$ è tale che un taglio troppo stretto su quest'ultima variabile riduce il potere separatore del discriminante $\mathcal{F}_L$ tra segnale e fondo. In questa analisi si pone $|\cos(\Theta_{Sph})| < 0.7$, poichè il campione di dati sul quale poi si effettuerà l'analisi dopo l'ottimizzazione sul campione Monte Carlo appartiene ad una collezione che presenta intrinsecamente questo taglio.

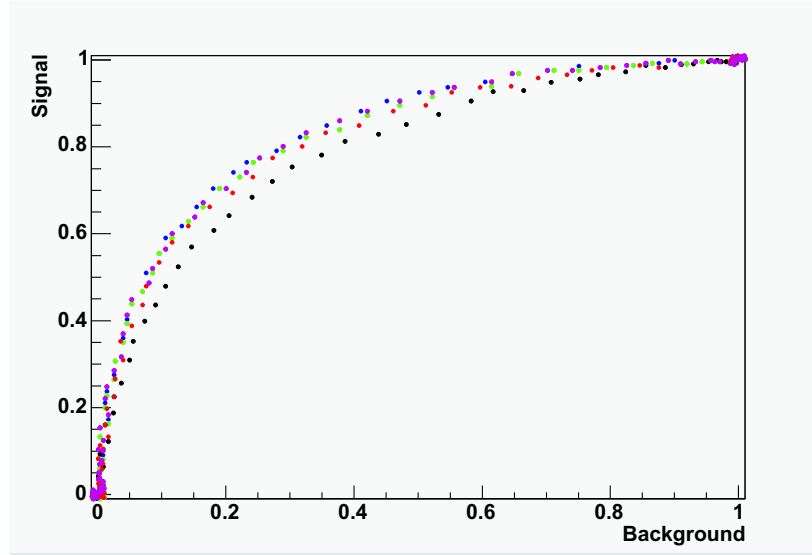


Figura 4.13: Scelta della variabile che ha maggior peso nel calcolo dell'efficienza.

- in azzurro, la curva di efficienza di $\mathcal{F}_5$, cioè quella di un discriminante di *Fisher* definito con le 5 variabili menzionate precedentemente;
- in verde, la curva un discriminante di *Fisher* scritto con 4 variabili: $|\cos(\Theta_{Max})|$, $|\Delta z|$, $\mathcal{L}_0$, $\mathcal{L}_2$
- in nero, la curva di efficienza di un discriminante a 4 variabili, definito con $|\cos(\Theta_{Max})|$, ΔH , $\mathcal{L}_0$, $\mathcal{L}_2$
- in rosso, la curva di efficienza di un discriminante a 4 variabili, definito con ΔH , $|\Delta z|$, $\mathcal{L}_0$, $\mathcal{L}_2$
- in magenta, la curva di efficienza di un discriminante a 4 variabili: ΔH , $|\Delta z|$, $\mathcal{L}_0$, $|\cos(\Theta_{Max})|$

L'idea da cui si parte è quella di definire un discriminante di *Fisher* con molte variabili, ognuna delle quali discrimina tra fondo continuo e segnale. Ci aspettiamo che all'aumentare del numero di variabili la curva di efficienza di segnale in funzione della reiezione di fondo “salga”, cioè che si abbia un guadagno dal punto di vista della misura dell'efficienza. La variabile fondamentale di questo discriminante risulta essere Δz . Infatti la curva nera di Fig. 4.13 è relativa ad un discriminante di *Fisher* che non è stato scritto con questa

variabile, e risulta essere la curva più bassa, ossia quella con una efficienza di ricostruzione di segnale più bassa. Quindi si decide di scrivere il discriminante solo con le variabili che effettivamente hanno peso nel migliorare l'efficienza di ricostruzione del segnale; cioè, si scrive un discriminante con: $\mathcal{L}_0$, $\mathcal{L}_2$, Δz , per poterlo confrontare successivamente con un *Fisher* scritto con quattro variabili: $\mathcal{L}_0$, $\mathcal{L}_2$, Δz , p_{rec} e decidere quale dei due verrà utilizzato nella *likelihood* che sarà definita nel cap. 5.

Si faccia ora un confronto tra $\mathcal{F}_L$ e $\mathcal{F}_3$, cioè con il discriminante scritto con due variabili e poi con quello definito con $\mathcal{L}_0$, $\mathcal{L}_2$, Δz . Guardando la Fig. 4.14 si vede che aver aggiunto

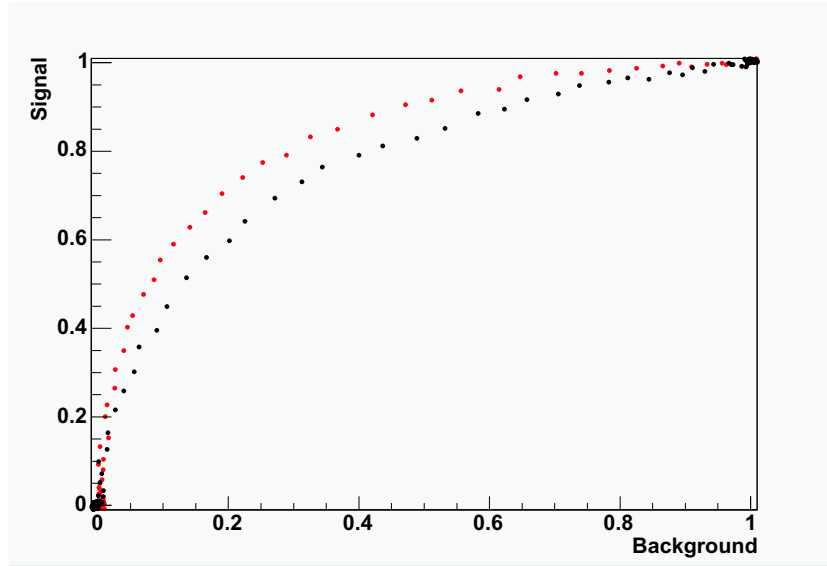


Figura 4.14: Confronto tra le efficienze: a) in rosso, $\mathcal{F}_3$; b) in nero, $\mathcal{F}_L$.

la variabile Δz al discriminante definito con due variabili porta dei miglioramenti: a parità di fondo, infatti, si osserva un guadagno dal punto di vista del numero di eventi di segnale. La distribuzione della variabile $\mathcal{F}_3$ (discriminante di *Fisher* definito con tre variabili) è riportata in Fig. 4.15.

Discriminante di “recoil”

Si è visto nel par. 4.2 che esistono altre variabili, oltre ai polinomi di *Legendre* e a Δz , in grado di discriminare tra fondo continuo e segnale. Per sfruttare l'informazione sull'identificazione del B_{recoil} (par. 4.3), si considerano le categorie: *LEP*, *KAON* e *OTHER*.

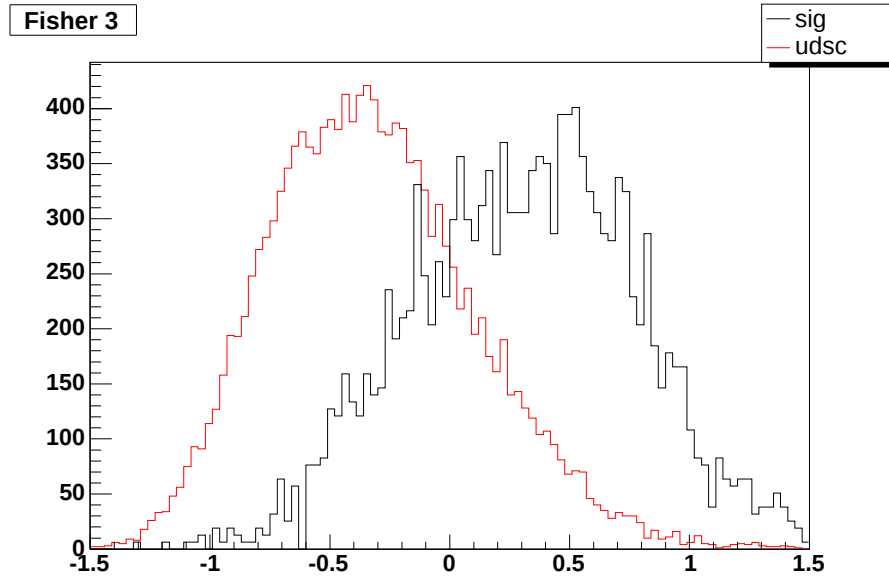


Figura 4.15: Distribuzione della variabile $\mathcal{F}_3$: in nero viene rappresentata $\mathcal{F}_3$ di segnale, in rosso $\mathcal{F}_3$ per il fondo continuo.

L'idea è quella di scrivere un discriminante di *Fisher* che tenga conto di questa informazione, combinando le tre categorie introdotte, e vedere se questo è migliore di un discriminante privo di tale informazione.

Stabilito che un discriminante di *Fisher* a 3 variabili è migliore di quello definito con i soli polinomi di *Legendre*, e quindi che considerare altre variabili oltre a $\mathcal{L}_0$ e $\mathcal{L}_2$ ha migliorato l'efficienza di ricostruzione del segnale, è stata aggiunta un'ulteriore variabile: l'impulso p_{rec} , che corrisponde all'impulso p_{LEP} del leptone utilizzato per l'identificazione del B_{recoil} per la categoria *LEP*, e p_{KAON} del kaone utilizzato per l'identificazione del B_{recoil} per la categoria *KAON*. È stato detto nel par. 4.6 che la variabile $\mathcal{F}$ è la combinazione lineare di opportune variabili con certi coefficienti. A seconda della categoria in cui sono stati divisi gli eventi, si possono avere variabili e coefficienti differenti, che vengono calcolati utilizzando la formula (4.22). Una volta combinate le tre categorie *LEP*, *KAON* e *OTHER* in un'unica categoria (che chiameremo *recoil*), dunque, bisogna scegliere dove fissare i tagli. In particolare, si taglia su $\mathcal{F}_{KAON}$ e si prende tutto quello definito come $\mathcal{F}_{LEP}$, al variare del taglio su $\mathcal{F}_{OTHER}$. Questa scelta è dettata dal fatto che la categoria leptonica ha un livello di purezza superiore a quello delle altre due. La distribuzione di questo discriminante di *Fisher* nelle tre categorie considerate è mostrata in Fig. 4.16.

4.6.3 Ottimizzazione

	2 VAR	3 VAR
sig	2239	2239
uds	12412	12412
cc	2576	2576

	LEP	$KAON$	$OTHER$
sig	210	218	1810
uds	1666	4395	6350
cc	404	1094	1078

Tabella 4.4: Numero di eventi che passa la preselezione.

A questo punto, avendo definito il discriminante di *Fisher* che si intende utilizzare in questa analisi, si ottimizzano i tagli in modo da ridurre la componente di fondo.

Riportiamo in Tab. 4.4 il numero di eventi Monte Carlo che passa la preselezione iniziale. Innanzitutto vengono calcolati i coefficienti per tutte e tre le categorie e nel caso di discriminante di *Fisher* a tre variabili:

Categorie	Variabili	Coefficienti
KAON	Δz	11.60
	L_0	0.17
	L_2	-0.32
	P_{KAON}	-0.33
LEP	Δz	11.70
	L_0	0.34
	L_2	-0.45
	P_{LEP}	0.41
OTHER	Δz	12.33
	L_0	0.056
	L_2	-0.33
3 VARIABILI	Δz	11.51
	L_0	0.16
	L_2	-0.37

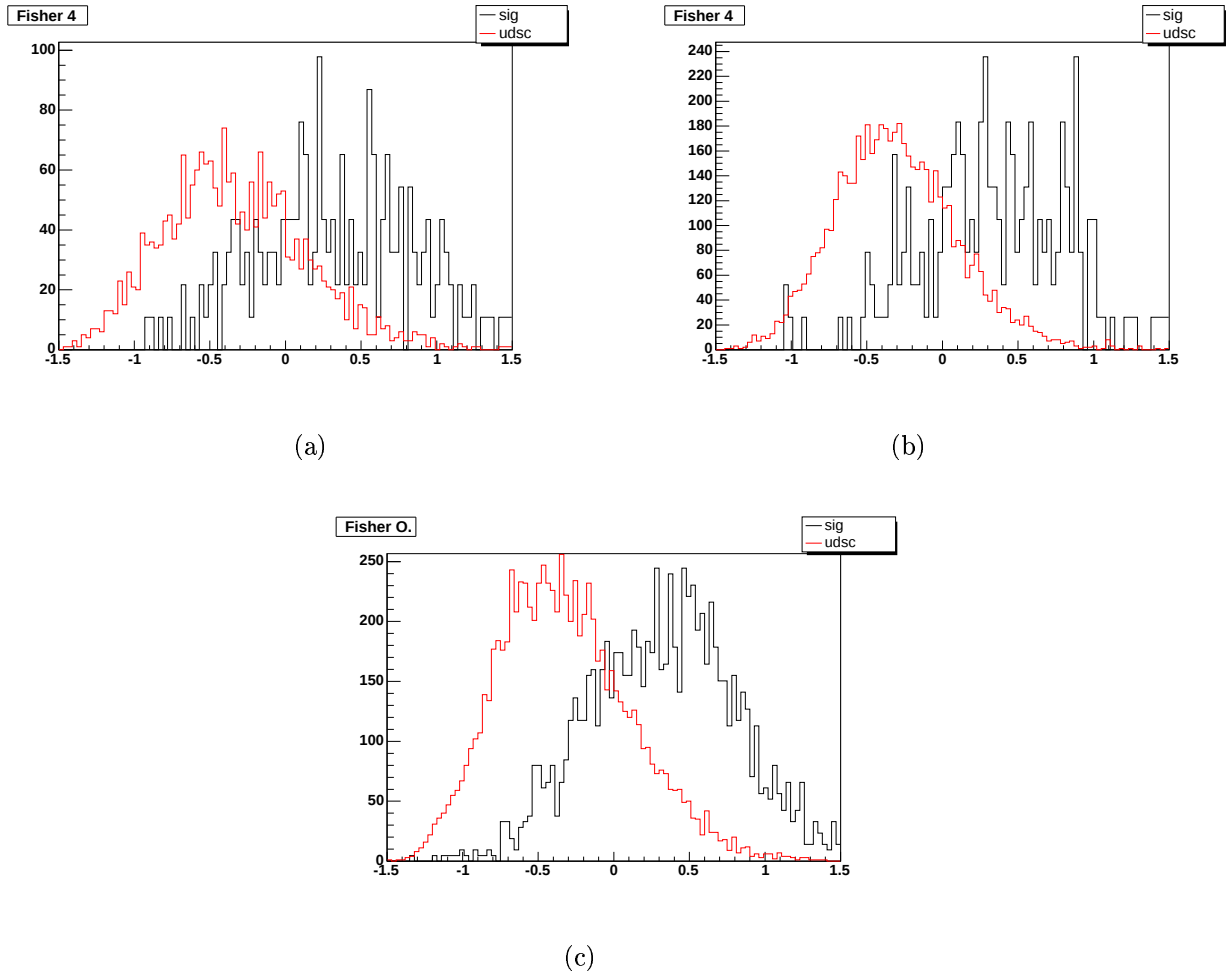


Figura 4.16: Distribuzioni del discriminante di *Fisher* per le categorie a) *LEP* ($\mathcal{F}_{LEP}$), b) *KAON* ($\mathcal{F}_{KAON}$), c) *OTHER* ($\mathcal{F}_{OTHER}$). Questo è il discriminante di *recoil*, definito con quattro variabili, che chiameremo $\mathcal{F}_4$.

È stato detto che viene fissato il taglio sul *Fisher* scritto con p_{KAON} , si prende tutto quello scritto con p_{LEP} , e si fa variare il taglio sul *Fisher* della categoria *OTHER*. La distribuzione che è possibile osservare in Fig. 4.17 rappresenta il numero di eventi di segnale (N_{SIG}) in funzione del numero di eventi di fondo continuo (N_{BKG}).

Qui sono stati sovrapposti i grafici usando colori diversi a seconda del taglio fissato sulla variabile $\mathcal{F}_{KAON}$. N_{LEP} è ovviamente costante (per le posizioni fatte).

Si ha, in definitiva:

$$N_{SIG} = N_{SIG_{LEP}} + N_{SIG_{KAON}}(\text{taglio fissato}) + N_{SIG_{OTHER}}(j) \quad (4.24)$$

$$N_{BKG} = N_{BKG_{LEP}} + N_{BKG_{KAON}}(\text{taglio fissato}) + N_{BKG_{OTHER}}(j) \quad (4.25)$$

Bisogna fare un confronto tra il discriminante a tre variabili $\mathcal{F}_3$ e il nuovo discriminante $\mathcal{F}_4$.

Si osservi la Fig. 4.17: la curva color celeste corrisponde al discriminante $\mathcal{F}_3$. Si intende fare un confronto tra questa e le varie curve che corrispondono a tagli diversi su $\mathcal{F}_{KAON}$ per il discriminante $\mathcal{F}_4$.

La curva migliore per $\mathcal{F}_4$ sembra essere quella di colore blu, che corrisponde al taglio $\mathcal{F}_{KAON} < 1$. Sono state effettuate anche delle prove (che qui però non riporto) in cui si manteneva fissato N_{KAON} e si faceva variare N_{LEP} ; ma i risultati migliori si ottengono nel caso riportato in Fig. 4.17.

Si può pensare di stringere i tagli, per cercare di eliminare più fondo possibile, e guadagnare in numero eventi di segnale.

Dopo una serie di prove, l'*optimum* per il mio discriminante di *Fisher* si raggiunge per i tagli:

- $1.0 < \mathcal{L}_0 < 7.0$
- $-1.0 < \mathcal{L}_2 < 4.0$
- $|\Delta z| < 0.15 \text{ cm}$
- $0 < P_{KAON} < 2.5 \text{ GeV}/c$
- $1 < P_{LEP} < 2.5 \text{ GeV}/c$
- $m_{ES} > 5.27 \text{ GeV}/c^2$

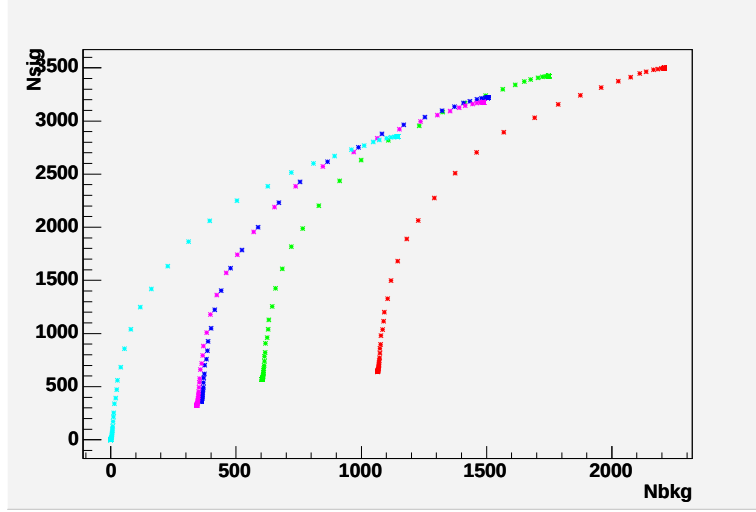


Figura 4.17: Curve di andamento del numero di eventi di segnale in funzione del numero di eventi di fondo. Mettere tagli più stretti sulle variabili con le quali il discriminante è stato definito migliora l'andamento delle curve relative a $\mathcal{F}_4$, al variare del taglio su $\mathcal{F}_{KAON}$. In celeste è rappresentata la curva di confronto, ossia quella relativa a $\mathcal{F}_3$.

- $|\Delta E| < 0.05 \text{ GeV}$
- $\cos\alpha > 0.99$
- $1.8526 < m_{D^0} < 1.8766 \text{ GeV}/c^2$
- $0.48867 < m_{K_S} < 0.50667 \text{ GeV}/c^2$

Si ricorda che la variabile $\cos\alpha$ è definita come il coseno dell'angolo formato tra la direzione dell'impulso del K_S e la direzione della distanza tra i vertici dei mesoni K_S e D^0 . Richiedere questo taglio riduce drasticamente il numero di eventi di fondo continuo (vedi Fig. 5.8). Infatti, confrontando la Tab. 4.5 con la Tab. 4.4, si vede quanto influiscono i nuovi tagli sulla misura del numero degli eventi di fondo e di segnale.

La curva di efficienza:

$$N_{LEP} + N_{KAON}(\text{taglio } a - 0.5) + N_{OTHER}(j) \quad (4.26)$$

appare migliore di quella relativa al discriminante di *Fisher* scritto con tre sole variabili (vedi Fig. 4.18), dopo aver applicato i tagli della nuova selezione. Allora normalizzo a 1 e riporto sul grafico in Fig. 4.19 due sole curve: la (4.26) e la curva relativa al discriminante di *Fisher* $\mathcal{F}_3$.

<i>N. EVENTI</i>	<i>LEPTONI</i>	<i>KAONI</i>	<i>OTHER</i>	<i>3VAR</i>
<i>Sig</i>	88	254	2446	2969
<i>Fondo Continuo</i>	10	144	278	484
<i>Fondo uds</i>	6	78	114	221
<i>Fondo cc</i>	4	66	164	283

Tabella 4.5: Numero di eventi per categoria dopo aver applicato i tagli della nuova selezione. L'ultima colonna sulla destra riporta il numero di eventi che passano la selezione per il discriminante di *Fisher* $\mathcal{F}_3$.

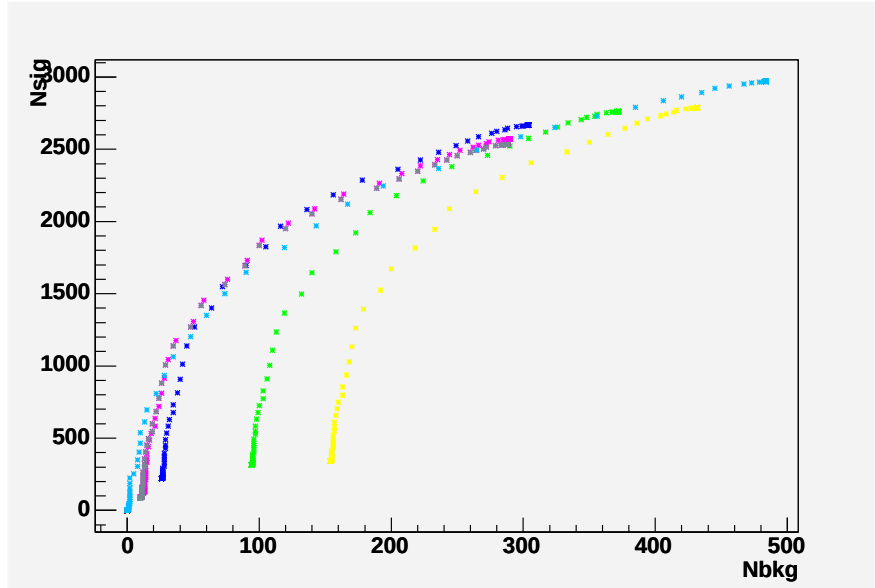


Figura 4.18: Curve di andamento del numero di eventi di segnale in funzione del numero di eventi di fondo nei due casi ($\mathcal{F}_3$ e $\mathcal{F}_4$) dopo aver applicato i tagli di ottimizzazione finale. La curva di colore blu corrisponde al taglio $\mathcal{F}_{KAON} < -0.5$. La curva celeste è quella relativa a $\mathcal{F}_3$.

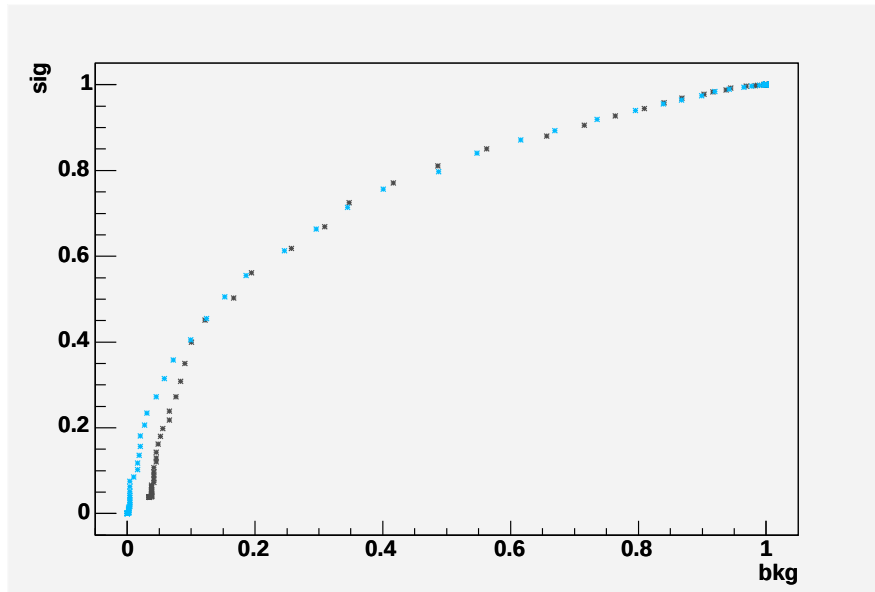
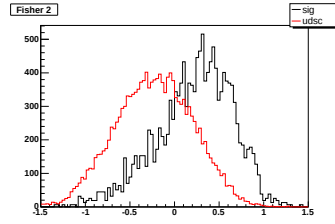


Figura 4.19: Curve di efficienza di segnale in funzione della reiezione di fondo per il discriminante di Fisher $\mathcal{F}_3$ (azzurro) e $\mathcal{F}_4$ (nero), dopo aver selezionato il miglior taglio su $\mathcal{F}_{KAON}$.

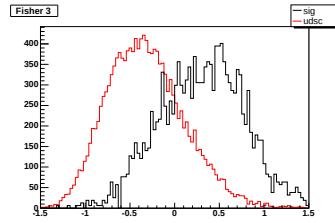
La Fig. 4.19 mostra che il discriminante di *Fisher* con l'informazione sull'identificazione del B_{recoil} , in fondo, non apporta grandi miglioramenti rispetto a quello scritto con tre variabili.

Questo è il motivo per cui nella mia *likelihood* ho deciso di utilizzare $\mathcal{F}_3$.

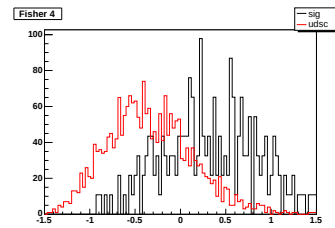
In Fig. 4.20 vengono riportate, a titolo riepilogativo, le distribuzioni dei discriminanti studiati in questo capitolo.



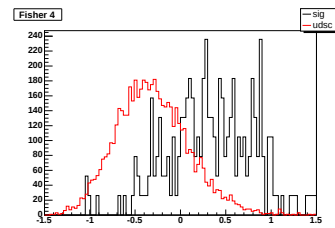
(a)



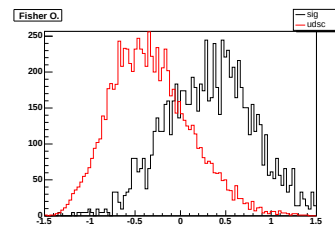
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.20: Distribuzioni dei discriminanti di Fisher: a) $\mathcal{F}_2$; b) $\mathcal{F}_3$; c) $\mathcal{F}_{LEP}$; d) $\mathcal{F}_{KAON}$; e) $\mathcal{F}_{OTHER}$.

Capitolo 5

Strategia di analisi

Nal cap. 4 sono state introdotte le variabili utili per discriminare il fondo dal segnale $B^\pm \rightarrow D^0(K_S\pi^+\pi^-)K^\pm$. In questo capitolo si descrive il *fit* di massima verosimiglianza che si utilizzerà per misurare il numero di eventi di segnale, e la sua validazione sul campione Monte Carlo. Si riportano, inoltre, i risultati dell'ottimizzazione dei tagli applicati nell'analisi.

5.1 Test di verosimiglianza

5.1.1 Definizione

Si definisce verosimiglianza (*likelihood*) di ottenere una misura x , dato un parametro θ , la probabilità di aver misurato x se θ è il valore corretto per quel parametro. La *likelihood* è numericamente equivalente alla *pdf* (*probability density function*), anche se dal punto di vista interpretativo la *pdf* è la distribuzione vera, mentre la *likelihood* è la forma che si ipotizza [45].

Dalla conoscenza della *likelihood* per un campione di eventi è possibile estrarre estimatori per i parametri con i quali si intende eseguire il *fit*.

La *likelihood* di un singolo evento è una funzione a molti parametri ($\vec{\theta}$, alcuni dei quali fissati, altri di cui bisogna trovare gli estimatori) di più variabili ($\vec{x}$), ed è la somma di più contributi determinati in modo indipendente:

$$f(\vec{x}|\vec{\theta}) = \sum_{C=1}^m \xi_C f_C(\vec{x}|\vec{\theta}) \quad (5.1)$$

dove la somma si estende su tutte le categorie di eventi considerate (segnale e varie

tipologie di fondo). Le ξ_C rappresentano le frazioni di eventi che appartengono ad ogni categoria C ($\sum_C \xi_C = 1$), mentre le singole f_C sono scritte come prodotti di *pdf* di singola variabile.

$$f(\vec{x}) = \prod_j f_C^j(x_j) \quad (5.2)$$

dove la produttoria si estende a tutti gli eventi. Affinchè questo sia possibile, occorre che le variabili siano scorrelate e che le singole f_C^i siano appropriatamente normalizzate. È da notare che spesso nei singoli contributi (C) le variabili tra loro scorrelate sono diverse, e ciò può portare spesso ad una scelta diversa dell'insieme di variabili tra i vari contributi.

5.1.2 Studio delle ipotesi per la likelihood

Scopo del *fit* che verrà introdotto in questo paragrafo è quello di misurare il numero di eventi di segnale $B^\pm \rightarrow D^0(K_S\pi^+\pi^-)K^\pm$, che chiameremo N_{D0K} , e il numero di eventi di fondo. Dividerò quest'ultimo in diverse categorie, che verranno classificate a seconda delle diverse parametrizzazioni che caratterizzano ogni tipologia di fondo, ossia:

- $N_{D0\pi}$, per eventi $B^\pm \rightarrow D^0\pi^\pm$

- N_{cont} , per eventi di fondo continuo $e^\pm \rightarrow q\bar{q}$, con $q = u, d, s, c$

- N_{gen} , per eventi di generico $B\bar{B}$

- N_{bkg} , per fondo dovuto ad eventi del tipo $B^\pm \rightarrow D^0(*)\rho^\pm$, $B^\pm \rightarrow D^0(*)a1^\pm$, $B^\pm \rightarrow D^{0*}K^\pm$, $B^\pm \rightarrow D^0K^{*\pm}$, ossia per quei canali che piccano in m_{ES} .

Per quanto riguarda la componente di fondo dovuta al canale $B^\pm \rightarrow D^{*0}\pi^\pm$ ($N_{D^*\pi}$), questa può creare un picco in m_{es} , come i canali sopra menzionati; ma per limitare il fondo *peaking* dovuto a questo decadimento, si sceglie di porre sulla variabile ΔE un taglio a -0.1 GeV. Così non saremo più interessati a questo canale.

Per determinare il numero di eventi di segnale e di fondo, occorre massimizzare la funzione di verosimiglianza $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = \frac{e^{-\sum n_j}}{N!} \cdot (\sum n_j)^N \cdot \prod_{i=1}^N \sum_{C=1}^m \xi_C f_C^i(\vec{x}_i|\vec{\theta}) \quad (5.3)$$

dove N è il numero complessivo di eventi. Notiamo che questa è una funzione di verosimiglianza estesa [46], in quanto contiene il termine di Poisson, che permette di tener conto del fatto che il numero di eventi osservato è a sua volta distribuito in modo poissoniano

attorno al valore centrale $\sum n_j$.

In questa analisi sono state considerate 5 categorie ($m=5$): una per il segnale e quattro per i diversi tipi di fondo, per ognuna delle quali sono state scritte diverse *pdf* a seconda della variabile presa in considerazione, cioè ΔE , m_{ES} e *Fisher* ($\mathcal{F}$).

Parametrizzazione della *pdf* di segnale

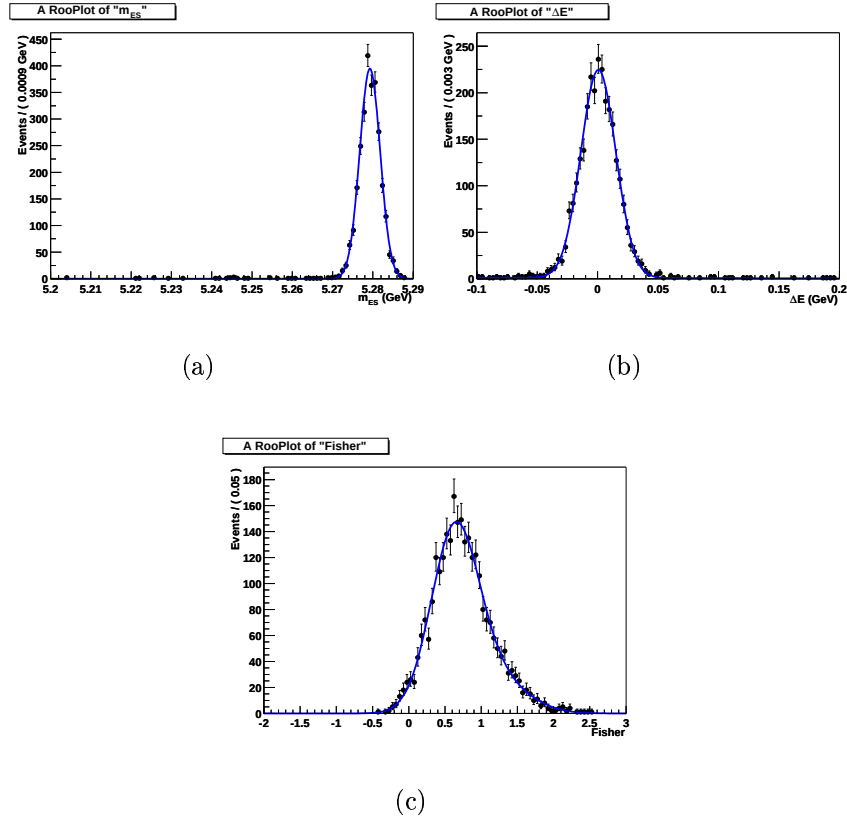


Figura 5.1: Distribuzioni di a) m_{ES} , b) ΔE , c) $\mathcal{F}$ per il campione MC di segnale.

In Fig. 5.1 a) è possibile vedere il *fit* eseguito sulla distribuzione della variabile m_{ES} su eventi MC di segnale con una Gaussiana ¹, di parametri:

$$\begin{aligned}\overline{m_{ES}} &= (5279.26 \pm 0.05) \text{ MeV}/c^2 \\ \sigma_{m_{ES}} &= (2.536 \pm 0.034) \text{ MeV}/c^2\end{aligned}$$

¹La forma analitica delle funzioni con cui sono state parametrizzate le distribuzioni delle variabili per le varie ipotesi fatte per la *likelihood* è riportata in Appendice A.

La Fig. 5.1 b) mostra la distribuzione della variabile ΔE sulla quale è stato eseguito un *fit* con una doppia Gaussiana di parametri:

$$\begin{aligned}\overline{\Delta E_1} &= (0.51 \pm 0.29) \text{ MeV} \\ \sigma_{\Delta E_1} &= (14.67 \pm 0.24) \text{ MeV} \\ \overline{\Delta E_2} &= (-40 \pm 30) \text{ MeV} \\ \sigma_{\Delta E_2} &= (130 \pm 20) \text{ MeV} \\ R_0 &= (96.0 \pm 0.6)\%\end{aligned}$$

La Fig. 5.1 c) mostra la distribuzione della variabile *Fisher* ($\mathcal{F}$), sulla quale è stato eseguito un *fit* con una gaussiana biforcata di parametri:

$$\begin{aligned}\overline{\mathcal{F}} &= (0.583 \pm 0.018) \\ \sigma_{\mathcal{F}_1} &= (0.300 \pm 0.010) \\ \sigma_{\mathcal{F}_2} &= (0.508 \pm 0.012)\end{aligned}$$

È possibile, così, scrivere la *pdf* di segnale nella forma:

$$P_{D^0 K} = G(m_{ES}) \times G_d(\Delta E) \times G_b(\mathcal{F}) \quad (5.4)$$

dove $G(m_{ES})$ è la funzione gaussiana con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile m_{ES} , $G_d(\Delta E)$ è la doppia gaussiana con cui è stata parametrizzata la distribuzione della variabile ΔE e $G_b(\mathcal{F})$ rappresenta la gaussiana biforcata con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile $\mathcal{F}$.

Parametrizzazione della *pdf* per fondo continuo

Il fondo di tipo continuo ($e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $q = u, d, s, c$) è il più semplice da trattare. Guardando la Fig. 5.2 a), m_{ES} è stata parametrizzata con una funzione di Argus di pendenza:

$$\zeta_2 = (-21 \pm 2)$$

La distribuzione della variabile ΔE per questo tipo di fondo è stata parametrizzata con un polinomio di primo grado, di parametro:

$$p_0 = (-1.17 \pm 0.17)$$

mentre la distribuzione della variabile $\mathcal{F}$ è stata parametrizzata con una doppia gaussiana di parametri:

$$\overline{\mathcal{F}}_1 = (0.3587 \pm 0.0065)$$

$$\sigma_{\mathcal{F}1} = (0.2665 \pm 0.0054)$$

$$\overline{\mathcal{F}}_2 = (0.89 \pm 0.13)$$

$$\sigma_{\mathcal{F}2} = (0.470 \pm 0.043)$$

$$R_0 = (91.8 \pm 2.4)\%$$

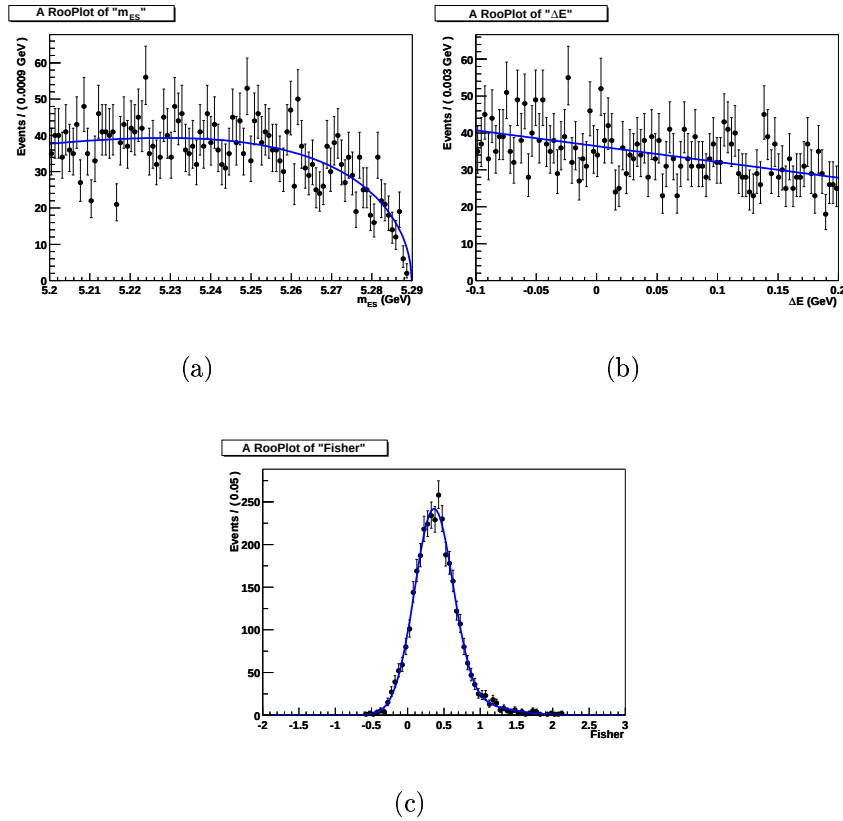


Figura 5.2: Distribuzioni di a) m_{ES} , b) ΔE , c) $\mathcal{F}$ per un campione MC di eventi $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $q = u, d, s, c$.

La *pdf* per l'ipotesi di fondo continuo è, dunque:

$$P_{cont} = A(m_{ES}) \times P_1(\Delta E) \times G_d(\mathcal{F}) \quad (5.5)$$

dove $A(m_{ES})$ è la funzione di Argus con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile m_{ES} , $P_1(\Delta E)$ è il polinomio di primo grado con cui è stata parametrizzata la distribuzione della variabile ΔE e $G_d(\mathcal{F})$ rappresenta la doppia gaussiana con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile $\mathcal{F}$.

Parametrizzazione della *pdf* per il generico $B\bar{B}$

La parametrizzazione della *pdf* di fondo generico richiede qualche accorgimento. Se si guarda alla Fig. 5.3 (in alto) si nota l'esistenza di una consistente componente di fondo *peaking*, dovuta ai canali di decadimento riportati in Tab. 4.3. È necessario trattare separatamente tale componente di fondo per eventi $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$, in quanto risulterebbe difficile da trattare: si avrebbero, altrimenti, correlazioni tra le *pdf*, e non sarebbe possibile scrivere la *likelihood* come prodotto di *pdf* nel *fit* sui dati. Utilizzando un campione di eventi $B\bar{B}$ privo dei modi riportati in Tab. 4.3 e del segnale, si ottiene come risultato il *fit* riportato in Fig. 5.3 (in basso), dove si può osservare la distribuzione di m_{ES} sulla quale è stato eseguito un *fit* con una Gaussiana e una funzione di Argus di parametri:

$$\begin{aligned}\overline{m_{ES}} &= (5279.26 \pm 0.048) \text{ MeV}/c^2 \\ \sigma_{m_{ES}} &= (2.536 \pm 0.034) \text{ MeV}/c^2 \\ \zeta_2 &= (-46 \pm 4)\end{aligned}$$

Poichè la frazione di eventi che cadono nel picco sotto la Gaussiana è circa il 4% di quelli che sono sotto la funzione di Argus, si sceglie di parametrizzare la distribuzione di m_{ES} per questo tipo di fondo solo con una funzione di Argus.

Per quanto riguarda la variabile ΔE , la sua distribuzione è stata parametrizzata con una funzione esponenziale (Fig. 5.4) di parametro:

$$\tau = (-5.27 \pm 0.45) \text{ GeV}$$

mentre per la variabile $\mathcal{F}$ si ha la stessa parametrizzazione definita per il segnale. Allora, la *pdf* di fondo generico viene scritta come:

$$P_{gen} = A(m_{ES}) \times E_0(\Delta E) \times G_b(\mathcal{F}) \quad (5.6)$$

dove $A(m_{ES})$ è la funzione di Argus con cui è stata parametrizzata la distribuzione della variabile m_{ES} , $E_0(\Delta E)$ è la funzione esponenziale con cui è stata parametrizzata la di-

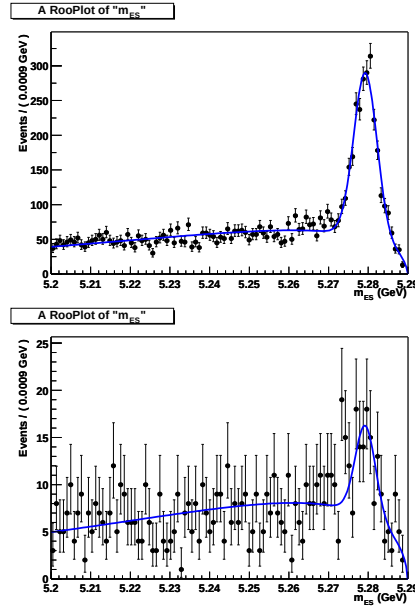


Figura 5.3: Distribuzioni di m_{ES} per un campione MC di eventi $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ prima (in alto) e dopo (in basso) aver tolto i canali di decadimento che producono un picco in m_{ES} .

sistribuzione della variabile ΔE e $G_b(\mathcal{F})$ rappresenta la gaussiana biforcata di segnale, con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile $\mathcal{F}$ per il segnale.

Parametrizzazione della pdf per il fondo $B \rightarrow D^0\pi$

Principale responsabile del fondo *peaking* di questa analisi è il fondo dovuto ad eventi $B^\pm \rightarrow D^0\pi^\pm$. Questi eventi hanno in m_{ES} lo stesso picco che è possibile osservare per eventi di segnale ($B^\pm \rightarrow D^0(K_S\pi^+\pi^-)K^\pm$). Infatti, dato che la variabile m_{ES} non dipende dall'ipotesi sulla traccia carica, la sua pdf può essere parametrizzata nello stesso modo sia nel caso in cui la particella carica sia un K , sia nel caso in cui si ha a che fare con un π . Ma la distribuzione in ΔE è differente nei due casi. Gli eventi che rientrano nella categoria ora in esame, infatti, provengono dal decadimento dei mesoni $B^\pm \rightarrow D^0\pi^\pm$. Considerando che la massa del π è minore di quella del mesone K e ricordando com'è definita la variabile ΔE nel sistema del centro di massa, per eventi di segnale:

$$\Delta E = E_{D^0} + E_K - \frac{\sqrt{s}}{2} = E_{D^0} + \sqrt{p_h^2 + m_K^2} - \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (5.7)$$

dove p_h rappresenta l'impulso dell'adrone (π o K).

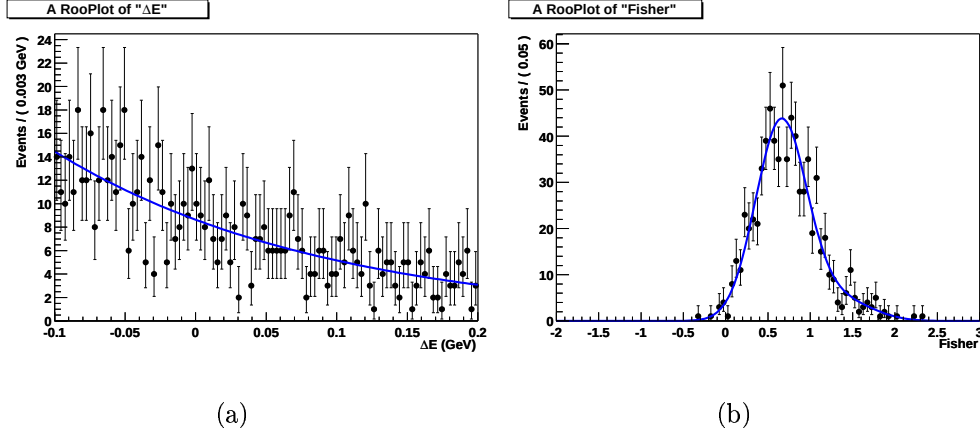


Figura 5.4: Distribuzioni di a) ΔE , b) $\mathcal{F}$ per un campione MC di eventi $B\bar{B}$ dopo aver tolto la componente *peaking*, ossia i canali di decadimento che producono un picco in m_{ES} .

Sviluppando in serie di potenze l'espressione scritta per l'energia del mesone K :

$$\Delta E = E_{D^0} + p_h \left(1 + \frac{1}{2} \frac{m_K^2}{p_h^2}\right) - \frac{\sqrt{s}}{2} + \text{ordini superiori} \quad (5.8)$$

$$\Delta E \cong E_{D^0} + p_h + \frac{1}{2} \frac{m_K^2}{p_h} - \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (5.9)$$

Quindi:

$$\Delta E(K) = E_{D^0} + p_h + \frac{1}{2} \frac{m_K^2}{p_h} - \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (5.10)$$

e con analogo ragionamento:

$$\Delta E(\pi) = E_{D^0} + p_h + \frac{1}{2} \frac{m_\pi^2}{p_h} - \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (5.11)$$

La differenza tra la (5.10) e la (5.11) è data da una quantità misurabile:

$$\Delta E(\pi) - \Delta E(K) = \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi^2 - m_K^2}{p_h} \right) \quad (5.12)$$

da cui:

$$\Delta E(\pi) = \Delta E(K) + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi^2 - m_K^2}{p_h} \right) \quad (5.13)$$

Dopo queste considerazioni, si sceglie di utilizzare lo stesso modello per la *pdf* di segnale e fondo $B \rightarrow D^0 \pi$: stessa parametrizzazione per le distribuzioni delle variabili m_{ES} e $\mathcal{F}$,

ma la distribuzione della variabile ΔE per questo tipo di fondo viene parametrizzata con la funzione:

$$A_0 \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma^2}[\Delta E(K) + (\frac{1}{2} \frac{m_\pi^2 - m_K^2}{p_h}) - \overline{\Delta E}(K)]^2} \quad (5.14)$$

cioè con una funzione gaussiana corretta con il valore di *offset* (5.12); A_0 è ovviamente la costante di normalizzazione e $\overline{\Delta E}(K)$ e σ rappresentano rispettivamente il valor medio della gaussiana e la sua risoluzione².

Per quanto riguarda le variabili m_{ES} e $\mathcal{F}$, si sceglie di parametrizzare queste come è già stato fatto per il segnale: funzione gaussiana per m_{ES} e gaussiana biforcata per la variabile $\mathcal{F}$ (vedi Fig. 5.5).

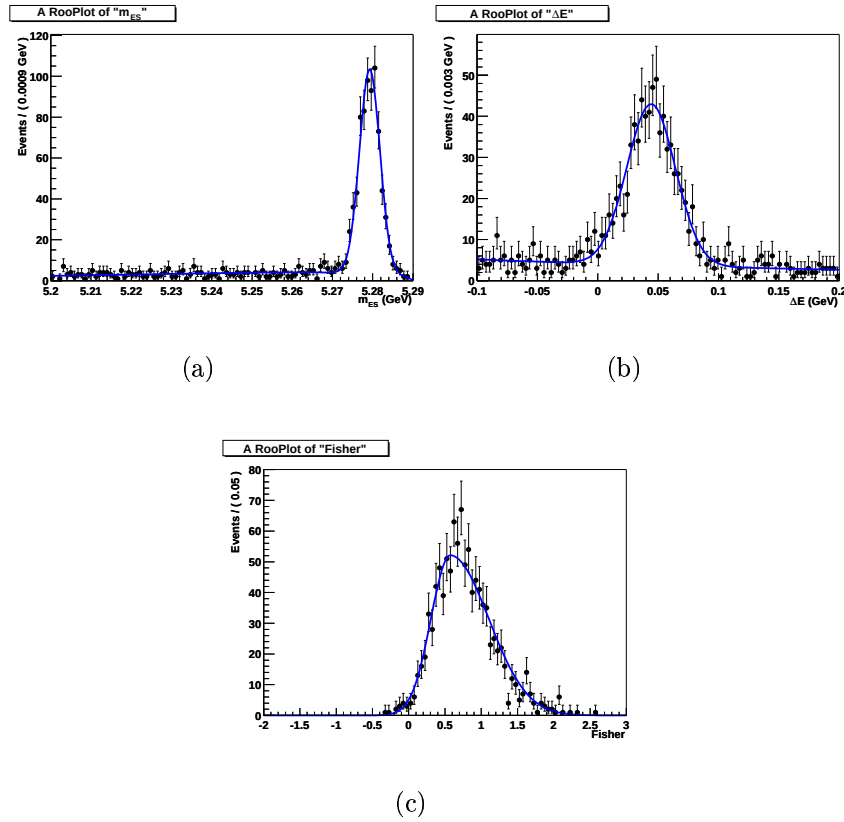


Figura 5.5: Distribuzioni di a) m_{ES} , b) ΔE , c) $\mathcal{F}$ per un campione MC di eventi $B^\pm \rightarrow D^0 \pi^\pm$.

²È stato scelto di inserire la variabile ΔE nella *likelihood*, in quanto rappresenta un buon discriminante tra segnale e fondo $B \rightarrow D^0 \pi$ (si faccia il confronto tra le Fig. 5.5 b) e 5.1 b))

In definitiva, la *pdf* per questo tipo di fondo è data da:

$$P_{D^0\pi} = G(m_{ES}) \times G_c(\Delta E) \times G_b(\mathcal{F}) \quad (5.15)$$

dove $G_c(\Delta E)$ rappresenta la funzione definita nella (5.14) con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile ΔE ; $G_b(\mathcal{F})$ e $G(m_{ES})$ sono le stesse funzioni definite precedentemente nel caso di ipotesi di segnale.

Parametrizzazione della *pdf* per il fondo *peaking*

Il fondo dovuto ad eventi $B \rightarrow D^0(*)K$, $B \rightarrow D^0(*)\pi$, $B \rightarrow D^0(*)\rho$, $B \rightarrow D^0(*)a_1$ ha nella distribuzione della variabile m_{ES} lo stesso picco che si osserva per la distribuzione di segnale, ma distribuzione della variabile ΔE diversa.

Il caso del fondo $B \rightarrow D^0\pi$ è stato trattato separatamente per la peculiarità della sua *pdf* in ΔE , mentre non viene preso in considerazione il caso del fondo $B \rightarrow D^{*0}\pi$, poichè il taglio imposto sulla variabile ΔE riduce drasticamente questo tipo di fondo.

Gli altri canali citati vengono trattati tutti insieme. È opportuno trattare separatamente questo tipo di fondo, per lo stesso motivo per cui occorre separare dal fondo generico tutto ciò che può produrre picco in m_{ES} . L'idea è, infatti, di parametrizzare sia il fondo generico che il fondo continuo con una funzione di Argus, anche se con parametri differenti, altrimenti si avrebbero dei problemi per stimare il numero di eventi di fondo e di segnale quando si passa al *fit* sui dati. Solo così possiamo garantire che le *pdf* siano scorrelate, condizione essenziale per poter scrivere la *likelihood* come prodotto delle singole *pdf*.

La Fig 5.6 mostra le distribuzioni per le tre variabili m_{ES} , ΔE e $\mathcal{F}$ per questo fondo. Qui riportiamo i parametri con cui sono state parametrizzate le *pdf* delle distribuzioni delle tre variabili:

$$\overline{m_{ES}} = (5278.9 \pm 3.1) \text{ MeV}/c^2$$

$$\sigma_{m_{ES}} = (3.98 \pm 0.25) \text{ MeV}/c^2$$

$$\zeta_2 = (-40 \pm 10)$$

$$R_0 = (62 \pm 3)\%$$

$$\overline{\mathcal{F}} = (0.583 \pm 0.018)$$

$$\sigma_{\mathcal{F}1} = (0.300 \pm 0.011)$$

$$\sigma_{\mathcal{F}2} = (0.508 \pm 0.012)$$

$$\overline{\Delta E_1} = (23.8 \pm 0.8)10^{-3} \text{ MeV}$$

$$\sigma_{\Delta E_1} = (23.0 \pm 0.3)10^{-3} \text{ MeV}$$

$$\tau = (-5.5 \pm 0.7) \text{ GeV}$$

$$R_0 = (13.0 \pm 3.0)\%$$

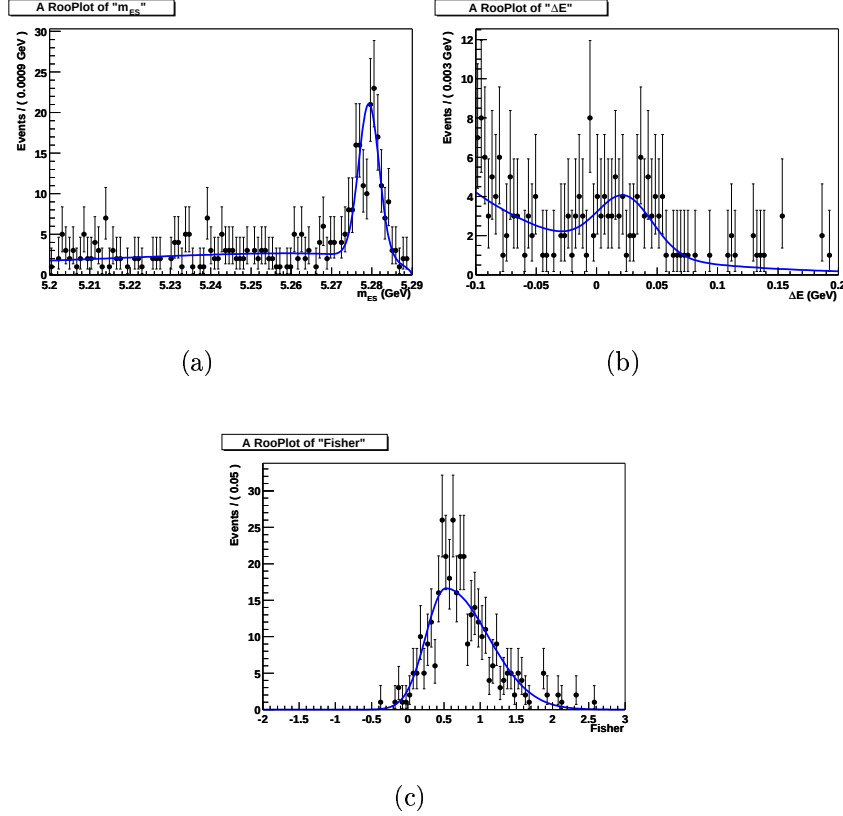


Figura 5.6: Distribuzioni di a) m_{ES} , b) ΔE , c) $\mathcal{F}$ per un campione MC di eventi *peaking*, dove D^0 non decade in $K_S\pi^+\pi^-$.

La *pdf* per questa ipotesi di fondo è:

$$P_{bkg} = G_A(m_{ES}) \times E(\Delta E) \times G_b(\mathcal{F}) \quad (5.16)$$

dove $G_A(m_{ES})$ rappresenta la funzione con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile m_{ES} (gaussiana+Argus), $E(\Delta E)$ è la funzione con cui è stata parametrizzata la distribuzione della variabile ΔE (gaussiana+esponenziale) e $G_b(\mathcal{F})$ rappresenta la gaussiana biforcata con la quale è stata parametrizzata la distribuzione della variabile $\mathcal{F}$,

che è, poi, la stessa di segnale.

Il fatto che la distribuzione della variabile ΔE “si sollevi” a sinistra del valore 0 è dovuto ad un residuo di eventi $B \rightarrow D^{*0}\pi$, che non è stato completamente eliminato con il taglio $\Delta E > -0.1$.

Correlazioni tra le variabili

Utilizzando le parametrizzazioni espresse in questo paragrafo, la funzione di verosimiglianza da massimizzare può essere scritta così:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \mathcal{P}(N) \times \\ \prod_{i=1}^N \{ \xi_{D^0K} P_{D^0K}(m_{ES}^i, \Delta E^i, \mathcal{F}^i) + \xi_{cont} P_{cont}(m_{ES}^i, \Delta E^i, \mathcal{F}^i) + \\ \xi_{gen} P_{gen}(m_{ES}^i, \Delta E^i, \mathcal{F}^i) + \xi_{D^0\pi} P_{D^0\pi}(m_{ES}^i, \Delta E^i, \mathcal{F}^i) + \\ \xi_{bkg} P_{bkg}(m_{ES}^i, \Delta E^i, \mathcal{F}^i) \} \end{aligned} \quad (5.17)$$

dove

$$\mathcal{P}(N) = \frac{e^{-\sum n_j}}{N!} \cdot (\sum n_j)^N$$

rappresenta la probabilità poissoniana di osservare N eventi. Ricordiamo che in questa analisi sono state fatte cinque ipotesi: una di segnale e quattro per le diverse tipologie di fondo.

La *likelihood* definita nell'Eq. (5.17) è valida solo se le variabili discriminanti risultano scorrelate. I coefficienti di correlazione calcolati con il *fit* sul campione Monte Carlo sono riportati in Tab. 5.1, 5.2, 5.3, 5.4. I grafici bidimensionali che mostrano le correlazioni fra le tre variabili con le quali è stata scritta la *likelihood* (solo per il campione di eventi $B\bar{B}$, come esempio) sono mostrati in Fig. 5.7.

	m_{ES}	ΔE	$\mathcal{F}$
m_{ES}	1.000	0.038	0.271
ΔE	0.038	1.000	0.028
$\mathcal{F}$	0.271	0.028	1.000

Tabella 5.1: Coefficienti di correlazione calcolati sul campione di eventi di eventi di segnale.

	m_{ES}	ΔE	$\mathcal{F}$
m_{ES}	1.000	0.178	0.413
ΔE	0.178	1.000	0.058
$\mathcal{F}$	0.413	0.058	1.000

Tabella 5.2: Coefficienti di correlazione calcolati sul campione di eventi $B\bar{B}$.

	m_{ES}	ΔE	$\mathcal{F}$
m_{ES}	1.000	0.369	0.718
ΔE	0.369	1.000	0.273
$\mathcal{F}$	0.718	0.273	1.000

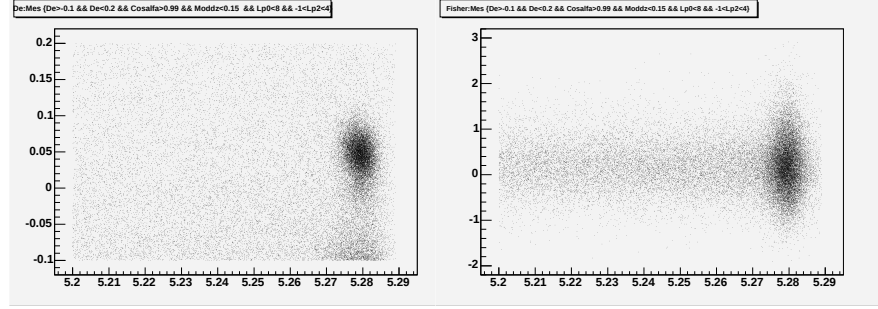
Tabella 5.3: Coefficienti di correlazione calcolati sul campione di eventi di fondo continuo.

	m_{ES}	ΔE	$\mathcal{F}$
m_{ES}	1.000	0.110	-0.729
ΔE	0.110	1.000	0.109
$\mathcal{F}$	-0.729	0.109	1.000

Tabella 5.4: Coefficienti di correlazione calcolati sul campione di eventi $B \rightarrow D^0\pi$.

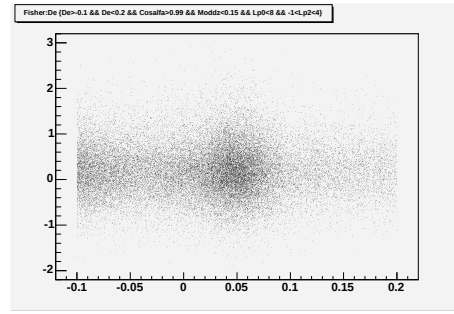
	P_{cont}	P_{bkg}	P_{gen}	$P_{D^0\pi}$	P_{D^0K}
P_{cont}	1.00	0.035	-0.51	-0.040	-0.015
P_{bkg}	0.035	1.00	-0.53	-0.48	-0.28
P_{gen}	-0.51	-0.53	1.00	0.20	0.12
$P_{D^0\pi}$	-0.040	-0.48	0.20	1.00	-0.057
P_{D^0K}	-0.015	-0.28	0.12	-0.057	1.00

Tabella 5.5: Coefficienti di correlazione tra le pdf .



(a) Distribuzione bidimensionale di m_{ES} in funzione di $\mathcal{F}$

(b) Distribuzione bidimensionale di m_{ES} in funzione di ΔE



(c) Distribuzione bidimensionale di ΔE in funzione di $\mathcal{F}$

Figura 5.7: Distribuzioni di correlazione per eventi $B\bar{B}$.

5.2 Ottimizzazione della selezione

Si è scelto inizialmente di lavorare con il selettore *Loose* dei kaoni (par. 3.2.1), in modo da avere alta statistica per la determinazione dei parametri delle *pdf*.

In questo paragrafo si mostra l'ottimizzazione sulle variabili $\cos\alpha$, m_{D^0} , m_{K_S} e sul selettore dei kaoni.

È stato sempre mantenuto il taglio sulla variabile $\cos\alpha$ già anticipato nel cap. 4: $\cos\alpha > 0.99$, mentre viene effettuata una ottimizzazione per decidere quali tagli sulle variabili minimizzano il rapporto $\Delta(B.R.)/B.R.$, e quindi sostanzialmente $\Delta(N_{D^0K})/N_{D^0K}$. Il

campione MC utilizzato per questo studio ha una luminosità equivalente di 1934 fb^{-1} . I risultati dell'ottimizzazione della finestra in massa del mesone D^0 sono riportati in Tab. 5.6.

È possibile vedere che il taglio sulla massa del D^0 che minimizza il rapporto $\Delta(N_{D^0K})/N_{D^0K}$ è quello a 2σ , cioè: $1.8526 < m_{D^0} < 1.8766 \text{ GeV}/c^2$. Con questo taglio, allora, viene fatto lo studio per selezionare la finestra in massa della variabile m_{K_S} , riportata in Tab. 5.7. Qui si vede che il valore minimo per il rapporto $\Delta(N_{D^0K})/N_{D^0K}$ si ha per il taglio più largo. È interessante chiedersi perchè questo succede.

Guardiamo attentamente la Fig. 5.8. Ricordando che la variabile $\cos\alpha$ è definita come il

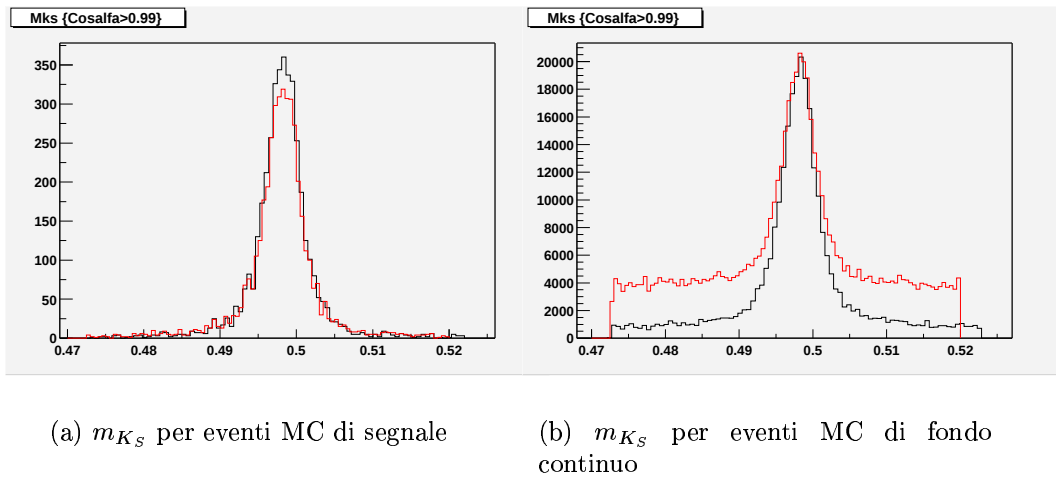


Figura 5.8: Distribuzioni della massa del mesone K_S prima (in rosso) e dopo (in nero) aver applicato il taglio sulla variabile $\cos\alpha$.

coseno dell'angolo formato tra la direzione dell'impulso del K_S e la direzione della distanza tra i vertici dei mesoni K_S e D^0 (cap. 3), si nota che il taglio richiesto sulla variabile $\cos\alpha$ rigetta una consistente componente di fondo, facendo in modo, così, che il taglio sulla massa del mesone K_S risulti ininfluente (vedi pure Fig. 5.9).

I tagli con i quali si sceglie di effettuare la selezione sul selettore dei kaoni sono, quindi:

- $\cos\alpha > 0.99$
- $1.8526 < m_{D^0} < 1.8766 \text{ GeV}/c^2$: taglio a 2σ
- $0.486 < m_{K_S} < 0.510 \text{ GeV}/c^2$: taglio a 4σ

<i>Taglio su m_{D^0} (GeV/c^2)</i>	N_{D^0K}	$N_{D^0\pi}$	N_{gen}	N_{cont}	N_{bkg}	$\frac{\Delta(N_{D^0K})}{N_{D^0K}} (\%)$
$1.834 \div 1.894$	3280 ± 80	3400 ± 100	9960 ± 310	114900 ± 400	2890 ± 240	2.44
$1.839 \div 1.889$	3250 ± 80	3300 ± 100	8970 ± 310	98800 ± 400	1850 ± 240	2.46
$1.844 \div 1.884$	3240 ± 80	3000 ± 100	7850 ± 240	81000 ± 400	1400 ± 210	2.47
$1.849 \div 1.879$	3060 ± 80	2970 ± 90	5560 ± 200	64200 ± 300	1150 ± 200	2.39
$1.8526 \div 1.8766$	2860 ± 70	2900 ± 90	3950 ± 180	53600 ± 300	810 ± 150	2.29

Tabella 5.6: Studio sulla variabile m_{D^0} effettuato su un campione MC di 1934 fb^{-1} di luminosità integrata con il selettore *Loose* dei kaoni. Ogni colonna di questa tabella riporta il numero di eventi misurati per ogni ipotesi fatta. L'ultima colonna riporta il valore calcolato $\frac{\Delta(N_{D^0K})}{N_{D^0K}}$.

$Taglio\ su\ m_{K_S}\ (GeV/c^2)$	N_{D^0K}	$N_{D^0\pi}$	N_{gen}	N_{cont}	N_{bkg}	$\frac{\Delta(N_{D^0K})}{N_{D^0K}}(\%)$
$0.48 \div 0.52$	2910 ± 70	2900 ± 90	4280 ± 250	55700 ± 310	1200 ± 190	2.41
$0.483 \div 0.513$	2900 ± 70	2890 ± 90	3830 ± 240	53700 ± 300	1180 ± 180	2.41
$0.486 \div 0.510$	2880 ± 70	2830 ± 90	3550 ± 240	51470 ± 300	1170 ± 180	2.43
$0.48866 \div 0.5066$	2880 ± 70	2440 ± 90	3380 ± 230	51500 ± 300	1110 ± 180	2.45
$0.49 \div 0.51$	2760 ± 70	2690 ± 80	3330 ± 230	48800 ± 300	1090 ± 180	2.53
$0.495 \div 0.505$	2630 ± 70	2520 ± 80	2760 ± 220	44600 ± 300	1090 ± 170	2.66

Tabella 5.7: Studio sulla variabile m_{K_S} effettuato su un campione MC di $1934\ fb^{-1}$ di luminosità integrata, con il selettore *Loose* dei kaoni e con il taglio $1.8526\ GeV/c^2 < m_{D^0} < 1.8766\ GeV/c^2$. Ogni colonna di questa tabella riporta il numero di eventi misurati per ogni ipotesi fatta. L'ultima colonna riporta il valore calcolato $\frac{\Delta(N_{D^0K})}{N_{D^0K}}$.

Ora, con questi tagli, bisogna scegliere per quale selettore dei kaoni il rapporto $\Delta(N_{D^0K})/N_{D^0K}$ risulta minimo. Guardando alla Tab. 5.8 si vede che il selettore migliore per il calcolo del *B.R.* è il *Very Loose*.

<i>Selettore</i>	$N_{D^0 K}$	<i>attesi</i>	$N_{D^0 \pi}$	<i>attesi</i>	N_{gen}	<i>attesi</i>	N_{cont}	<i>attesi</i>	N_{bkg}	<i>attesi</i>	$\frac{\Delta(N_{D^0 K})}{N_{D^0 K}}(\%)$
<i>Very Loose</i>	2920 ± 75	2904	3000 ± 92	3035	3860 ± 230	3719	52800 ± 300	52553	1430 ± 200	1501	2.36
<i>Loose</i>	2850 ± 70	2880	2830 ± 90	2840	3380 ± 230	3145	51470 ± 280	51183	1110 ± 180	1430	2.43
<i>Tight</i>	2450 ± 65	2467	870 ± 60	1013	2850 ± 230	2623	39650 ± 280	39150	1040 ± 150	970	2.44
<i>Very Tight</i>	2330 ± 60	2239	400 ± 50	545	2450 ± 130	2285	35700 ± 270	35291	520 ± 120	547	2.58

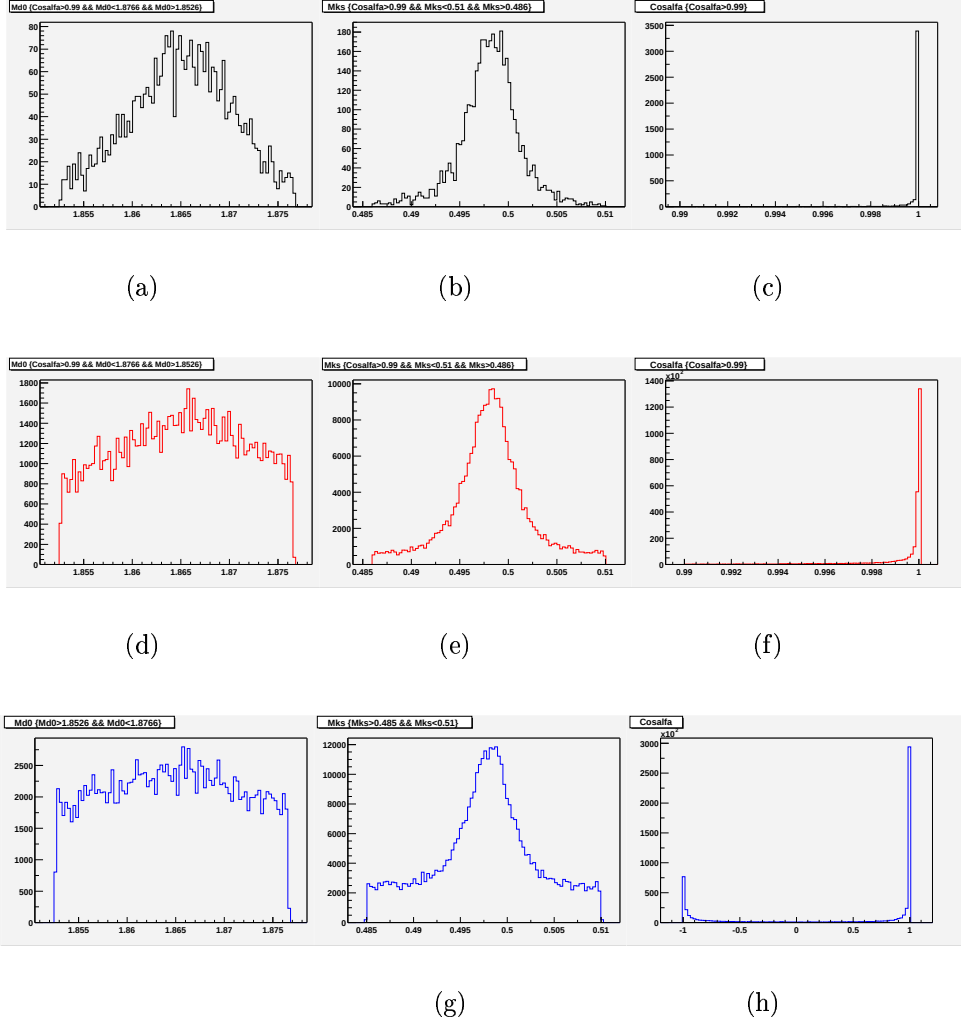


Figura 5.9: Distribuzioni delle masse dei mesoni a) D^0 e b) K_S e della variabile c) $\cos\alpha$ dopo aver applicato i tagli dell'ottimizzazione per eventi MC di segnale; d), e), f) rappresentano le analoghe distribuzioni per eventi MC $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $q = u, d, s, c$ dopo aver applicato i tagli; g), h), i) sono le distribuzioni delle variabili D^0 , K_S , $\cos\alpha$ per fondo continuo, prima dell'applicazione del taglio su $\cos\alpha$.

Il taglio su $\cos\alpha$ è un taglio molto forte, in grado di ridurre drasticamente la componente di fondo.

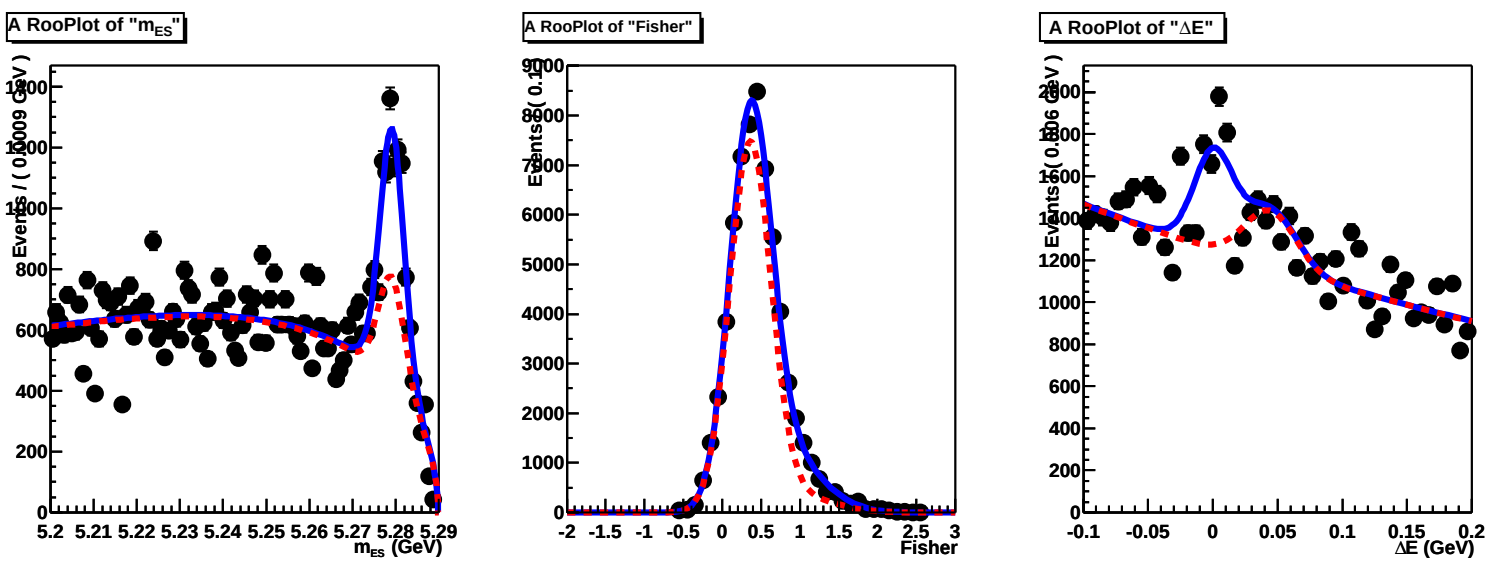


Figura 5.10: Distribuzione delle variabili m_{ES} , ΔE , $Fisher$ per un campione MC di 1934 fb^{-1} di luminosità integrata dopo l'applicazione dei tagli $cosa > 0.99$, $1.8526\text{ GeV}/c^2 < m_{D^0} < 1.8766\text{ GeV}/c^2$, $0.486\text{ GeV}/c^2 < m_{K_S} < 0.510\text{ GeV}/c^2$ per la selezione *Very Loose*. La linea continua è relativa alla distribuzione di segnale, quella tratteggiata si riferisce al fondo.

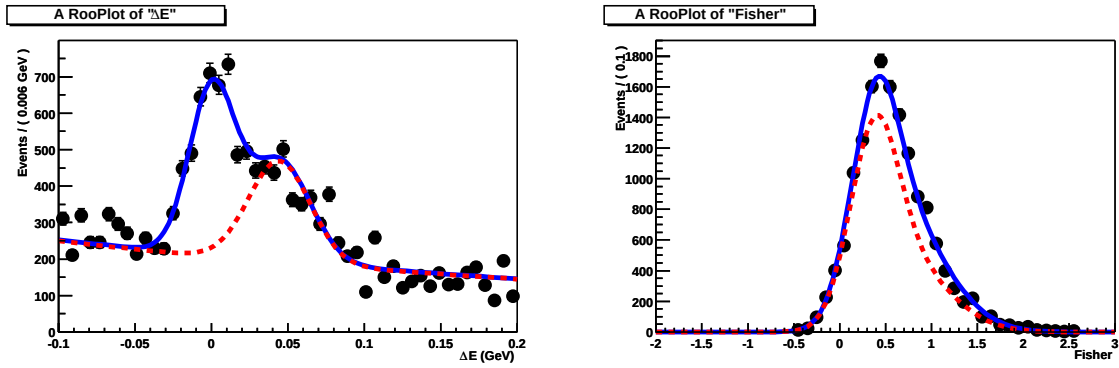


Figura 5.11: Distribuzione delle variabili ΔE e $Fisher$ per un campione MC di 1934 fb^{-1} di luminosità integrata dopo l'applicazione dei tagli $\cos\alpha > 0.99$, $1.8526 \text{ GeV}/c^2 < m_{D^0} < 1.8766 \text{ GeV}/c^2$, $0.486 \text{ GeV}/c^2 < m_{K_S} < 0.510 \text{ GeV}/c^2$ e $m_{ES} > 5.27 \text{ GeV}/c^2$ per la selezione *Very Loose*. La linea continua è relativa alla distribuzione di segnale, quella tratteggiata si riferisce al fondo.

Applicando il taglio $m_{ES} > 5.27 \text{ GeV}/c^2$, il fondo di tipo continuo si riduce drasticamente. Si confrontino le Fig. 5.10 e 5.11.

5.2.1 Risultati sul campione MC

Dalle stime fatte nelle Tab. 5.6, 5.7, 5.8, è possibile calcolare le quantità riportate in Tab. 5.9.

<i>Canale</i>	<i>Efficienza(%)</i>	<i>B.R.(%)</i>
$B^+ \rightarrow \bar{D}^0(K_S\pi^+\pi^-)K^+$	18.77 ± 0.31	0.0377 ± 0.0014
$B^+ \rightarrow \bar{D}^0(K_S\pi^+\pi^-)\pi^+$	1.4581 ± 0.0054	0.492 ± 0.019

Tabella 5.9: Misura del *Branching Ratio* (B.R.) dei decadimenti $B^+ \rightarrow \bar{D}^0(K_S\pi^+\pi^-)K^+$ e $B^+ \rightarrow \bar{D}^0(K_S\pi^+\pi^-)\pi^+$.

La Tab. 5.8 mette a confronto quantità misurate e quantità attese per le varie tipologie di fondo esaminate in questa analisi.

In Tab. 5.10 è riportato, invece, il numero di eventi atteso per tutti i canali di decadimento esaminati.

Infine, calcoliamo il rapporto:

$$R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+)} = \frac{N_{D0K}}{N_{D0\pi}} \cdot \frac{\epsilon_{D0\pi}}{\epsilon_{D0K}} = (7.55 \pm 0.28)\% \quad (5.18)$$

dove $\epsilon_{D0\pi}$ e ϵ_{D0K} rappresentano rispettivamente le efficienze di ricostruzione per eventi $B \rightarrow D^0\pi$ e per eventi di segnale. La (5.18) è da confrontare con il dato atteso:

$$R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+)} = 7.43\% \quad (5.19)$$

<i>Canale</i>	<i>N. Eventi</i>
$B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$	321
$B^\pm \rightarrow D^{*0} K^\pm$	239
$B^\pm \rightarrow D^0 K^{*\pm}$	68
$B^\pm \rightarrow D^{*0} K^{*\pm}$	52
$B^\pm \rightarrow D^0 \pi^\pm$	3035
$B^\pm \rightarrow D^{*0} \pi^\pm$	1244
$B^\pm \rightarrow D^0 \rho^\pm$	877
$B^\pm \rightarrow D^{*0} \rho^\pm$	500
$B^\pm \rightarrow D^0 a_1^\pm$	230
$B^\pm \rightarrow D^0 a_1^\pm$	324
<i>fondo udsc</i>	52553
<i>fondo bb</i>	3719
<i>segnale</i>	2904

Tabella 5.10: Canali di decadimento responsabili del fondo *peaking*, fondo continuo (*udsc*) e generico $B\bar{B}$ privo del segnale e dei fondi *peaking*. Nel fondo $B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm$ vengono considerati tutti i canali di decadimento del mesone D^0 diversi dal segnale $B^\pm \rightarrow D^0(K_S\pi\pi)K^\pm$.

Questa tabella riporta il numero di eventi calcolato sulla selezione *Very Loose*, dopo l'applicazione dei tagli $\cos\alpha > 0.99$, $1.8526 < m_{D^0} < 1.8766 \text{ GeV}/c^2$, $0.486 < m_{K_S} < 0.510 \text{ GeV}/c^2$, su un campione MC di 1939 fb^{-1} di luminosità integrata.

Capitolo 6

I risultati dell'analisi

Il campione sul quale è stata effettuata l'analisi è costituito da 113 fb^{-1} di dati raccolti durante il RUN1+RUN2+RUN3 (cioè nel periodo 1999-2003). Dopo aver ottimizzato i tagli sul campione Monte Carlo con la procedura descritta nel cap. 5, viene estratto con un *fit* il numero di eventi di segnale e di fondo $B \rightarrow D^0 \pi$ e si misura il rapporto R .

In questo capitolo sono esposti i risultati finali di questa analisi e vengono discussi i vari contributi dovuti alle incertezze sistematiche della misura di R .

6.1 Misura di $R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+)}$ sui dati

Con le stime dei parametri delle *pdf* fatte sul campione Monte Carlo, viene effettuato il *fit* di massima verosimiglianza sul campione di dati a disposizione. I risultati sono riassunti in Tab. 6.1.

$N_{D^0 K}$	$N_{D^0 \pi}$	N_{gen}	N_{cont}	N_{bkg}
110 ± 16	101 ± 19	226 ± 60	3900 ± 80	41 ± 38

Tabella 6.1: Fit sui dati

Utilizzando i risultati di Tab. 6.1 è possibile misurare, secondo l'Eq. (5.18):

$$R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+)} = (8.5 \pm 2.0)\% \quad (6.1)$$

La Fig. 6.1 mostra le distribuzioni delle tre variabili con le quali è stata definita la *likelihood*: m_{ES} , ΔE e F . Applicando il taglio $m_{ES} > 5.27 \text{ GeV}/c^2$, il fondo di tipo combinatorio viene ridotto, come si può vedere in Fig. 6.2.

6.2 Incertezze sistematiche

Lo scopo del *fit* che viene eseguito sul campione di dati a disposizione è la determinazione del rapporto:

$$R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+)} = \frac{N_{D0K}}{N_{D0\pi}} \cdot \frac{\epsilon_{D0\pi}}{\epsilon_{D0K}} \quad (6.2)$$

dove si ricorda che N_{D0K} e $N_{D0\pi}$ rappresentano rispettivamente il numero di eventi di segnale e di fondo $B \rightarrow D^0 \pi$, e ϵ_{D0K} e $\epsilon_{D0\pi}$ rappresentano rispettivamente le efficienze di ricostruzione per eventi $B \rightarrow D^0 K$ e $B \rightarrow D^0 \pi$. Per determinare R , quindi, occorre misurare queste quattro quantità, ognuna delle quali è affetta da errore.

È possibile distinguere tre tipologie principali di errori, che vengono classificati come errori sistematici nella determinazione dell'incertezza da attribuire a R :

- L'incertezza sistematica che si commette nella misurazione dell'efficienza di ricostruzione del segnale, dovuta alla limitata statistica del Monte Carlo, viene stimata come:

$$\Delta(\epsilon) = \sqrt{\frac{\epsilon(1 - \epsilon)}{N_{MC}}} \quad (6.3)$$

dove N_{MC} è il numero di eventi generati dal Monte Carlo.

- L'incertezza sul numero di eventi di segnale, la cui stima dipende dalle possibili fluttuazioni del fondo, può essere dovuta al fatto le *pdf* utilizzate non siano corrette. Quest'incertezza viene valutata variando i parametri delle varie *pdf* utilizzate di $\pm 1\sigma$ rispetto al valore applicato; in questo modo vengono stimati gli errori sistematici dovuti alla forma funzionale delle *pdf* per le quali sono stati fissati i parametri.

In Tab. 6.2 è riportata la stima delle incertezze sistematiche dovute alla forma funzionale delle *pdf*. Si fa la somma in quadratura dei vari contributi che è possibile leggere nella colonna ΔR di Tab. 6.2, e si stima l'incertezza sulla misura di R . Tale contributo è stimato:

$$\Delta(pdf) = 0.38\%$$

- L'incertezza dovuta alla cattiva identificazione di pioni con kaoni tramite il selettore dei kaoni, anch'essa valutata su campioni di controllo di kaoni ben ricostruiti [47], viene valutata con la seguente procedura. Si misura il numero di eventi di segnale

e il numero di eventi $B \rightarrow D^0\pi$ richiedendo le selezioni: *Very Loose*, *Loose*, *Tight*, *Very Tight* (vedi par. 3.2.1); si calcolano le efficienze per i quattro casi in questione; si valuta quanto il rapporto R , nel caso in cui si impone una selezione, si discosta dal valore R^{vl} ($\Delta(K)$), cioè dal valore di R misurato con la richiesta di selezione *Very Loose*. Le Tab. 6.2 e 6.3 riassumono gli errori sistematici sulla misura di R .

6.3 Misure finali

La misura finale sui dati è, dunque:

$$R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+)} = (8.5 \pm 2.0 \pm 0.7)\% \quad (6.4)$$

dove il primo errore è l'errore statistico, il secondo è dovuto alle incertezze sistematiche dovute alla forma delle *pdf*, alla cattiva identificazione dei kaoni, alla limitata statistica del Monte Carlo. Si osserva che il più grosso contributo all'errore assunto sulla misura di R è quello statistico. Nell'ambito delle incertezze sistematiche, è la cattiva identificazione dei kaoni che contribuisce notevolmente ad aumentare l'indeterminazione sulla misura. Sottolineo il fatto che in questa analisi per l'identificazione dei kaoni mi sono servita di algoritmi costruiti su opportuni selettori, che sfruttano i criteri di selezione *Very Loose*, *Loose*, *Tight*, *Very Tight* descritti nel cap. 3.

Un'altra misura che è possibile effettuare è la misura di asimmetria:

$$\mathcal{A} = \frac{N_{B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-} - N_{B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+}}{N_{B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-} + N_{B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+}} \quad (6.5)$$

La stima di $\mathcal{A}$ sul campione Monte Carlo (vedi Tab. 6.4) fornisce il valore (0.002 ± 0.028) , da confrontare con il dato atteso $3.25 \cdot 10^{-3}$. Facendo il *fit* sui dati questa misura risulta:

$$\mathcal{A} = (0.02 \pm 0.19) \quad (6.6)$$

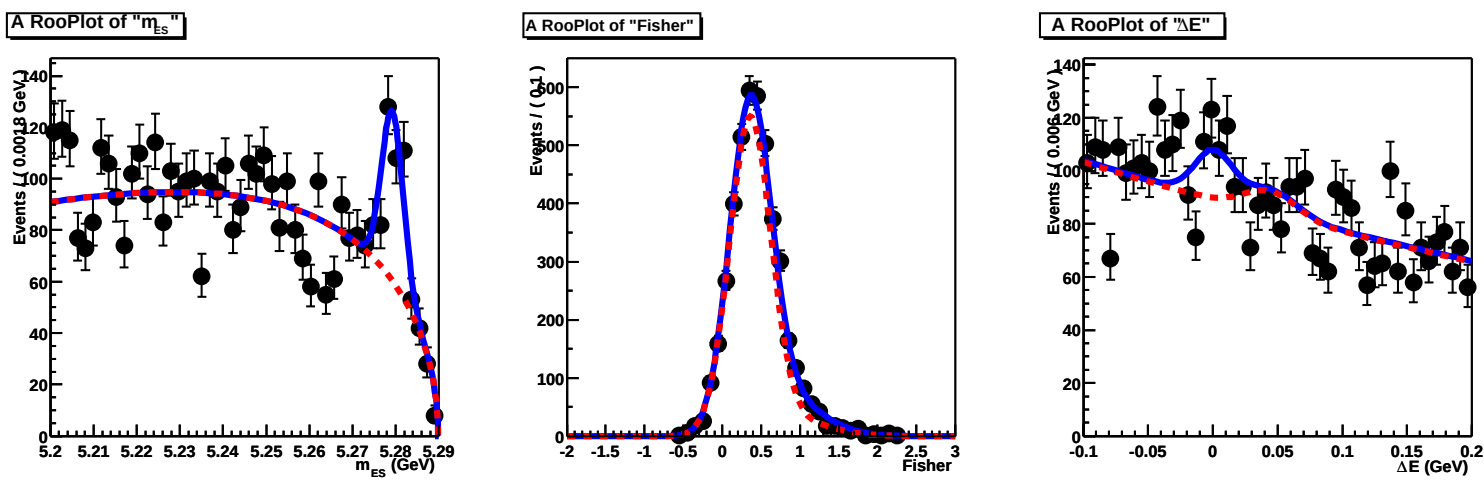


Figura 6.1: Distribuzione delle variabili a) m_{ES} , ΔE e $Fisher$ per il campione di dati di 113 fb^{-1} di luminosità integrata. La linea continua è relativa alla distribuzione di segnale, quella tratteggiata si riferisce al fondo.

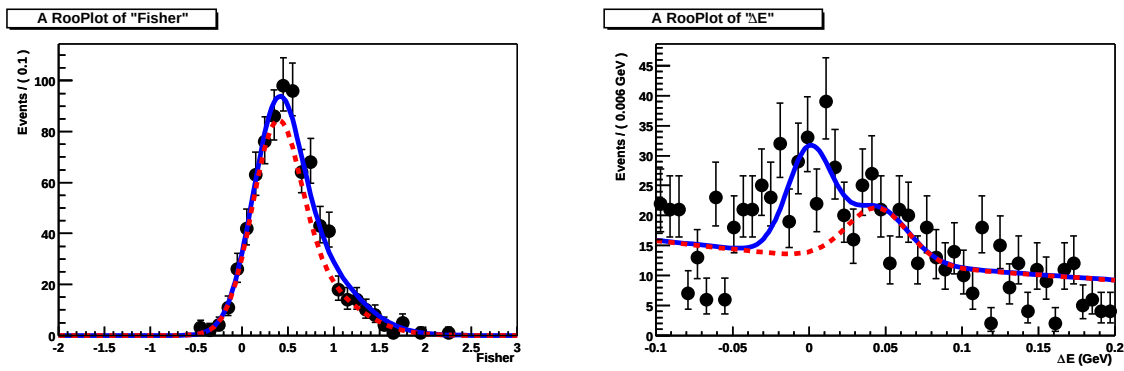


Figura 6.2: Distribuzione delle variabili $Fisher$ e ΔE per il campione di dati di 113 fb^{-1} di luminosità integrata dopo l'applicazione del taglio $m_{ES} > 5.27\text{ GeV}/c^2$. La linea continua è relativa alla distribuzione di segnale, quella tratteggiata si riferisce al fondo.

<i>parametri pdf</i>	$R_+(\%)$	$R_-(\%)$	$\Delta(R)\%$
$\overline{m}_{ES(D^0K)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\sigma_{m_{ES(D^0K)}}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\zeta_{2(gen)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\zeta_{2(cont)}$	8.6 ± 2.0	8.4 ± 1.9	0.05
$\overline{\mathcal{F}}_{(D^0K)}$	8.7 ± 2.0	8.4 ± 2.0	0.05
$\sigma_{\mathcal{F}1(D^0K)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\sigma_{\mathcal{F}2(D^0K)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\mathcal{F}_{1(cont)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\mathcal{F}_{2(cont)}$	8.5 ± 1.7	8.4 ± 2.0	0.1
$\sigma_{\mathcal{F}1(cont)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\sigma_{\mathcal{F}2(cont)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$R_{0(\mathcal{F}2cont)}$	8.3 ± 1.5	8.5 ± 2.0	0.25
$\Delta E_{1(D^0K)}$	8.7 ± 2.0	8.5 ± 1.9	0.05
$\Delta E_{2(D^0K)}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\sigma_{\Delta E_{1(D^0K)}}$	8.7 ± 2.0	8.4 ± 1.9	0.05
$\sigma_{\Delta E_{2(D^0K)}}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$R_{0(\Delta E_{D^0K})}$	8.4 ± 1.9	8.5 ± 2.0	0.05
$\Delta E_{1(D^0\pi)}$	8.8 ± 2.0	8.5 ± 1.9	0.05
$\sigma_{\Delta E_{(D^0\pi)}}$	8.8 ± 2.0	8.4 ± 1.6	0.2
$\tau_{\Delta E_{(D^0\pi)}}$	8.8 ± 2.0	8.5 ± 1.8	0.1
$\tau_{\Delta E_{(gen)}}$	8.5 ± 2.0	8.5 ± 2.0	—
$\tau_{\Delta E_{(bkg)}}$	8.5 ± 1.8	8.9 ± 2.0	0.1
$p_{0\Delta E_{(cont)}}$	8.4 ± 1.9	8.5 ± 2.0	0.01

Tabella 6.2: Stima degli errori sistematici dovuti alla forma funzionale delle *pdf*. Con R_+ si intende la stima del valore di R fatta sommando al parametro della *pdf* 1σ rispetto al valore ottenuto con il *fit* descritto nel cap. 5; con R_- si intende la stima del valore di R fatta sottraendo al parametro della *pdf* 1σ . ΔR rappresenta la misura $\frac{\Delta(R_+) - \Delta(R_-)}{2}$.

<i>Selezioni</i>	N_{D^0K}	$N_{D^0\pi}$	$\epsilon_{D^0K}(\%)$	$\epsilon_{D^0\pi}(\%)$	$R(\%)$	$\Delta(K)\%$
<i>Very Loose</i>	110 ± 16	101 ± 19	18.77 ± 0.31	1.4581 ± 0.0054	8.5 ± 2.0	—
<i>Loose</i>	108 ± 16	89 ± 19	18.30 ± 0.30	1.3644 ± 0.0026	9.0 ± 2.3	0.5 ± 0.3
<i>Tight</i>	99 ± 14	53 ± 15	15.95 ± 0.29	0.6820 ± 0.0022	8.0 ± 2.5	0.5 ± 0.5
<i>Very Tight</i>	102 ± 14	27 ± 12	14.48 ± 0.28	0.3472 ± 0.0011	9.0 ± 4.1	0.5 ± 2.1

Tabella 6.3: Stima fatta sul campione di dati di luminosità integrata pari a 113 fb^{-1} . La misura di efficienza è stata fatta in base al numero di eventi attesi per il campione MC. Si è posto $\Delta(K) = R^{vl} - R$.

<i>Canale</i>	<i>N. Eventi</i>	<i>N. Eventi Atteso</i>
$B^- \rightarrow D^0 K^-$	1383 ± 59	1380
$B^+ \rightarrow D^0 K^+$	1390 ± 60	1389

Tabella 6.4: Stima fatta sul campione MC di eventi di segnale.

Conclusioni

In questa tesi si è effettuata una misura del rapporto $R = \frac{Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)}{Br(B^+ \rightarrow D^0 \pi^+)}$ utilizzando i dati raccolti dall'esperimento *BaBar* nel periodo compreso tra ottobre 1999 e ottobre 2003, pari ad una luminosità integrata di 113 fb^{-1} .

La misura è stata validata prima sul campione Monte Carlo (par. 5.2.1), e poi sui dati (par. 6.3). Risulta:

$$R = (8.5 \pm 2.0 \pm 0.7)\%$$

Si è sviluppata una tecnica di massima verosimiglianza nella quale è stato necessario individuare variabili discriminanti scorrelate e la parametrizzazione ottimale delle funzioni di distribuzione di probabilità. In questo studio è stato costruito, inoltre, un discriminante di *Fisher* “*ad hoc*” per questa analisi.

È stata anche realizzata una misura di asimmetria (par. 6.3), a prescindere dallo studio dei *Dalitz plot*, e si è trovato il valore:

$$\mathcal{A} = (0.02 \pm 0.19)$$

La misura di R rappresenta solo il primo passo per estrarre il valore dell'angolo γ del Triangolo Unitario. Quando si avrà a disposizione una statistica più alta sarà possibile effettuare misure di maggior precisione, sfruttando la struttura *Dalitz*. Un lavoro della collaborazione BABAR [50] in parallelo con questa analisi ha misurato γ , sullo stesso campione, e ha trovato: $\gamma = (88 \pm 41 \pm 19 \pm 10)^\circ$, dove il primo errore è statistico, il secondo è dovuto alle incertezze sperimentali, il terzo riflette l'incertezza assunta sul modello del *Dalitz plot*.

Le stime fatte finora, comunque, confermano il Modello Standard.

Bibliografia

- [1] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 351; M. Kobayashi, K. Maskawa, *Prog. Theory*,
Phys. Rev. Lett. **49** (1972) 282.
- [2] B. Povh, K. Ritz, C. Scholz, F. Zetsche, “ *Particelle e Nuclei*,”
- [3] R.N. Chan, G. Goldhaber “ *The experimental fundation of particle physics*,”
- [4] F. Halzen, A.D. Martin, “ *Quark and Leptons: an introductory course in modern particle physics*,”
- [5] C. S. Wu *et. al.*, *Phys.Rev.Lett.* **105**, 1413 (1957).
- [6] C.Giunti, *Lezioni di fisica teorica*.
- [7] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, R. Turlay, *Phis.Rev.Lett* **13**, 138 (1964).
- [8] N.Cabibbo, O.Benhar, *Appunti del corso di fisica teorica III*.
- [9] F. Mandl, G. Shaw, “ *Quantum Field Theory*,”
- [10] D. E. Groom *et al.* [Particle Data Group Coll.], “ *Review of particle physics*,” Eur.
Phys. J. C **15** (2000) 1.
- [11] L. Wolfenstein, “ *Parametrization Of The Kobayashi-Maskawa Matrix*,” Phys. Rev.
Lett. **51** (1983) 1945.
- [12] G. Buchalla, A. J. Buras e M. E. Lautenbacher, “ *Weak Decays Beyond Leading Logarithms*,” Rev. Mod. Phys. **68** (1996) 1125 hep-ph/9512380.

- [13] M. Ciuchini *et al.*, “ *2000 CKM-triangle analysis: A critical review with updated experimental inputs e theoretical parameters,*” **hep-ph/0012308**.
- [14] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “ *Measurement of CP violating asymmetries in B0 decays to CP eigenstates,*” Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2515
- [15] A. Abashian *et al.* [BELLE Collaboration], “ *Measurement of the CP violation parameter $\sin 2\phi(1)$ in B_d^0 meson decays,*” Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 2509
- [16] P. Harrison and H.R. Quinn, *The BaBar Physics Book*, SLAC-R-504 (1998).
- [17] M. Gronau, D. Wyler, Phys. Rev. Lett. **B253** (1991) 483.
- [18] M. Gronau, D. London, Phys. Rev. Lett. **B265** (1991) 172.
- [19] I. Dunietz, Phys. Rev. Lett. **B270** (1991) 75; Phys. Rev. Lett. **D52** (1995) 3048.
- [20] D. Atwood, I. Duniez, A. Soni, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 3257.
- [21] A. Ghiri, Y. Grossman, A. Soffer, J. Zupan, **hep-ex/0303187**.
- [22] Belle Collaboration, **hep-ex/0308043**.
- [23] A. Soffer, *IMPROVING MEASUREMENTS OF THE CKM PHASE GAMMA USING CHARM FACTORY RESULTS*. **hep-ex/9801018**.
- [24] P.L. Frabetti *et al.*, Phys. Rev. Lett. **B331** (1994) 217..
- [25] E.M. Aitala *et al.*[E791 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 32..
- [26] B. Aubert *et al.*, “ *Dalitz Plot Analysis of $D^0 \rightarrow K_0 K^- \pi^+$, $\bar{K}_0 K^+ \pi^-$, $\bar{K}_0 K^+ K^-$ ”*. **hep-ex/0207089**(2002)
- [27] B. Aubert *et al.* (BaBar Collaboration), *The First Year of the BaBar experiment at PEP-II*, BABAR-CONF-00/17, presentato alla International Conference on High Energy Physics, Osaka (Japan) (2000).
- [28] R.Santonico, R.Cardarelli *Nucl. Instr. and Meth.* **A409**, 377 (1981).
- [29] G. C. Fox and S. Wolfram, *149* (1979) 413.

- [30] R. Sinkus and T. Voss, "Particle identification with neural networks using a rotational invariant moment representation," *Nucl. Instrum. Meth. A* **391** (1997) 360.
- [31] W.T.Ford, *Choice of Kinematic Variables in B Meson Reconstruction*. BaBar Analysis Document #53 (2000).
- [32] F.Fabozzi, L.Lista, *Measurement of the branching fraction; analysis n.1 does not use the K/Pi PID information in the fit, while analysis n.2 does*. BaBar Analysis Document #93 (2001).
- [33] B.Brau *et al.*, *Exclusive Reconstruction of Hadronic B Decays to Open Charm*. BaBar Analysis Document #150 (2001).
- [34] A.Hoker, *A Maximum Likelihood Method for DIRC Particle Identification*. BaBar Analysis Document #23 (2000).
- [35] S.M.Spanier, *Kaon Selection at BaBar*. BaBar Analysis Document #116 (2001).
- [36] L.Owen, *Study of the decay $B^- \rightarrow [K^+ \pi^-]_D K^-$* . *BaBar Analysis Document #728* (2004).
- [37] ARGUS Collaboration, H. Albrecht *et al.*, **B241** (1990) 278.
- [38] D.S.Best, *The Fisher Discriminant Method*. BaBar Analysis Document #793 (2003).
R.A.Fisher, *The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems, Annals of Eugenics, 1936*.
- [39] D.Atwood *et al.* hep-ph/0102030.
- [40] M.Gronau, D.Wyler, Phys. Lett. **B265**, 172 (1991)
- [41] M. Athanas *et al.* Phys. Rev. Lett. **80**, 5493 (1998)
- [42] K. Abe, *et al.* (BELLE Collaboration) *OBSERVATION OF CABIBBO SUPPRESSED $B \rightarrow D(^*)K$ DECAYS AT BELLE*. Published in Phys.Rev.Lett.87:111801,2001
- [43] J.H.Christenson, J.W.Cronin, V.L.Fitch, R.Turley, Phys. Rev. Lett. [13], 138 (1964).

- [44] B.Aubert *et al.*, [*babar* Collaboration], SLAC-PUB-8569, [[hep-ex/0105044](#)], sub. to Nucl. Insrt. and Methods.
- [45] R.Faccini, *Dispense del corso di statistica per fisica delle particelle elementari*.
- [46] D.Kirkby, *This analysis document is a user's guide to the RooFitTools package for performing unbinned maximum likelihood fits*. Babar Analysis Document #18 (2003).
- [47] R.Faccini, *Determination of $|V_{ub}|$ with inclusive semileptonic B decays*. BaBar Analysis Document #540 (2003).
- [48] *Measurement of the GoodTracksLoose Efficiency using SVT Tracks*, BaBar Analysis Document #157, 2001.
- [49] G.Cavoto, *Extraction of CKM angle γ in $B^- \rightarrow D0(^*)K^-$ decays with $D0$ Dalitz analysis*. BaBar Analysis Document #899 (2004).
- [50] G.Cavoto, *Measurement of γ in $Bch \rightarrow D(^*)Kch$ decays with a Dalitz analysis of $D0$ 3-body decays*. BaBar Analysis Document #993 (2004).

Appendice

Appendice A

Forma analitica delle funzioni del *fit*

Nel cap. 5 sono state introdotte alcune funzioni, con le quali sono state parametrizzate le distribuzioni delle variabili, senza esplicitarne la forma analitica.

Questa appendice vuole essere un compendio matematico al cap. 5, dal quale è stato separato per non appesantirne la notazione.

A.0.1 Funzione gaussiana

La distribuzione della variabile m_{ES} per il segnale e per i fondi *peaking* è stata parametrizzata sempre con una funzione gaussiana, per la quale sono stati stimati il valor medio ($\overline{m_{ES}}$) e la risoluzione ($\sigma_{m_{ES}}$). In realtà, per una funzione gaussiana, sono tre i parametri da stimare: valor medio, risoluzione, altezza. Non è stata riportata la stima di quest'ultimo parametro, per una questione di rinormalizzazioni del codice utilizzato.

La forma analitica di questa funzione è, quindi:

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma_x^2}} \quad (\text{A.1})$$

A.0.2 Funzione doppia gaussiana

Una doppia gaussiana è la somma di due funzioni gaussiane, aventi parametri differenti.

È possibile scriverla nella forma:

$$G_d(x) = \frac{R_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(x-\overline{x}_1)^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{1-R_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(x-\overline{x}_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (\text{A.2})$$

dove $\overline{x}_1$ e $\overline{x}_2$ sono i valori medi delle due gaussiane, e σ_{x_1} e σ_{x_2} le risoluzioni; R_0 rap-

presenta la frazione di eventi della prima gaussiana che cade sotto la seconda gaussiana. È stata parametrizzata con una doppia gaussiana la distribuzione della variabile $\mathcal{F}$ per il fondo continuo e ΔE per segnale e fondo *peaking*.. Per quanto riguarda quest'ultima variabile, alla doppia gaussiana è stata sommata una funzione esponenziale decrescente (E_0), la cui forma analitica si assume nota, per includere anche le code della distribuzione di ΔE . In particolare, la funzione esponenziale è servita per parametrizzare la distribuzione a sinistra dello 0, che esiste a causa del fondo *peaking* $D^{*0}\pi$, che è stato in massima parte ridotto inserendo il taglio a -0.1 GeV sulla variabile ΔE .

A.0.3 Funzione gaussiana biforcata

La funzione gaussiana biforcata è una gaussiana avente due differenti valori per la σ a destra e a sinistra del valor medio $\bar{x}$. Detti valori verranno indicati con σ_L e σ_R .

La forma analitica della funzione è:

$$G_b(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_L^2}} & \text{se } x \geq \bar{x} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_R^2}} & \text{se } x < \bar{x} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Si ricorda che con questa funzione è stata parametrizzata la distribuzione della variabile $\mathcal{F}$ per il segnale, e con le stime così fatte è stato parametrizzato il discriminante di *Fisher* per tutti i fondi che hanno picco in m_{ES} .

A.0.4 Funzione di Argus

La funzione di Argus[37], più volte citata in questa tesi, ha la forma analitica:

$$A(x) = \zeta_1 x \sqrt{1 - \left(\frac{x}{m_0}\right)^2} e^{\zeta_2 [1 - (\frac{x}{m_0})^2]} \quad (\text{A.4})$$

Riferendoci alla parametrizzazione della variabile m_{ES} per la quale questa funzione è stata introdotta, $m_0=5.29 \text{ GeV}$ rappresenta l'energia dei fasci (limite cinematico) e gli altri due parametri vengono stimati con un *fit* sul Monte Carlo. In realtà, il parametro da stimare è uno solo: ζ_2 , responsabile della curvatura della funzione; ζ_1 esprime la normalizzazione.

Nel *fit* su m_{ES} per i fondi di tipo *peaking*, abbiamo utilizzato spesso la funzione:

$$f(x) = \zeta_1 x \sqrt{1 - \left(\frac{x}{e_b}\right)^2} e^{\zeta_2 [1 - (\frac{x}{e_b})^2]} + R_P e^{-\frac{(x - M_P)^2}{2(3\sigma_P)^2}} \quad (\text{A.5})$$

cioè la somma di una *Argus* e di una Gaussiana, dove il parametro R_P è analogo al parametro R_0 nella (A.2). Ma, dato che la frazione di eventi della Gaussiana che cadono sotto la *Argus* è risultata essere esigua, si è scelto di parametrizzare la distribuzione della variabile m_{ES} per fondi che hanno picco in m_{ES} solo con una funzione di *Argus*.

Epilogo

*... Ora, quando avrai finito di leggere questo libro, vi legherai
una pietra e lo getterai in mezzo all'Eufrate.*

Geremia, 51:63

Ringraziamenti

Dedico questa tesi a chi tre anni fa mi ha detto:

“Non è mai troppo tardi per ricominciare”.

E così è stato. E poi ringrazio...

...ringrazio tutti quelli che mi hanno dato fiducia e che con costanza e pazienza mi hanno seguito durante questo lavoro.

Innanzitutto la Baita: Nando, Riccardo, Luca, Cecilia, Silvio, Giancarlo, Sandra, Alessia, Francesco, Emanuele, Emmanuele, Luigi, Maurizio, Fabio, Aggy, Massimiliano, Marco, Alfonso, Vito, Fulvio, Daniele, Alessio, Franz, Sergio... Viola e Giacinto.

Grazie alla mia famiglia (un po' estesa): Matteo, Carmela, Mariangela, Nunzia, Salvatore, Roberta, Rossana, Gina, Tony, Lorenzo, Angela e Franco, che con i suoi libri di analisi mi ha incoraggiato ad intraprendere questa strada: chissà dove porta...

Grazie anche a tutta la collaborazione BaBar che mi ha seguito in questa avventura: ma siete troppi, non vi cito!

Grazie ai miei amici: Igor, Emanuela, Maria Rosaria, Daniela T., Giovanna, Cinzia, Daniela G., Massimo, Valentina, Venera, Nicola, Monica, Ketty, Daniela L., Angela, Roberto, Claudio, Roberta.

Ancora: grazie a Gabriele e Marcella per tutto quello che avete fatto per me...

...e infine grazie a PG, che mi ha sopportato durante questo

lungo, lunghissimo anno, in cui tante e tante cose sono successe.

Grazie di cuore. Grazie a tutti.