



Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Fisica

Decadimenti del mesone B in tre pseudoscalari leggeri

Tesi di Laurea
di N. Giacinto Piacquadio
matricola: 692342

Relatore:

Prof. Fernando Ferroni

Corelatori:

Dott. Gianluca Cavoto

Dott. Luca Silvestrini

Anno Accademico 2004-2005

Tesine

Cosmic Microwave Background:
the WMAP experiment and the cosmological
parameters extraction methodology

Relatore: Dott. Gianluca Polenta

Self-organized Criticality

Relatore: Dott. Benedetta Cerruti

Indice

Introduzione	1
1 Violazione di $\mathcal{CP}$ nei sistemi $B\bar{B}$	3
1.1 Le simmetrie discrete $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$ e $\mathcal{CP}$	3
1.2 La violazione di $\mathcal{CP}$ nel Modello Standard	5
1.3 La matrice CKM e il triangolo unitario	11
1.4 Oscillazioni e violazione di $\mathcal{CP}$ nel sistema $B - \bar{B}$	14
1.5 Estrazione di $\sin(2\beta)$ nei decadimenti del B	22
1.6 Autostati di CP nei decadimenti a tre corpi	25
2 Decadimenti del mesone B in 3 pseudoscalari leggeri	29
2.1 Dalla teoria <i>completa</i> a quella <i>efficace</i>	29
2.2 Decadimenti del mesone B in 3 corpi	35
2.3 Classificazione dei diagrammi	41
2.4 Individuazione dei contributi RGI	50
2.5 Ampiezze di decadimento $B \rightarrow KKK$	56
2.6 Asimmetria di CP nei decadimenti $B \rightarrow KKK$	59
3 L'esperimento BABAR a $PEP - II$	61
3.1 La B Factory $PEP - II$	64
3.1.1 I fondi di $PEP - II$	66
3.2 Il sistema di tracciamento	68
3.2.1 Il rivelatore di vertice	68
3.2.2 La camera a deriva	70
3.3 Il rivelatore Cherenkov	75
3.4 Il calorimetro elettromagnetico	78

3.5	L' IFR	82
4	Ricostruzione dei decadimenti $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$	87
4.1	Contaminazione da fondo continuo	88
4.2	Fondo da altri canali di decadimento del B	90
4.3	Fondo combinatorio	91
4.4	Campione di dati utilizzato	92
4.5	Definizione delle variabili	93
4.6	Selezione	99
4.6.1	Preselezione	99
4.6.2	Ottimizzazione multidimensionale	100
4.6.3	Selezione finale ed efficienze	107
4.6.4	Scelta del miglior candidato	109
4.7	Soppressione del fondo $B\bar{B}$	109
5	Flavor tagging e ricostruzione di Δt	117
5.1	Flavor tagging	117
5.1.1	Algoritmo di <i>tag</i>	120
5.2	Funzione di risoluzione di Δt del segnale	121
5.3	Ricostruzione di Δt	124
5.3.1	Taglio sul χ^2	127
5.3.2	Definizione delle classi	128
6	Misura dell'asimmetria di CP	137
6.1	Definizione della <i>likelihood</i>	137
6.1.1	Parametrizzazione del segnale	139
6.1.2	Parametrizzazione del fondo continuo	142
6.1.3	Parametrizzazione del fondo $B\bar{B}$	144
6.2	Confronto Dati/Monte Carlo	145
6.3	Studi di validazione del fit	150
6.4	Risultato del fit	164
6.5	Sistematiche	169
6.5.1	Incertezza sistematica dovuta ai parametri della <i>likelihood</i>	172
6.5.2	Sistematiche dal confronto dati/MC	173

6.5.3	Sistematica dovuta al metodo di estrazione del vertice	174
6.5.4	Errore sistematico dovuto all'interferenza sul lato di <i>tag</i>	176
6.5.5	Riassunto degli errori sistematici	176
6.6	Fit combinato	176
6.6.1	Fit sul campione di 3 $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	176
6.6.2	Esperimenti <i>toy Monte Carlo</i> per il fit combinato	178
6.6.3	Sistematiche	180
6.6.4	Risultato complessivo	182
7	Prospettive sperimentali	185
7.1	Vincoli sperimentali dai decadimenti $B \rightarrow KKK$	185
7.2	Correzioni ad S e C in $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$	186
7.3	Misura di asimmetria di CP in altri canali $B \rightarrow KKK$	189
7.4	Proposta di un metodo di estrazione di S senza incertezze adroniche	191
7.4.1	Decadimenti del $B \rightarrow KKK$	192
7.4.2	Decadimenti del $B \rightarrow K\pi\pi$	194
7.4.3	Decadimenti del $B \rightarrow \pi\pi\pi$	195
	Conclusioni	197
	Ringraziamenti	199
A	Parametri RGI ed ampiezze	201
A.1	Combinazioni RGI con pinguini	201
A.2	Combinazioni RGI con pinguini GIM soppressi	205
A.3	Ampiezze di decadimento $B \rightarrow K\pi\pi$	206
A.4	Ampiezze di decadimento $B \rightarrow \pi\pi\pi$	207
B	Stima del numero di eventi dal Monte Carlo	209
C	Parametrizzazione delle pdf	213
C.1	Sistematiche in $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ con un $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$	213
C.2	Sistematiche nel fit combinato	218
	Bibliografia	225

Introduzione

Il settore delle interazioni deboli del Modello Standard è forse l'aspetto meno conosciuto della teoria che negli ultimi trent'anni è riuscita a spiegare con successo quasi tutti gli aspetti legati alla fenomenologia della fisica delle alte energie. Quel che si cerca di comprendere è fino a che punto la matrice CKM possa spiegare la violazione di CP che si osserva in natura. Dopo la prima osservazione della violazione di CP nella fisica del B con l'esperimento *BABAR* nel 2001 presso l'acceleratore *PEP-II* a SLAC, uno degli interessi principali è diventato lo studio di particolari canali di decadimento rari in cui la possibile presenza di particelle pesanti non previste dal Modello Standard negli stati virtuali intermedi potrebbe permettere di riscontrare deviazioni nei valori dell'asimmetria di CP . Nel prossimo futuro i decadimenti a tre corpi senza quark *charm* nello stato finale, tuttora poco conosciuti, potrebbero contribuire a raggiungere questo obiettivo. La fenomenologia legata alla misura dell'asimmetria di CP attraverso le oscillazioni del sistema $B^0\bar{B}^0$ viene descritta nel Cap. 1.

Nel Cap. 2, partendo dalla teoria efficace per le interazioni deboli [1] e la tecnica di parametrizzazione messa a punto da Buras e Silvestrini per i decadimenti del B in due corpi [2], viene sviluppata per la prima volta la fenomenologia necessaria per caratterizzare in maniera completa tutti i decadimenti del mesone B in tre corpi, disaccoppiando le interazioni a corte distanze, ben conosciute e calcolabili, dai contributi non perturbativi dovuti alle interazioni forti. Tutte le transizioni possibili vengono classificate in funzione delle topologie più rilevanti, riarrangiate in termini di alcuni parametri effettivi, indipendenti dal modello usato e invarianti rispetto a trasformazioni del gruppo di rinormalizzazione (detti RGI), e per questo particolarmente adatti per essere confrontati direttamente con le misure sperimentali.

L'analisi sperimentale si concentra sulla misura dei valori dell'asimmetria di CP dipendente dal tempo per i decadimenti del $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ con due K_S^0 ricostruiti a partire da una coppia $\pi^+\pi^-$ e il restante da una coppia $\pi^0\pi^0$, a partire dal campione di dati

attualmente raccolto dall'esperimento *BABAR*, corrispondente a ~ 227 milioni di coppie $B^0\bar{B}^0$. Una descrizione del rivelatore *BABAR* è contenuta nel Cap. 3.

Nel Cap. 4 ci si concentra invece sulla selezione degli eventi a partire dal campione di dati, ottimizzata al fine di minimizzare la contaminazione del fondo. La tecnica di interpolazione della posizione dei vertici della coppia di mesoni B prodotta nelle interazioni e^+e^- , necessaria per estrarre la differenza fra i relativi istanti di decadimento, e la procedura di individuazione del loro sapore sono descritte in dettaglio nel Cap. 5. Nell'ultimo capitolo sperimentale (Cap. 6) viene invece illustrato il metodo usato per estrarre i parametri dell'asimmetria di CP mediante massimizzazione di una funzione di verosimiglianza, insieme ad un dettagliato studio di validazione, e vengono mostrati i risultati, insieme alla stima delle incertezze dovute al metodo di misura.

Infine l'asimmetria di CP viene estratta combinando il campione di dati usato per questa analisi con l'analogo campione precedentemente usato a *BABAR* per studiare lo stesso canale di decadimento, ma con tutti e tre i K_S^0 ricostruiti a partire da coppie cariche $\pi^+\pi^-$, al fine di sfruttare tutta la statistica a disposizione.

Nell'ultimo capitolo i risultati in termini dei parametri caratterizzanti l'asimmetria di CP nei sistemi KKK vengono dapprima confrontati con i valori di aspettazione *naive* del Modello Standard e poi, attraverso la teoria efficace, viene ricavata una stima della deviazione massima di queste quantità a causa di contributi secondari nell'ampiezza fisica, che pongono necessariamente un limite alla sensibilità a Nuova Fisica.

Si cerca infine di ricavare un metodo più generale, adatto per un futuro esperimento a più alta statistica¹, per determinare, direttamente mediante una procedura di estrazione simultanea a partire da un sottogruppo di canali, i parametri RGI coinvolti ed avere una stima priva di incertezze adroniche dei valori dell'asimmetria di CP , da confrontare direttamente con le misure sperimentali per testare la validità del Modello Standard.

¹Ad esempio una super B -Factory

Capitolo 1

Violazione di $\mathcal{CP}$ nei sistemi $B\bar{B}$

1.1 Le simmetrie discrete $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$ e $\mathcal{CP}$

Nello studio dei fenomeni fondamentali della natura i principi di simmetria ricoprono un ruolo molto importante. Nell'ambito di una teoria di campo otteniamo una simmetria ogni volta che le equazioni della dinamica risultano invarianti rispetto ad una trasformazione nello spazio di Hilbert degli stati. Le simmetrie discrete alla base di una teoria di campo sono tre [3]: due sono simmetrie spazio-temporali e sono generate dal gruppo di Poincaré, la trasformazione di parità $\mathcal{P}$ e l'inversione temporale $\mathcal{T}$, e la terza è la coniugazione di carica $\mathcal{C}$. La trasformazione di parità $\mathcal{P}$ inverte la direzione dei tre assi spaziali del sistema di riferimento, ovvero $(t, \mathbf{x}) \rightarrow (t, -\mathbf{x})$, cosicché un vettore cambia di segno, mentre un vettore assiale rimane invariato. Analogamente, l'inversione temporale $\mathcal{T}$ inverte la direzione del tempo e quindi manda $(t, \mathbf{x}) \rightarrow (-t, \mathbf{x})$. La coniugazione di carica $\mathcal{C}$ sostituisce una particella con la sua antiparticella.

Per vedere come si applica questo ragionamento ad una teoria quantizzata, consideriamo un generico stato fisico M costituito da un solo mesone, caratterizzato da una serie di numeri quantici che indicheremo con α , polarizzazione ε (nulla nel caso di mesoni pseudoscalari come il mesone B) ed un impulso $\vec{p}$. A parità di condizioni iniziali, lo stato di antiparticella $\bar{M}$ sarà descritto dai numeri quantici $-\alpha$. La trasformazione di parità, poichè $\mathcal{P}^2 = 1$, agisce su questi stati secondo

$$\mathcal{P}|M(\vec{p}, \varepsilon, \alpha)\rangle = \eta_M|M(-\vec{p}, \varepsilon, \alpha)\rangle \quad \mathcal{P}|\bar{M}(\vec{p}, \varepsilon, -\alpha)\rangle = \eta_M|\bar{M}(-\vec{p}, \varepsilon, -\alpha)\rangle \quad (1.1)$$

dove η_M rappresenta la parità intrinseca del mesone M , che è uguale a quella di $\bar{M}$ e non è definibile in modo assoluto. Se infatti consideriamo la trasformazione indotta da un

nuovo operatore del tipo

$$\mathcal{P}' = \mathcal{P}e^{i\pi\hat{Q}} \quad (1.2)$$

dove Q è associato ad un numero quantico addittivo, è facile dimostrare che questa possiederà tutte le proprietà di $\mathcal{P}$. Tuttavia il termine esponenziale $e^{i\pi\hat{Q}}$ ridefinisce la parità intrinseca dello stato fisico $\mathcal{M}$ [4]. Questo implica che la parità intrinseca possa essere definita in modo non ambiguo solo per stati neutri che abbiano tutti i numeri quantici addittivi nulli e fissata per gli altri stati in relazione a questi. Ad esempio, poiché la parità intrinseca del π^0 è negativa, convenzionalmente viene attribuita parità negativa a tutti i mesoni di *spin* nullo (mesoni pseudoscalari).

La coniugazione di carica $\mathcal{C}$ trasforma gli stati M e $\bar{M}$ secondo

$$\mathcal{C}|M(\vec{p}, \epsilon, \alpha)\rangle = \eta'_M |\bar{M}(\vec{p}, \epsilon, -\alpha)\rangle \quad \mathcal{C}|\bar{M}(\vec{p}, \epsilon, -\alpha)\rangle = \eta'^*_M |M(\vec{p}, \epsilon, \alpha)\rangle \quad (1.3)$$

Anche qui, η'_M rappresenta la coniugazione di carica intrinseca dello stato M e, come per η_M , è ben definita solo per stati neutri e il suo valore per le altre particelle viene fissato in funzione di queste. Se applichiamo le due trasformazioni in sequenza, otteniamo la trasformazione di $\mathcal{CP}$ per cui

$$\mathcal{CP}|M(\vec{p}, \epsilon, \alpha)\rangle = \eta''_M |\bar{M}(-\vec{p}, \epsilon, -\alpha)\rangle \quad \mathcal{CP}|\bar{M}(\vec{p}, \epsilon, -\alpha)\rangle = \eta''^*_M |M(-\vec{p}, \epsilon, \alpha)\rangle \quad (1.4)$$

In essa $\eta''_M = \eta_M \cdot \eta'_M$ e, nel caso dei mesoni pseudoscalari, assume valore positivo.

Si ha violazione di $\mathcal{CP}$ nel decadimento di due stati M e $\bar{M}$ quando, dati due stati finali f e $\bar{f}$ $\mathcal{CP}$ coniugati, si ha

$$|A_f| = |\langle f|H|M\rangle| \neq |\langle \bar{f}|H|\bar{M}\rangle| = |\bar{A}_{\bar{f}}| \quad (1.5)$$

dove

$$A_f = \langle f|H|M\rangle = \sum_i A_i e^{i\delta_i} e^{i\phi_i} \quad (1.6)$$

$$\bar{A}_{\bar{f}} = \langle \bar{f}|H|\bar{M}\rangle = \sum_i A_i e^{i\delta_i} e^{-i\phi_i} \quad (1.7)$$

Si è voluto qui esplicitamente distinguere tra la fase "forte" δ_i , dovuta all'interazione di stati finali (**FSI**) dei mesoni, e quella "debole" ϕ_i , proveniente dalla lagrangiana elettrodebole, in quanto la prima è invariante sotto la trasformazione di CP , mentre la seconda cambia segno. In generale i termini di interferenza nelle ampiezze saranno diversi ed

avremo quindi valori diversi per $|A_f|$ e $|\overline{A_f}|$. In tal caso siamo in presenza di **violazione diretta di $\mathcal{CP}$** .

Applicando l'operazione di $\mathcal{CP}$ ai termini cinetici e di interazione nei campi della lagrangiana del Modello Standard, si ottengono i corrispondenti termini hermitiani coniugati, mentre i coefficienti davanti a tali termini, rispettivamente le masse e le costanti di accoppiamento, sono trasformati nei rispettivi complessi coniugati e, se non esiste una simmetria che richieda che tali numeri siano reali, la simmetria di $\mathcal{CP}$ risulta violata. Va notato, comunque, che non tutte le fasi presenti in una data lagrangiana abbiano necessariamente un significato fisico. Considerando infatti un generico termine di Yukawa

$$y_{ij}H\overline{\phi}_i\phi_j + h.c. \quad (1.8)$$

possiamo cambiare le fasi degli accoppiamenti ridefinendo ognuno dei tre campi H , $\overline{\phi}_i$ e ϕ_j . Questa ridefinizione cambierà tutti gli altri termini della lagrangiana in cui siano presenti gli stessi campi, a meno che non compaiano nello stesso termine campi complessi coniugati alla stessa potenza. In una teoria di campo abbiamo quindi violazione di $\mathcal{CP}$ ogniqualevolta non sia possibile rendere le costanti di accoppiamento complesse reali attraverso un'opportuna ridefinizione delle fasi dei campi. A livello sperimentale, è stato osservato che la forza elettromagnetica e la forza forte sono simmetriche rispetto a $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$ e $\mathcal{T}$, mentre l'interazione debole viola $\mathcal{C}$ e $\mathcal{P}$ separatamente ma conserva con buona approssimazione il prodotto $\mathcal{CP}$. Benché la scoperta della violazione di $\mathcal{CP}$ nel sistema dei K neutri risalga a più di quarant'anni fa¹, l'osservazione fatta dall'esperimento *BaBar* nel 2001[5] dello stesso effetto nel sistema del mesone B ha di fatto riaccessso l'interesse per lo studio della violazione di $\mathcal{CP}$, in particolare per quei processi che potrebbero essere sensibili ad eventuali contributi di fisica oltre il Modello Standard.

1.2 La violazione di $\mathcal{CP}$ nel Modello Standard

Il Modello Standard (*MS*) è una teoria di campo che descrive le interazioni elettromagnetiche, deboli e forti in termini di teorie di gruppi di gauge, a partire dall'insieme di particelle osservate. Tale modello permette di descrivere la grande varietà del mondo della fisica delle particelle a partire da una serie di particelle elementari di spin 1/2:

¹Nel 1964 Christenson, Cronin, Fitch e Turlay osservarono il decadimento del K_L^0 in due π carichi, dimostrando che questo, e di conseguenza anche il K_L^0 , non era un autostato di $\mathcal{CP}$

- sei leptoni organizzati in tre famiglie

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

- sei quark, organizzati in tre famiglie

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

e di bosoni vettoriali portatori delle interazioni fondamentali:

- un bosone di gauge per l'interazione elettromagnetica, il fotone γ
- tre bosoni di gauge per l'interazione debole, $W^\pm$ e Z^0
- otto bosoni di gauge per l'interazione forte, detti gluoni
- il bosone di Higgs, H (non ancora osservato sperimentalmente)

Il Modello Standard si basa su un gruppo di simmetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_I \otimes U(1)_Y$, dove $SU(3)_C$ descrive la simmetria di *colore* delle interazioni forti, $SU(2)_I$ descrive l'*isospin debole* I per l'interazione elettrodebole unificata e $U(1)_Y$ l'invarianza per trasformazioni di *ipercarica* Y . La teoria prevede una lagrangiana di base in cui le masse di tutte le particelle che compaiono sono nulle, che è invariante sotto la trasformazione del gruppo di simmetria del modello. Possiamo separare la lagrangiana dello SM nella somma di un termine dovuto all'interazione forte $\mathcal{L}_{QCD}$ e un termine elettrodebole $\mathcal{L}_{EW}$; poiché la violazione di $\mathcal{CP}$ è stata osservata solo in quest'ultimo settore, ci concentreremo su $\mathcal{L}_{EW}$. Tutte le osservazioni sperimentali sono consistenti con l'assunzione che la corrente dell'interazione debole si presenta sempre nella forma $(V-A)$, ovvero in una combinazione di una corrente assiale e una vettoriale. Appare quindi naturale definire i campi delle particelle che partecipano all'interazione in termini delle rispettive proiezioni di elicità destrorse e sinistrorse che, per il generico campo $\phi(x)$, sono date da

$$\begin{aligned} \phi_L(x) &= P_L \phi(x) = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\phi(x) \\ \phi_R(x) &= P_R \phi(x) = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\phi(x) \end{aligned}$$

Le diverse proprietà di trasformazione delle due componenti $\phi(x)$ e $\gamma_5\phi(x)$ portano ad un'asimmetria della teoria che si traduce nella violazione separata delle simmetrie di

parità $\mathcal{P}$ e coniugazione di carica $\mathcal{C}$. Siamo spinti allora ad organizzare i campi *left* e *right* dei quark e dei leptoni nei seguenti multipletti

$$Q_L^I(x) = \begin{pmatrix} U_L^I(x) \\ D_L^I(x) \end{pmatrix} = (3, 2)_{+1/6} \quad u_R^I(x) = (3, 1)_{+2/3} \quad d_R^I(x) = (3, 1)_{-1/3} \quad (1.11)$$

per i quark

$$\Psi_L(x) = \begin{pmatrix} \nu_L(x) \\ l_L(x) \end{pmatrix} = (1, 2)_{-1/2} \quad l_R(x) = (1, 1)_{-1} \quad \nu_R(x) = (1, 1)_0 \quad (1.12)$$

per i leptoni

dove $(3, 2)_{+1/6}$ indica un tripletto di colore $SU(3)_C$, un doppietto di isospin debole $SU(2)_Y$ con ipercarica $Y = Q - I_3 = +1/6$ e analogamente per le altre rappresentazioni. Possiamo allora scrivere la lagrangiana elettrodebole come

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW} = & i[\bar{Q}_L^I(x)\gamma^\mu D_\mu Q_L^I(x) + \bar{u}_R(x)\gamma^\mu D_\mu u_R(x) + \bar{d}_R(x)\gamma^\mu D_\mu d_R(x) + \\ & \bar{\Psi}_L(x)\gamma^\mu D_\mu \Psi_L(x) + \bar{\nu}_R(x)\gamma^\mu D_\mu \nu_R(x) + \bar{l}_R(x)\gamma^\mu D_\mu l_R(x)] \end{aligned} \quad (1.13)$$

con la derivata covariante data da

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\tau_j W_j^\mu(x)/2 - ig'Y B^\mu(x)/2 \quad (1.14)$$

dove g e g' sono le costanti di accoppiamento associate ai campi di gauge $W_j(x)$ e $B(x)$ relativi rispettivamente al gruppo di simmetria di isospin $SU(2)_I$ e di ipercarica $U(1)_Y$. Possiamo separare la lagrangiana in un termine che descriva la teoria libera e uno che dia conto dell'interazione, secondo

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{INT} \quad (1.15)$$

e, attraverso un'opportuna ridefinizione dei campi, esprimere la lagrangiana d'interazione in termini dei bosoni dei campi osservabili con

$$\mathcal{L}_{INT} = \frac{g_W}{2\sqrt{2}} (J_\mu^+(x)W^{+\mu}(x) + J_\mu^-(x)W^{-\mu}(x)) \quad (1.16)$$

$$+ eJ_\mu^{em}(x)A^\mu(x) + \frac{g_W}{2\cos(\theta_W)} J_\mu^0(x)Z^{0\mu}(x) \quad (1.17)$$

essendo

$$J_\mu^+ = \bar{u}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)d + \bar{c}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)s + \bar{t}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)b + \quad (1.18)$$

$$\bar{\nu}_e\gamma_\mu(1 - \gamma_5)e + \bar{\nu}_\mu\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\mu + \bar{\nu}_\tau\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\tau \quad (1.19)$$

$$J_\mu^{em} = \sum_f Q_f \bar{f}\gamma_\mu f \quad (1.20)$$

$$J_\mu^0 = \sum_f \bar{f}\gamma_\mu(v_f - a_f\gamma_5)f \quad (1.21)$$

$$v_f = \tau_3^f - 2Q_f \sin^2\theta_W \quad a_f = \tau_3^f \quad (1.22)$$

dove θ_W , l'angolo di Weinberg, è definito dalla relazione

$$\frac{g}{\sin\theta_W} = \frac{g'}{\cos\theta_W} = e. \quad (1.23)$$

Le correnti e i bosoni carichi $J^\pm(x)$ e $W^\pm(x)$ descrivono la struttura $(V - A)$ dell'interazione debole, $J^{em}(x)$ dà conto della forza elettromagnetica e $J^0(x)$ è la corrente neutra associata al bosone Z^0 .

Poiché nello SM risultano vietati i processi dovuti alle correnti neutre con variazione di sapore (detti *Flavor Changing Neutral Current*), ci concentriamo sugli accoppiamenti con le correnti cariche $\mathcal{L}_{charged} = J_\mu^+(x)W^{+\mu}(x) + J_\mu^-(x)W^{-\mu}(x)$. I termini appartenenti alla corrente carica sotto parità e coniugazione di carica trasformano secondo

$$\begin{aligned} \bar{u}\gamma^\mu(1 \mp \gamma_5)d &\xrightarrow{\mathcal{P}} -\bar{u}\gamma^\mu(1 \pm \gamma_5)d \\ \bar{u}\gamma^\mu(1 \mp \gamma_5)d &\xrightarrow{\mathcal{C}} -\bar{d}\gamma^\mu(1 \pm \gamma_5)u \end{aligned} \quad (1.24)$$

quindi, rispetto a una trasformazione di $\mathcal{CP}$, si ottiene

$$\bar{u}\gamma^\mu(1 \mp \gamma_5)d \xrightarrow{\mathcal{CP}} \bar{d}\gamma^\mu(1 \mp \gamma_5)u. \quad (1.25)$$

Vediamo che la struttura di Dirac delle correnti rimane invariata ma l'applicazione di $\mathcal{C}$ scambia il ruolo della particella con quello dell'antiparticella. D'altra parte, anche i campi dei bosoni $W^\pm$ sotto coniugazione di carica si trasformano uno nell'altro, così che, se

$$\begin{aligned} J_\mu^+ W^{+\mu} &\xrightarrow{\mathcal{CP}} J_\mu^- W^{-\mu} \\ J_\mu^- W^{-\mu} &\xrightarrow{\mathcal{CP}} J_\mu^+ W^{+\mu} \end{aligned} \quad (1.26)$$

allora globalmente

$$J_\mu^+ W^{+\mu} + J_\mu^- W^{-\mu} \xrightarrow{\mathcal{CP}} J_\mu^+ W^{+\mu} + J_\mu^- W^{-\mu}. \quad (1.27)$$

Da qui vediamo che la teoria, per come finora è stata formulata, non produce violazione di $\mathcal{CP}$. D'altra parte siamo partiti da una lagrangiana in cui le masse di tutte le particelle sono nulle, condizione in palese disaccordo con le osservazioni sperimentali. Per ottenere una teoria rinormalizzabile, è necessario introdurre le masse attraverso un meccanismo che mantenga l'invarianza di gauge della lagrangiana. Questo si ottiene attraverso il *meccanismo di Higgs*, in cui la rottura spontanea della simmetria da $SU(3)_C \otimes SU(2)_I \otimes U(1)_Y$ a $SU(3)_C \otimes U(1)_Q$ fornisce le masse ai bosoni $W^\pm$ e Z^0 , mentre il fotone, poiché

associato alla simmetria residua $U(1)_Q$, non acquista massa. La rottura si realizza con l'introduzione di un doppietto di isospin di campi scalari complessi, detto campo di *Higgs*

$$H = \begin{pmatrix} \tilde{\phi}^+ \\ \tilde{\phi}^0 \end{pmatrix} \quad H^c = (i \cdot \tau_2) H^* = \begin{pmatrix} \tilde{\phi}^{0*} \\ -\tilde{\phi}^- \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

che, imponendo l'invarianza di gauge, può essere descritto nel modo più generale possibile da una lagrangiana del tipo

$$\mathcal{L}_{Higgs} = D^\mu H^\dagger D_\mu H - \underbrace{\mu^2 H^\dagger H - \lambda (H^\dagger H)^2}_{\mathcal{V}(H)} \quad \mu, \lambda \in \mathbb{R} \quad (1.29)$$

dove la derivata covariante è data da (1.14). Il potenziale $\mathcal{V}(H)$ associato al campo di Higgs possiede un massimo locale per il valore $H(x) = 0$ e una circonferenza di minimo assoluto $\left(\frac{-\mu^2}{2\lambda}\right)^{1/2} e^{i\theta}$ ($\theta \in [0, 2\pi]$). Questo implica che lo stato di minima energia, ovvero lo stato di vuoto, non sia unico ma degenerare. La necessità di selezionare uno solo di questi stati (che descrive la nostra realtà fisica) per costruire lo spazio di Hilbert fa sì che questo non condivida più tutte le simmetrie della lagrangiana e porti alla rottura spontanea di simmetria. Questa scelta avviene attribuendo uno dei valori di aspettazione non nulli possibili al vuoto

$$\langle 0|H(x)|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad v = (-\mu^2/\lambda)^{1/2} > 0 \quad (1.30)$$

In questo modo, il termine cinetico $(D^\mu H)^\dagger D_\mu H$ genera le masse dei bosoni vettoriali $W^\pm$ e Z^0 , pari a $m_W = vg/2$ e $m_Z = m_W/\cos\theta_W$, mentre quelle di leptoni e quark provengono dall'accoppiamento di questi con il campo di Higgs attraverso termini di Yukawa

$$Y_{ik}^u (\bar{Q}_L^i H^c) u_R^k + Y_{ik}^d (\bar{Q}_L^i H) d_R^k + h.c. \quad (1.31)$$

dove gli indici i e k si riferiscono alla generazione di quark, ed analogamente per i leptoni. Esplicitando il campo H otteniamo una lagrangiana per le masse dei quark del tipo

$$\mathcal{L}_M = \bar{u}^i M_{ik}^u (1 + \gamma_5) u^k + \bar{d}^i M_{ik}^d (1 + \gamma_5) d^k + h.c. \quad (1.32)$$

essendo

$$M_{ik}^u = \frac{Y_{ik}^u \cdot v}{\sqrt{2}} \quad M_{ik}^d = \frac{Y_{ik}^d \cdot v}{\sqrt{2}} \quad (1.33)$$

Se ci concentriamo, ad esempio, sui quark up, scrivendo

$$\bar{u} M (1 + \gamma_5) u + \bar{u} M^\dagger (1 - \gamma_5) u = \bar{u} (M + M^\dagger) u + \bar{u} (M - M^\dagger) \gamma_5 u \quad (1.34)$$

tale relazione si trasforma separatamente sotto $\mathcal{C}$ e $\mathcal{P}$ secondo

$$\begin{aligned} \bar{u}(M + M^\dagger)u + \bar{u}(M - M^\dagger)\gamma_5 u &\xrightarrow{\mathcal{P}} \bar{u}(M + M^\dagger)u - \bar{u}(M - M^\dagger)\gamma_5 u \\ \bar{u}(M + M^\dagger)u + \bar{u}(M - M^\dagger)\gamma_5 u &\xrightarrow{\mathcal{C}} \bar{u}(M^T + M^*)u + \bar{u}(M^T - M^*)\gamma_5 u \end{aligned} \quad (1.35)$$

e quindi

$$\bar{u}(M + M^\dagger)u + \bar{u}(M - M^\dagger)\gamma_5 u \xrightarrow{\mathcal{CP}} \bar{u}(M^T + M^*)u - \bar{u}(M^T - M^*)\gamma_5 u.$$

Vediamo allora che, affinché la lagrangiana delle masse $\mathcal{L}_M$ sia invariante sotto $\mathcal{CP}$, M deve essere reale, ovvero

$$\mathcal{L}_M \xrightarrow{\mathcal{CP}} \mathcal{L}_M \iff M = M^*$$

Poiché nel Modello Standard non è presente alcuna simmetria che richieda questa condizione, il meccanismo di Higgs, fornendo massa alle particelle, porta ad avere violazione di $\mathcal{CP}$. Essendo la matrice di massa M non necessariamente diagonale, gli autostati dell'interazione debole saranno in generale diversi dagli autostati di massa. Per descrivere quindi la lagrangiana in termini dei campi associati ai quark scritti in (1.10), bisogna diagonalizzare quest'ultima, che, in generale, non sarà una matrice hermitiana. M può comunque essere sempre scritta come:

$$M = U_L H = H' U_R^\dagger \quad (1.36)$$

dove H e H' sono matrici hermitiane e U_L e U_R matrici unitarie. Con una rotazione dei campi spinoriali delle componenti *left* e *right* è possibile esprimere la lagrangiana in termini degli autostati di massa. Si consideri, infatti, il termine $\bar{u}_L U_L H u_R$ che proviene dall'espressione (1.32) una volta che si siano separate la componente destrorsa e quella sinistrorsa ed espressa la matrice di massa come in (1.36). Si ruoti quindi il campo spinoriale sinistrorso secondo

$$\bar{u}_L = \bar{u}'_L U_L^\dagger \quad (1.37)$$

e poi il campo così ottenuto e la componente destrorsa attraverso la stessa matrice

$$\bar{u}'_L = \bar{u}''_L \tilde{U} \quad u_R = \tilde{U}^\dagger u'_R \quad (1.38)$$

Si ottiene allora

$$\bar{u}_L U_L H u_R = \bar{u}''_L \tilde{U} H \tilde{U}^\dagger u'_R \quad (1.39)$$

espressione che, poiché possiamo sempre scegliere $\tilde{U}$ in maniera tale da diagonalizzare H ,² può essere scritta come

$$\bar{u}_L'' \text{diag}(H) u_R'$$

I campi u_L'' e u_R' sono chiaramente diversi dagli autostati dell'interazione debole u_L ed u_R da cui siamo partiti. Le rotazioni applicate hanno diagonalizzato la matrice di massa facendo comparire esplicitamente gli autostati di massa ma, dal momento che le trasformazioni agiscono su tutti i termini della lagrangiana, è comparso un mescolamento nel termine di interazione delle correnti. Si consideri, ad esempio, uno dei termini di $J_\mu^+ W^{+\mu}$; applicando la rotazione dei quark a $J_\mu^+ = \bar{u}_L \gamma_\mu d_L$ si ottiene

$$(\bar{u}_L)_i (U_L^\dagger)_{ik}^u \gamma_\mu (U_L)_{kj}^d (d_L)_j W^{+\mu} \quad (1.40)$$

Poiché nuovamente non esiste alcuna simmetria che richieda $U_L^u = U_L^d$, osserviamo che la diagonalizzazione della matrice di massa dei quark ha reso esplicita la violazione di $\mathcal{CP}$ nella parte di lagrangiana che descrive l'interazione elettrodebole.

La matrice unitaria 3×3 , in generale complessa, che descrive il mescolamento dei sapori nell'interazione elettrodebole

$$V_{CKM} = (U_L^\dagger)_{ik}^u (U_L)_{kj}^d, \quad (1.41)$$

conosciuta in letteratura come matrice di Cabibbo-Kobaiashi-Maskawa, contiene in sé una fase che non è possibile eliminare mediante una ridefinizione dei campi e descrive perciò la violazione di CP nel Modello Standard.

1.3 La matrice CKM e il triangolo unitario

La matrice CKM, avendo dimensione pari alle tre generazioni di quark esistenti in natura ed essendo in generale complessa, può essere parametrizzata attraverso tre angoli di Eulero e sei fasi, cinque delle quali possono essere rimosse ridefinendo le fasi relative dei campi sinistrorsi, lasciando quindi solo quattro parametri fisicamente rilevanti. La sua generica espressione è

$$V_{\mathbf{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

²Si assume ovviamente che H abbia autovalori diversi da zero

dove V_{ud} esprime l'accoppiamento nella transizione $u \rightarrow d$ e analogamente per gli altri termini. Tra le varie parametrizzazioni possibili della matrice, una che dà un chiaro significato fisico è quella di Maiani, in cui i quattro parametri liberi sono i tre angoli di mescolamento dei quark ($\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$) e la fase complessa che genera la violazione di $\mathcal{CP}$ è δ_{12} . Definendo $\cos(\theta)_{ij} = c_{ij}$ e $\sin(\theta)_{ij} = s_{ij}$, la matrice **CKM** assume la forma

$$V_{\mathbf{CKM}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

Una parametrizzazione molto utile è quella di Wolfenstein [6],³ ottenuta sfruttando l'idea fisica di Maiani che, per piccoli angoli, la matrice **CKM** tende alla matrice unitaria. Sulla base di questa considerazione viene eseguita una espansione in termini del parametro λ , pari al seno dell'angolo di Cabibbo, cioè il parametro s_{12} della parametrizzazione di Maiani.

$$V_{\mathbf{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\bar{\rho} - i\bar{\eta}) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^5) \quad (1.45)$$

Dalla condizione di unitarietà della matrice **CKM**, $V_{ik}^\dagger V_{kj} = \delta_{ij}$, si ottengono le seguenti relazioni:

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \quad (1.46)$$

$$V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* = 0 \quad (1.47)$$

$$V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0 \quad (1.48)$$

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \quad (1.49)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (1.50)$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \quad (1.51)$$

Ognuna di queste relazioni può essere rappresentata nel piano complesso come un triangolo. Se non avessimo violazione di $\mathcal{CP}$ potremmo sempre rimuovere le fasi e i triangoli

³La forma qui riportata è quella usata per la prima volta da Buras [1], in cui i parametri originari ρ ed η della parametrizzazione di Wolfenstein sono sostituiti da $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$, essendo

$$\bar{\rho} = \rho \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad \bar{\eta} = \eta \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) \quad (1.44)$$

dove λ è il seno dell'angolo di Cabibbo. In questo modo si arriva ad includere gli ordini $\mathcal{O}(\lambda^4)$ e l'unitarietà vale in modo praticamente esatto.

collasserebbero in dei segmenti. Generalmente si indica con il termine *Triangolo Unitario* la rappresentazione nel piano complesso della relazione di Eq. 1.50, una volta divisa per $V_{cd}V_{cb}^*$ ed avendo scelto una convenzione di fasi tale che $V_{cd}V_{cb}^*$ sia reale.

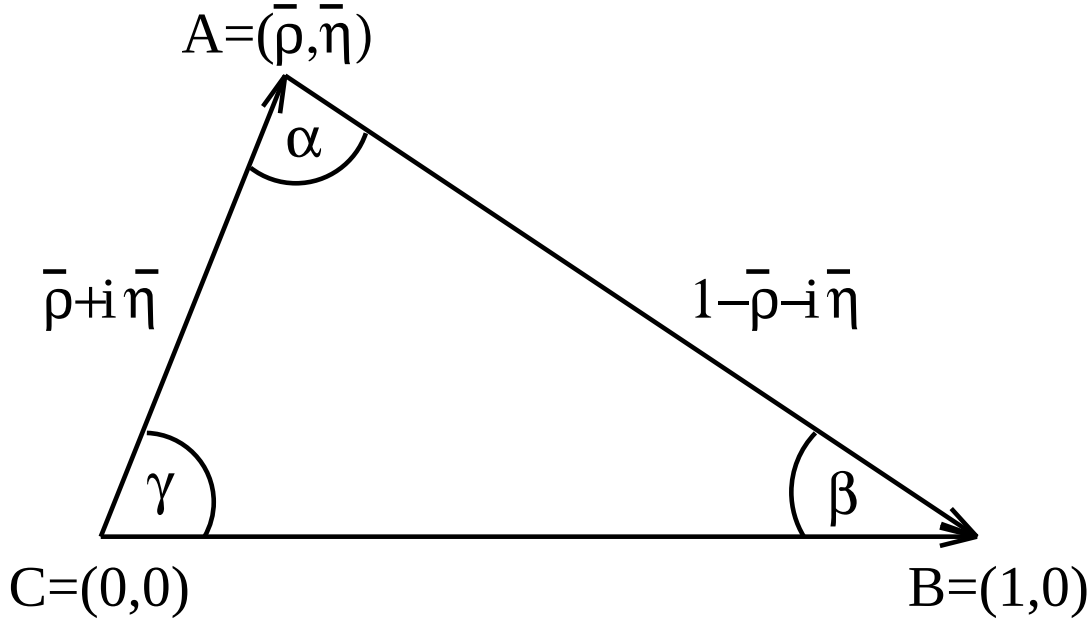


Figura 1.1: *Triangolo unitario nel piano complesso $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$.*

In questo modo, il Triangolo Unitario può essere visualizzato nel piano $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ come in figura (1.1). Indipendentemente dalla rappresentazione scelta per la matrice CKM i tre angoli possono essere descritti dalle relazioni

$$\alpha \equiv \arg \left[-\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{ub}^* V_{ud}} \right] \quad \beta \equiv \arg \left[-\frac{V_{cb}^* V_{cd}}{V_{tb}^* V_{td}} \right] \quad \gamma \equiv \arg \left[-\frac{V_{ub}^* V_{ud}}{V_{cb}^* V_{cd}} \right] \quad (1.52)$$

dove una misura diretta di queste quantità si può ottenere nei processi fisici che violano *CP*. Questa misura diretta può poi essere confrontata con una determinazione indiretta, ottenuta assumendo la validità del Modello Standard e la rappresentazione sul piano complesso $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ di grandezze che non dipendono direttamente dagli angoli, ma solo dai lati del triangolo, e che quindi riguardano processi che non violano *CP* [7]. In particolare:

- $\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|}$, rappresentato da una circonferenza centrata in (0,0)

$$\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|} = \frac{\lambda}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2}. \quad (1.53)$$

- la differenza Δm_d tra le masse dei mesoni B_d^0 e $\bar{B}_d^0$, rappresentata da una circonferenza centrata in $(1,0)$

$$\Delta m_d \propto A^2 \lambda^6 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2] \quad (1.54)$$

- Δm_s , la differenza di massa tra B_s^0 e $\bar{B}_s^0$ (la cui misura diretta è fortemente attesa nei prossimi anni), che rappresenta a sua volta una circonferenza. Il confronto con Δm_d porta alla seguente relazione

$$\frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} \propto \left(\frac{\lambda}{1 - \frac{\lambda^2}{2}} \right)^2 [(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2]. \quad (1.55)$$

- ϵ_K , parametro caratteristico della violazione di $\mathcal{CP}$ nel sistema $K^0 \bar{K}^0$, è rappresentato approssimativamente da una iperbole.

Se la determinazione di queste grandezze fosse infinitamente precisa, tutte le curve si intersecherebbero in un punto fornendo il vertice $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ del triangolo. Nella realtà, poiché a tutte le grandezze sono associate incertezze dovute agli errori sperimentali nella misura e alla determinazione dei parametri teorici, queste curve sono piuttosto rappresentate da delle bande. In figura (1.2) sono riportati i vincoli posti sul Triangolo Unitario sfruttando tutte le misure ottenute fino ad oggi e gli attuali calcoli su reticolo, sia nei processi che violano CP sia in quelli che conservano questa quantità.

1.4 Oscillazioni e violazione di $\mathcal{CP}$ nel sistema $B - \bar{B}$

Nel caso dei mesoni neutri, oltre a misure di violazione diretta di CP , si può estrarre una ulteriore, e più interessante, informazione. Consideriamo infatti due stati generici P^0 e $\bar{P}^0$ rappresentanti due mesoni neutri coniugati di CP , che costituiscono gli autostati dell'hamiltoniana H_0 che descrive le interazioni forti e elettromagnetiche, per cui

$$H_0 |P^0\rangle = m_{B^0} |P^0\rangle \quad H_0 |\bar{P}^0\rangle = m_{\bar{B}^0} |\bar{P}^0\rangle \quad (1.56)$$

dove si è assunto che H_0 sia invariante sotto una trasformazione del tipo $\mathcal{CPT}^4$, da cui $m_{B^0} = m_{\bar{B}^0}$. Possiamo ora pensare all'interazione debole come ad una perturbazione che rompe la simmetria di H_0 permettendo transizioni dei mesoni in un comune canale di decadimento

$$B^0 \longleftrightarrow i \longleftrightarrow \bar{B}^0,$$

⁴che si può dimostrare valere per ogni teoria di campo locale nei campi, come appunto lo SM

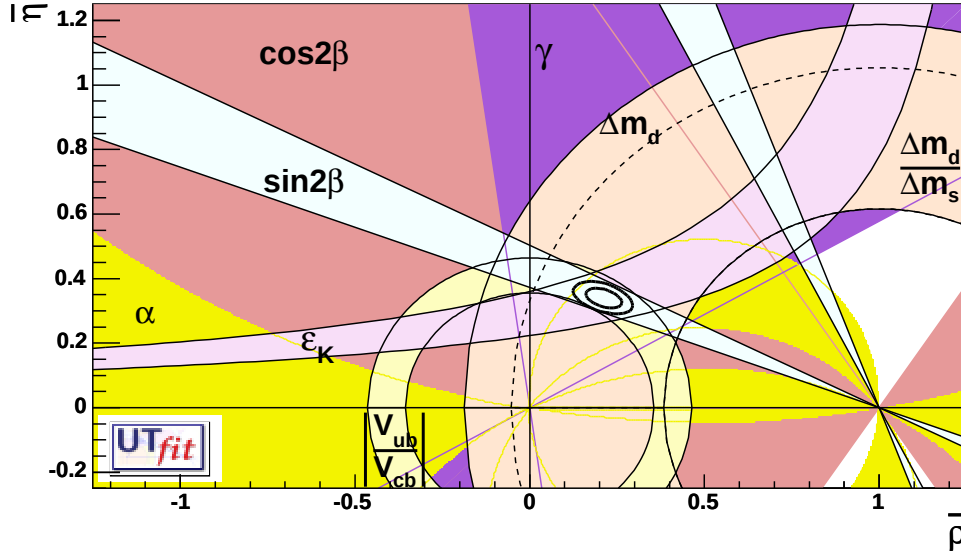


Figura 1.2: Vincoli posti sul *Triangolo unitario* da tutte le attuali misure sperimentali nel piano complesso $(\bar{\rho} \bar{\eta})$. Vengono qui combinate le informazioni provenienti dalla misura dei lati (misure indirette) con quelle direttamente degli angoli (misure dirette). Le bande rappresentano le zone del piano individuate dalle varie misure al 95 % di livello di confidenza, mentre la combinazione di tutte le misure implica che al 68 % ed al 95 % di livello di confidenza il vertice superiore del triangolo è contenuto nei due cerchi all'intersezione di tutte le bande.

e considerare come generico stato fisico iniziale una combinazione lineare degli autostati di H_0

$$|\psi\rangle = a|P^0\rangle + b|\bar{P}^0\rangle.$$

Se $\mathcal{H} = H_0 + H_w$, dove H_w descrive l'interazione debole, allora l'evoluzione nel tempo dello stato $|\psi\rangle$ sarà data dall'equazione di Schroedinger

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \mathcal{H}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \left(M - \frac{i}{2}\Gamma\right)\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (1.57)$$

dove M e Γ sono due matrici hermitiane dette, rispettivamente, matrice di massa e di decadimento. Poiché l'hamiltoniana H_w viola CP , gli autostati dell'operatore di evoluzione temporale non coincideranno mai, in nessuna base, con gli autostati di CP . Partendo dagli autostati del sistema $B^0 - \bar{B}^0$ ottenuti a partire da H_0 e trattando H_w come una perturbazione dell'hamiltoniana dipendente dal tempo, otteniamo le espressioni esplicite

per gli elementi di transizione delle matrici citate sopra[9]

$$\begin{aligned} M_{ij} &= m_B \delta_{ij} + \langle i | H_W^{\Delta B=2} | j \rangle + P \sum_n \frac{1}{m_B - E_n} \langle i | H_W^{\Delta B=1} | n \rangle \langle n | H_W^{\Delta B=1} | j \rangle \\ \Gamma_{ij} &= 2\pi \sum_n \delta(E_n - m_B) \langle i | H_W^{\Delta B=1} | n \rangle \langle n | H_W^{\Delta B=1} | j \rangle \end{aligned} \quad (1.58)$$

essendo P la parte principale, m_B la massa del B^0 ed E_n l'energia associata allo stato intermedio $|n\rangle$. La simmetria $\mathcal{CPT}$ implica che $H_{11} = H_{22}$. Le equazioni (1.58) ci permettono di dare un significato alle matrici di massa e di decadimento. Notiamo, infatti, che gli elementi diagonali della matrice di massa M sono dominati dall'autovalore m_B dell'hamiltoniana imperturbata H_0 , che racchiude in sé le interazioni forti. Gli elementi fuori diagonale di M esprimono le transizioni $B^0 \longleftrightarrow \bar{B}^0$ con stati intermedi virtuali e transizioni deboli del secondo ordine che, nel Modello Standard, sono descritte da diagrammi a *box* con lo scambio di due bosoni $W^\pm$. Per quanto riguarda la matrice di decadimento Γ , gli elementi diagonali provengono da decadimenti $B^0 \rightarrow f$ e $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}$ mentre quelli fuori diagonale da transizioni del tipo $B^0 \longleftrightarrow i \longleftrightarrow \bar{B}^0$. Dal momento che l'interazione forte conserva il numero quantico di *beauty*⁵, che è un numero quantico addittivo come quello associato a Q nella sezione precedente, esiste un'arbitrarietà nella scelta della fase del campo del quark b ed è quindi possibile, attraverso un'opportuna rotazione, fissare la parità intrinseca dei mesoni B di modo che

$$\mathcal{CP}|B^0\rangle = |\bar{B}^0\rangle \quad (1.59)$$

$$\mathcal{CP}|\bar{B}^0\rangle = |B^0\rangle \quad (1.60)$$

Gli autostati dell'hamiltoniana totale sono allora esprimibili come

$$|B_{1,2}\rangle = p|B^0\rangle \pm q|\bar{B}^0\rangle \quad |p|^2 + |q|^2 = 1 \quad (1.61)$$

con autovalori

$$\mu_{1,2} = M_{1,2} - \frac{i}{2}\Gamma_{1,2} \quad (1.62)$$

indicando con M_i la massa della particella B_i e con Γ_i la sua vita media. Definendo $\Delta m_d = M_2 - M_1$ e $\Delta\Gamma = \Gamma_2 - \Gamma_1$, possiamo esprimere p, q, μ_1 e μ_2 in funzione degli

⁵Il numero quantico *beauty* è definito come il numero di quark b meno il numero di antiquark $\bar{b}$

elementi di matrice dell'hamiltoniana [10]

$$(\Delta m_d)^2 - \frac{1}{4}(\Delta\Gamma)^2 = 4|M_{12}|^2 - |\Gamma_{12}|^2 \quad (1.63)$$

$$\Delta m_d \cdot \Delta\Gamma = 4\mathcal{R}e(M_{12}\Gamma_{12}^*) \quad (1.64)$$

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} \quad (1.65)$$

Se $|p| \neq |q|$ gli autostati dell'hamiltoniana $\mathcal{H}$ non sono anche autostati di $\mathcal{CP}$ ed è questo fenomeno di mescolamento che porta alla **violazione indiretta** di $\mathcal{CP}$.

Anche quando non si è in presenza né di violazione di CP indiretta ($|q|/|p| \neq 1$) né di violazione di CP diretta ($|A_f|/|\bar{A}_f| \neq 1$), si può comunque essere sensibili alla violazione di CP **nell'interferenza fra decadimenti e mescolamento**, purché, come vedremo, la quantità

$$\mathcal{I}m \lambda = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_f}{A_f} \neq 0. \quad (1.66)$$

Nella fisica del B la differenza fra la vita media dei due mesoni $\Delta\Gamma$ non è ancora stata misurata ma si ritiene che sia trascurabile (10^{-2}) e gli attuali limiti sperimentali [11] sono

$$-0.084 < \Delta\Gamma/\Gamma < 0.068 \text{ (al 90 \% di probabilità)}, \quad (1.67)$$

mentre Δm_d è stato invece determinato attraverso misure della quantità

$$x_d = \Delta m_d/\Gamma = 0.771 \pm 0.012, \quad (1.68)$$

per cui in ottima approssimazione vale la relazione

$$\Delta\Gamma \ll \Delta m_d \quad (1.69)$$

Quindi, con precisione almeno $O(10^{-1})$, possiamo semplificare le equazioni nella forma

$$\Delta m_d = 2|M_{12}| \quad \Delta\Gamma = 2\mathcal{R}e(M_{12}\Gamma_{12}^*)/|M_{12}| \quad (1.70)$$

$$q/p = |M_{12}|/M_{12} \quad (1.71)$$

Potremo in generale descrivere allora l'evoluzione temporale di una coppia di mesoni $B - \bar{B}$ come

$$|B^0(t)\rangle = g_+(t)|B^0\rangle + (q/p)g_-(t)|\bar{B}^0\rangle \quad (1.72)$$

$$|\bar{B}^0(t)\rangle = (p/q)g_-(t)|B^0\rangle + g_+(t)|\bar{B}^0\rangle \quad (1.73)$$

dove

$$g_+(t) = e^{-iMt} e^{-\Gamma t/2} \cos(\Delta m_d t/2) \quad (1.74)$$

$$g_-(t) = e^{-iMt} e^{-\Gamma t/2} \sin(\Delta m_d t/2) \quad (1.75)$$

con $M = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)$ e $\Gamma = \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)$. L'inverso della larghezza di decadimento $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ è la vita media del mesone B^6 .

Consideriamo ora uno stato di partenza $|i\rangle$ costituito dalla coppia di mesoni $B^0 - \bar{B}^0$, prodotto in uno stato iniziale coerente, come avviene in una B -Factory, a partire dalla risonanza $Y(4S)$ prodotta nelle collisioni e^+e^- . L'ampiezza di decadimento di $|i\rangle$ negli stati finali f_a ed f_b , rispettivamente negli istanti t_a ed t_b , risulta quindi essere

$$\langle f_a(t_a) f_b(t_b) | i \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle f_a | B^0(k, t_a) \rangle \langle f_b | \bar{B}^0(\bar{k}, t_b) \rangle - \langle f_b | B^0(\bar{k}, t_b) \rangle \langle f_a | \bar{B}^0(k, t_a) \rangle) \quad (1.76)$$

Utilizzando le relazioni precedenti e avendo definito

$$A_f \equiv \langle f | H | B^0 \rangle \quad \bar{A}_f \equiv \langle f | H | \bar{B}^0 \rangle \quad \bar{\rho}(f) \equiv \frac{\bar{A}_f}{A_f}, \quad (1.77)$$

si ha che la probabilità P di avere una transizione $i \rightarrow f_a(t_a) f_b(t_b)$ risulta essere

$$\begin{aligned} P \propto \frac{1}{2} \exp(-\Gamma_B(t_a + t_b)) |A_a A_b| \cdot \{ (1 + \cos(\Delta m_d(t_a - t_b))) |\bar{\rho}(t_b) - \\ - \bar{\rho}(t_a)|^2 + (1 - \cos(\Delta m_d(t_a - t_b))) \left| \frac{p}{q} - \frac{q}{p} \bar{\rho}(t_a) \bar{\rho}(t_b) \right|^2 + \\ + 2 \sin(\Delta m_d(t_a - t_b)) \operatorname{Im} \left[\left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \bar{\rho}(t_a) \bar{\rho}(t_b) \right) (\bar{\rho}(t_b) - \bar{\rho}(t_a))^* \right] \} \end{aligned} \quad (1.78)$$

Scegliamo allora, in particolare, uno dei due canali, ad esempio f_a , in modo tale che solo uno tra i mesoni B^0 e $\bar{B}^0$ possa decadervi; l'aver individuato all'istante t_a uno stato finale di questo tipo fissa il sapore del mesone B all'istante t_a (questa procedura viene detta di *tagging* e il mesone su cui tale procedura si applica è detto B_{tag}). In questo modo si conosce indirettamente il sapore dell'altro mesone B (mesone non *taggato*), nello stesso istante. Invece consideriamo come f_b uno stato finale di decadimento che sia autostato di $\mathcal{CP}$, cioè tale che sia il mesone B^0 che quello $\bar{B}^0$ possano decadervi. Uno stato di questo tipo può essere raggiunto in due modi diversi:

- il mesone B decade all'istante t_b trovandosi nello stesso stato di sapore in cui si trovava nell'istante t_a .

⁶Usiamo dappertutto la convenzione che $\hbar = c = 1$

- il mesone B cambia sapore, per effetto del fenomeno di mescolamento, e decade all'istante t_b trovandosi nello stato di sapore opposto a quello in cui si trovava nell'istante t_a .

In ambito sperimentale non è possibile in alcun modo avere evidenza dei tempi di decadimento assoluti, ma è invece possibile misurare la differenza di tempo $|t_b - t_a|$, tramite la misura della distanza Δz tra i vertici di decadimento dei due mesoni B .⁷

Queste considerazioni rendono possibile la misura dell'asimmetria dipendente dal tempo e l'estrazione degli angoli del triangolo unitario. Cerchiamo allora di descrivere in modo dettagliato sia il meccanismo di *tagging* che l'estrazione vera e propria dell'angolo β del Triangolo Unitario. Si consideri ai fini della procedura di *tagging* il caso di stati finali semileptonici: in tal caso si ha che

$$B^0 \rightarrow l^+ X^- \nu_l \quad B^0 \not\rightarrow l^- X^+ \bar{\nu}_l \quad (1.79)$$

$$\bar{B}^0 \not\rightarrow l^+ X^- \nu_l \quad \bar{B}^0 \rightarrow l^- X^+ \bar{\nu}_l \quad (1.80)$$

dove il mesone $X^\pm$ solitamente considerato per la fisica del *beauty* è il mesone D .⁸ Nella notazione sopra introdotta si ha che

$$A(l^- X^+ \bar{\nu}_l) = \bar{A}(l^+ X^- \nu_l) = 0 \quad (1.81)$$

Indicato allora l'istante di decadimento dello stato semileptonico come l'istante t_T (istante di *tagging*), dalla 1.78 si ottiene che la probabilità che il mesone non *taggato* decada all'istante t nello stato finale f è

$$P(l^\pm X^\mp, t_T; f, t) \propto |A_l|^2 |A_f|^2 \exp(\Gamma_B(t_T + t)) \cdot \left[\frac{1 + |\lambda_f|^2}{2} \mp \frac{1 - |\lambda_f|^2}{2} \cos(\Delta m_d(t - t_T)) \pm \mathcal{I}m(\lambda_f) \sin(\Delta m_d(t - t_T)) \right] \quad (1.82)$$

dove

$$A_l = \langle l^+ X^- \nu_l | H | B^0 \rangle = \langle l^- X^+ \bar{\nu}_l | H | \bar{B}^0 \rangle = \bar{A}_l \quad (1.83)$$

$$\lambda_f = \frac{q}{p} \bar{\rho}(f) = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_f}{A_f} \quad (1.84)$$

⁷È in questo particolare aspetto che si inserisce il vantaggio dovuto alla presenza del *boost* di Lorentz nelle B -factory di seconda generazione (PEP-II per BaBar e KEK per Belle) rispetto a quelle di prima generazione (CESR per CLEO e DORIS per Argus): nelle macchine asimmetriche, a causa degli effetti relativistici, Δz viene dilatata nel sistema del laboratorio (diverso dal sistema del centro di massa) e, con una opportuna scelta del valore di $\beta\gamma$, si può arrivare a lunghezze tipicamente osservabili tramite i moderni rivelatori a silicio ($\sim 250\mu m$).

⁸Il mesone D è quello prodotto più abbondantemente, poiché contiene un quark *charm*, che nella matrice CKM presenta un accoppiamento di $O(1)$ con il quark *bottom*, contenuto nel mesone B che decade.

e si è imposto $|q/p| \simeq 1$, come lecito nell'ambito della fisica del *beauty*. Il caso del decadimento nello stato $\bar{f}$, coniugato di $\mathcal{CP}$ dello stato f , si ottiene a partire dalla 1.82, sostituendo $A_f \rightarrow \bar{A}_{\bar{f}}$ e $\lambda_f \rightarrow \bar{\lambda}_{\bar{f}}$, dove

$$\bar{\lambda}_{\bar{f}} = \left(\frac{q}{p}\right)^* \frac{A_{\bar{f}}}{\bar{A}_{\bar{f}}} \quad (1.85)$$

Dato che, come detto, la sensibilità temporale della misura sperimentale è limitata alla quantità $\Delta t = t - t_T$, la formula fisicamente rilevante nella descrizione del fenomeno non è la 1.82, ma la seguente

$$P(l^\pm X^\mp, f; \Delta t) \propto |A_l|^2 |A_f|^2 \exp(\Gamma_B |\Delta t|) \cdot \left[\frac{1 + |\lambda_f|^2}{2} \mp \frac{1 - |\lambda_f|^2}{2} \cos(\Delta m_d \Delta t) \pm \mathcal{I}m(\lambda_f) \sin(\Delta m_d \Delta t) \right] \quad (1.86)$$

ottenuta dalla precedente tramite un cambio di variabili

$$\left. \begin{matrix} t \\ t_T \end{matrix} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{matrix} \Delta t = t - t_T \\ T = t + t_T \end{matrix} \right. \quad (1.87)$$

e l'integrazione su T . Va notato che Δt può assumere valori negativi, in quanto nulla forza il decadimento di *tag* ad avvenire prima del decadimento nello stato f . L'asimmetria di $\mathcal{CP}$ sarà allora definita come:

$$\begin{aligned} A_{CP} &= \frac{P(l^- X^+, f; \Delta t) - P(l^+ X^-, f; \Delta t)}{P(l^- X^+, f; \Delta t) + P(l^+ X^-, f; \Delta t)} = \\ &= \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2} \cos(\Delta m_d \Delta t) - \frac{2\mathcal{I}m(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2} \sin(\Delta m_d \Delta t) \end{aligned} \quad (1.88)$$

Ai fini della misura dell'asimmetria di $\mathcal{CP}$ definiamo S il coefficiente davanti a $\sin(\Delta m_d \Delta t)$, cambiato di segno, e C il coefficiente davanti a $\cos(\Delta m_d \Delta t)$, quindi:

$$\begin{aligned} C &= \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2} \\ S &= \frac{2\mathcal{I}m(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2} \end{aligned} \quad (1.89)$$

Tornando allora alla definizione del rapporto q/p (equazione 1.65), il fatto che nell'ambito del sistema $B^0 \bar{B}^0$ si abbia

$$|\Delta\Gamma| \ll \Delta m_d \quad (1.90)$$

permette uno sviluppo in potenze di Γ_{12}/M_{12} , da cui si ottiene

$$\frac{q}{p} \simeq \frac{M_{12}^*}{|M_{12}|} \left(1 - \frac{1}{2} \mathcal{I}m \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right) \quad (1.91)$$

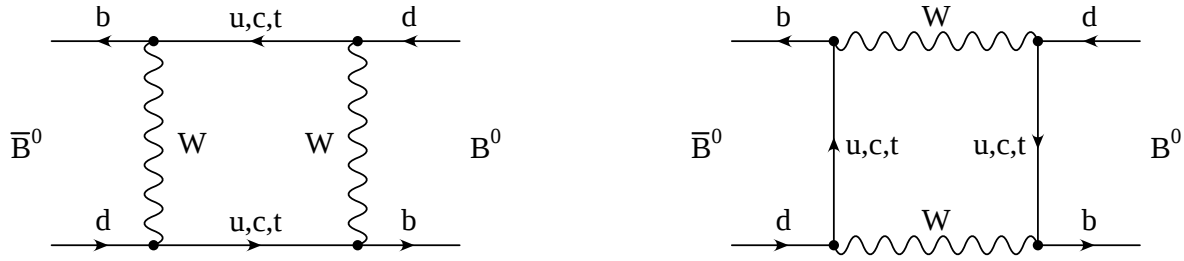


Figura 1.3: Diagrammi a box responsabili del mescolamento $B^0 \bar{B}^0$

Assunta la validità dello **SM**, all'elemento di matrice M_{12} contribuiscono solo i diagrammi a *box* mostrati in figura 1.3. Considerando il fatto che gli accoppiamenti tra quark appartenenti a famiglie diverse vengono ad essere soppressi da potenze dell'angolo di Cabibbo, il contributo dominante sarà quello dovuto al quark t , il cui accoppiamento al quark b è di ordine 1. Si ha di conseguenza

$$\frac{q}{p} \simeq \frac{M_{12}^*}{|M_{12}|} = \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} = e^{-2i\beta} \quad (1.92)$$

dove β è l'angolo del triangolo unitario, mostrato in figura 1.2 e definito come

$$\beta = \text{Arg} \left(\frac{V_{cb} V_{cd}^*}{V_{td} V_{tb}^*} \right) = \text{Arg} \left(\frac{1}{V_{td}} \right) \quad (1.93)$$

Detto questo, consideriamo l'autostato di $\mathcal{CP}$ dato dalla coppia di mesoni $J/\psi K_S^0$. Per il fenomeno di mescolamento tra K^0 e $\bar{K}^0$, analogo a quello descritto per $B^0 \bar{B}^0$, si può scrivere

$$|K_{S,L}^0\rangle = p_K |K^0\rangle \pm q_K |\bar{K}^0\rangle \quad (1.94)$$

Inoltre, la transizione $B \rightarrow K$ seleziona il sapore del mesone B , in quanto

$$B^0 \rightarrow K^0 \quad B^0 \not\rightarrow \bar{K}^0 \quad (1.95)$$

$$\bar{B}^0 \not\rightarrow K^0 \quad \bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0 \quad (1.96)$$

a meno di contributi $\sim G_F^2$ nelle ampiezze di transizione. Di conseguenza, il parametro che entra nella 1.86 è, in questo caso,

$$\lambda_{J/\psi K_S^0} = \frac{A(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S^0)}{A(B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0)} \left(\frac{q}{p} \right)_B = \frac{A(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}^0)}{A(B^0 \rightarrow J/\psi K^0)} \left(\frac{q}{p} \right)_B \left(\frac{q}{p} \right)_K \quad (1.97)$$

Procedendo in modo analogo a quanto visto per $B^0 \bar{B}^0$, si ottiene che

$$\left(\frac{q}{p} \right)_K \simeq \frac{V_{cd}^* V_{cs}}{V_{cs}^* V_{cd}} \quad (1.98)$$

I decadimenti che contribuiscono alle ampiezze in 1.97 sono dovuti a transizioni di tipo $b \rightarrow s\bar{c}c$, dovendo comparire nello stato finale un kaone (che assorbe il quark spettatore⁹ e la J/ψ , che è uno stato $c\bar{c}$. Si avrà allora un contributo di tipo $V_{cb}V_{cs}^*$ per $A(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi\bar{K}^0)$ ed un contributo di tipo $V_{cs}V_{cb}^*$ per $A(B^0 \rightarrow J/\psi K^0)$. In definitiva si ottiene

$$\lambda_{J/\psi K_S^0} \simeq \left(\frac{V_{cs}^* V_{cb}}{V_{cb}^* V_{cs}} \right) \cdot \left(\frac{V_{cd}^* V_{cs}}{V_{cs}^* V_{cd}} \right) \cdot \left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{td}^* V_{tb}} \right) \cdot \eta_{J/\psi K_S^0}, \quad (1.99)$$

dove $\eta_{J/\psi K_S^0}$ è l'autostato di CP di $J/\psi K_S^0$. Semplificando i termini che compaiono sia al numeratore che al denominatore e considerando la definizione dell'angolo β data in 1.93 si ha

$$\lambda_{J/\psi K_S^0} \simeq -e^{-2i\beta} \quad (1.100)$$

Si ottiene così

$$\mathcal{I}m(\lambda_{J/\psi K_S^0}) = \sin(2\beta) \quad (1.101)$$

Dal numero di decadimenti $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ e $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}_S^0$ in funzione del tempo e tramite l'ausilio dell'informazione dovuta al *tagging* si può ottenere il valore dell'angolo β a partire da un fit dipendente dal tempo, fatto in funzione dell'incognita $\mathcal{I}m(\lambda_{J/\psi K_S^0})$. Va notato che la semplicità di questo caso sta tutta nell'assenza di complicazioni dovute al rapporto tra le ampiezze di decadimento: in $A(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi \bar{K}^0)$ e $A(B^0 \rightarrow J/\psi K^0)$ compare infatti una sola fase debole, a meno di termini trascurabili. Inoltre è importante notare che nella rappresentazione usuale della matrice CKM, tutto il contributo alla fase che si misura viene dal mescolamento, mentre nessuna fase aggiuntiva viene dalle ampiezze coinvolte nel decadimento della $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$.

1.5 Estrazione di $\sin(2\beta)$ nei decadimenti del B

Dai decadimenti a due corpi del $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ a *BABAR* è emersa per la prima volta la violazione di CP nella fisica del B . Questo canale è dominato da un contributo ad albero, con transizione $b \rightarrow c\bar{c}s$; essendo il contributo CKM $V_{cb}V_{cs}^*$, cioè di ordine $O(\lambda^2)$, il rapporto di decadimento per questo canale è dell'ordine di $10^{(-4)}$ e, con l'aumentare della luminosità integrata del campione di dati raccolto a *BABAR* si è ottenuta una misura molto precisa di $\sin(2\beta)$ [5], che, combinata con l'analoga misura di Belle [29], risulta attualmente pari a 0.726 ± 0.037 [34].

⁹Nei decadimenti a due corpi si definisce quark spettatore quello fra i due che compongono il mesone iniziale che non è affetto direttamente dall'interazione debole.

Allo stesso tempo si è iniziato ad avere evidenza di altri decadimenti con ampiezze dominate da termini CKM che non hanno fasi aggiuntive, quindi anch'essi potenzialmente sensibili alla misura del $\sin(2\beta)$ proveniente dal mescolamento, in canali a due corpi tipicamente senza *charm* nello stato finale e pertanto *Cabibbo soppressi* rispetto a $J/\psi K_S^0$. Dato il numero limitato di eventi a disposizione, essi non possono contribuire ad una misura di precisione del $\sin(2\beta)$, tuttavia fra di essi ve ne sono alcuni particolarmente interessanti, che sono dominati da transizioni $b \rightarrow s$ caratterizzati da diagrammi di tipo pinguino¹⁰, come per esempio nei decadimenti del $B \rightarrow \phi K_S^0$ e $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$.

Il grande interesse suscitato da questo tipo di decadimenti sta nel fatto che, mentre nei diagrammi di tipo albero entrano in gioco soltanto particelle reali, nei diagrammi a *loop* caratteristici delle transizioni $b \rightarrow s$, oltre a queste entrano in gioco tutte le particelle virtuali che nella lagrangiana risultano correttamente accoppiate con i quark b ed s . Nel Modello Standard questo avviene soltanto con interazioni deboli attraverso i quark u, c e t ¹¹, tuttavia eventuali particelle non ancora scoperte in natura e dovute a contributi di Nuova Fisica (sia nel settore delle interazioni forti che in quello elettrodebole) potrebbero portare nell'ampiezza termini aggiuntivi capaci con le loro nuove fasi di modificare i valori di S e C rispetto ai valori di aspettazione previsti dal Modello Standard.

Data la limitata statistica a disposizione, risulta importante raccogliere informazioni sul più largo numero di canali di questo tipo esistenti fra quelli in cui il mesone B^0 decade. In questa ottica si inseriscono i decadimenti del B in tre corpi, per i quali spesso il numero di eventi a disposizione è pari o superiore agli analoghi decadimenti a due corpi.

Tuttavia, sia nei decadimenti a due e tre corpi, vi è spesso una difficoltà aggiuntiva: la presenza simultanea di più ampiezze, con diverse fasi forti, porta ad avere in $\mathcal{I}m(\lambda)$ un contributo non calcolabile, dovuto alle fasi forti, che non permette di esprimere tale quantità solamente in funzione dell'angolo β . Partiamo da

$$\lambda_f = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_f}{A_f} \quad (1.102)$$

che come abbiamo visto è legato al valore dell'asimmetria C ed S di Eq. 1.89, dove

¹⁰Il modello standard vieta al primo ordine processi *FCNC*, cioè processi con correnti neutre che cambiano il sapore del quark, per cui per effettuare la transizione $b \rightarrow s$ è necessario procedere prima con una transizione $b \rightarrow u_i$ e poi con un'altra $u_i \rightarrow s$ ($u_i = [u, c, t]$), con emissione e riassorbimento di un bosone $W^\pm$, dove il quark u_i procede in un *loop*

¹¹anche se, come visto, è il diagramma con il quark t nel *loop* a dominare nelle transizioni $b \rightarrow s$

ricordiamo che

$$\bar{A}_f = \langle f | \mathcal{H}_{EW} | \bar{B}^0 \rangle, \quad A_f = \langle f | \mathcal{H}_{EW} | B^0 \rangle.$$

Se f è un autostato di CP , possiamo riscrivere A_f come

$$\begin{aligned} \bar{A}_f &= \langle f | (\mathcal{CP})^+ \mathcal{CP} \mathcal{H}_{EW} (\mathcal{CP})^+ \mathcal{CP} | \bar{B}^0 \rangle \\ &= \eta_f \langle f | \mathcal{CP} \mathcal{H}_{EW} (\mathcal{CP})^+ | B^0 \rangle, \end{aligned}$$

dove si è usata la convenzione stabilita per l'autostato di $\mathcal{CP}$ del mesone B^0 definita in Eq. 1.60 ed η_f è l'autovalore dell'autostato di CP f .

Scrivendo ora l'ampiezza A_f come in Eq. 1.7 e considerando che nell'hamiltoniana coniugata di CP le fasi forti rimangono le stesse, mentre le fasi deboli cambiano di segno, otteniamo

$$\lambda_f = \eta_f e^{-2i\beta} \frac{\sum_i A_i e^{i\delta_i} e^{-i\phi_i}}{\sum_i A_i e^{i\delta_i} e^{i\phi_i}}. \quad (1.103)$$

Nel caso in cui ci sia o domini un solo termine dell'ampiezza per il quale $\phi = 0$, il modulo e la fase nell'ampiezza si cancellano ed otteniamo semplicemente

$$\lambda_f = \eta_f e^{-2i\beta}; \quad (1.104)$$

al contrario se l'ampiezza ha due termini come in

$$A_f = A_1 e^{i\delta_1} e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\delta_2} e^{i\phi_2}$$

dove il secondo è soppresso rispetto al primo e $\phi_1 = 0$ nei canali che ci interessano, otteniamo

$$\lambda_f = \eta_f e^{-2i\beta} \frac{1 + \frac{A_2 e^{i\delta_2} e^{i\phi_2}}{A_1 e^{i\delta_1}}}{1 + \frac{A_2 e^{i\delta_2} e^{-i\phi_2}}{A_1 e^{i\delta_1}}} \quad (1.105)$$

Come si può notare in questo caso la fase di λ_f non è più direttamente proporzionale all'angolo β ; inoltre i fenomeni di interferenza rendono diversi i moduli delle due ampiezze A_f e $\bar{A}_f$, il che implica che λ_f non sia una pura fase ed introduce così un parametro incognito aggiuntivo nella misura ($|\lambda_f| \neq 1 \rightarrow C \neq 0$).

Nel caso dei decadimenti in tre corpi di spin 0 l'ampiezza fisica dipende da due parametri cinematici dello spazio delle fasi (che indichiamo nel seguito con Ω). Tutte le precedenti considerazioni rimangono valide, pur di integrare le ampiezze in tutto lo spazio

delle fasi permesso, dove i vari termini delle ampiezze, incluse le fasi forti, dipendono in generale dal punto dello spazio delle fasi in cui vengono calcolate. Nel caso in cui contribuisca all'ampiezza un solo termine, la situazione rimane però molto semplice e, sempre nell'ipotesi assunta $\phi_1 = 0$, si ottiene:

$$\begin{aligned}\lambda_f &= \eta_f e^{-2i\beta} \frac{\int d\Omega \bar{A}_f(\Omega) A_f^*(\Omega)}{\int d\Omega |A_f(\Omega)|^2 + |\bar{A}_f(\Omega)|^2} \\ &= \frac{\int d\Omega A_1(\Omega) e^{i\delta_1(\Omega)} e^{-i\phi_1} \cdot A_1(\Omega) e^{-i\delta_1(\Omega)} e^{-i\phi_1}}{\int d\Omega A_1^2(\Omega)} \\ &= \eta_f e^{-2i\beta} e^{-2i\phi_1} = \eta_f e^{-2i\beta}\end{aligned}\tag{1.106}$$

poiché la fase debole $e^{i\phi_1}$, essendo indipendente dallo spazio delle fasi, può essere tirata fuori dall'integrale.

1.6 Autostati di CP nei decadimenti a tre corpi

Nel caso dei decadimenti a tre corpi non sono molti gli stati finali in cui si può distinguere con facilità l'autostato di CP , informazione che come abbiamo visto è necessaria per poter estrarre il valore di $\lambda_f = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_f}{A_f}$ che caratterizza le misure di C ed S . Esistono tuttavia due casi in cui ciò è possibile:

1. $B \rightarrow PPP'$, dove $[P, P' = (\pi^0, K_S^0, K_L^0)]$
2. $B \rightarrow Q\bar{Q}P$, dove $[Q = (K^+, \pi^+)]$ e $[P = (\pi^0, K_S^0, K_L^0)]$

Partiamo dal primo caso, che presenta nello stato finale tre pseudoscalari neutri autostati essi stessi di CP ,¹² che illustriamo mediante il canale di cui in questa tesi verrà sperimentalmente estratto il valore dell'asimmetria S e C , cioè $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$. Scriviamo lo stato finale come

$$|K_S^0(p_1) K_S^0(p_2) K_S^0(p_3)\rangle$$

dove p_1 , p_2 e p_3 sono gli impulsi dei rispettivi mesoni. In tutta generalità possiamo sempre porci nel sistema di riferimento del centro di massa delle prime due particelle e caratterizzare lo stato fisico tramite il momento angolare fra le prime due particelle l e fra le prime due e la terza l' . Il momento angolare totale di questi due sistemi non

¹²Nelle seguenti considerazioni considereremo K_S^0 e K_L^0 come autostati di CP esatti, essendo la violazione di CP nel sistema dei K di $O(10^{-3})$.

può che essere lo stesso ($l' = l$): il momento angolare totale dato dalla composizione dei due sistemi deve infatti essere zero, essendo il mesone B di partenza una particella pseudoscalare. In definitiva possiamo scrivere lo stato finale come

$$|[K_S^0(p)K_S^0(-p)]_l K_S^0(p')_l\rangle.$$

Applicando l'operazione di parità $\mathcal{P}$ otteniamo

$$\mathcal{P}|K_S^0(p)K_S^0(-p)K_S^0(p')\rangle = -1|K_S^0(p)K_S^0(-p)K_S^0(p')\rangle,$$

dove teniamo in conto che la parità intrinseca di uno pseudoscalare è -1 , mentre applicando $\mathcal{C}$

$$\mathcal{C}|K_S^0(p)K_S^0(-p)K_S^0(p')\rangle = (\eta_{K_S^0})^3|K_S^0(p)K_S^0(-p)K_S^0(p')\rangle = -|K_S^0(-p)K_S^0(p)K_S^0(p')\rangle$$

dove $\eta_{K_S^0}$ rappresenta l'autostato di $\mathcal{C}$ del K_S^0 . Il momento angolare tra le prime due particelle è necessariamente pari, poiché essendo i K_S^0 dei mesoni pseudoscalari di spin 0 e dovendo per questo obbedire alla statistica di *Bose-Einstein* [30], la funzione d'onda deve essere pari sotto scambio dei due mesoni, da cui si deduce che sotto operazione di CP

$$\mathcal{CP}|K_S^0(p)K_S^0(-p)K_S^0(p')\rangle = +|K_S^0(p)K_S^0(-p)K_S^0(p')\rangle.$$

$K_S^0 K_S^0 K_S^0$ è quindi un autostato di CP con autovalore $+1$. Se prendiamo invece ad esempio $K_S^0 K_S^0 K_L^0$, l'autovalore è -1 .

Come esempio di canali del secondo tipo scegliamo invece $K^+ K^- K_S^0$. Applicando $\mathcal{P}$ otteniamo

$$\mathcal{P}|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle = -1|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle$$

mentre applicando $\mathcal{C}$ si ottiene

$$\begin{aligned} \mathcal{C}|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle &= \eta_c(K_s^0)|K^-(p)K^+(-p)K_S^0(p')\rangle = \\ &= \eta_c(K_s^0)(-1)^l|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle = (-1)^{l+1}|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle \end{aligned}$$

per cui in definitiva sotto CP

$$\begin{aligned} \mathcal{CP}|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle &= \eta_c(K_s^0)|K^-(p)K^+(-p)K_S^0(p')\rangle = \\ &= \eta_c(K_s^0)(-1)^l|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle = (-1)^l|K^+(p)K^-(-p)K_S^0(p')\rangle \end{aligned}$$

quindi l'autovalore dell'autostato di CP viene a dipendere dal momento angolare relativo fra le prime due particelle. Questo fa sí che al fine di interpretare il parametro S dell'asimmetria di CP in termini di $\sin(2\beta)$ ci sia bisogno di fare una analisi in onde parziali, separando le onde pari dalle onde dispari mediante una espansione in termini delle autofunzioni del momento angolare (i polinomi di Legendre).

Capitolo 2

Decadimenti del mesone B in 3 pseudoscalari leggeri

2.1 Dalla teoria *completa* a quella *efficace*

L'oggetto di questa analisi è lo studio dei decadimenti deboli del mesone B in 3 corpi. I mesoni, ed in particolare il mesone B , sono stati legati dalle interazioni forti, per cui il ruolo della QCD in questi decadimenti è molto rilevante. La scala delle interazioni forti è nel nostro caso dell'ordine di qualche GeV, essendo legata all'energia del quark più pesante. Una visione più chiara del ruolo giocato invece dalle interazioni elettrodeboli nel decadimenti del mesone B può essere ottenuta usando l'espansione operatoriale messa a punto per una generica teoria di campo nel 1972 da Wilson e Zimmermann [12]. Partendo dal formalismo degli integrali funzionali, la transizione tra il mesone B iniziale e lo stato finale f è mediato dal prodotto di quattro correnti (aventi i numeri quantici giusti per distruggere il mesone iniziale e creare i tre mesoni dello stato finale) calcolate in quattro punti diversi dello spazio di Minkowsky. Sia $O_B^+(x)$ l'operatore con i numeri quantici giusti per distruggere il mesone B (ad esempio per il B^0 $b(x)\bar{d}(x)$) e siano $O_{P_1}(z_1)$, $O_{P_2}(z_2)$ ed $O_{P_3}(z_3)$ gli operatori che interpolano la creazione dei mesoni dello stato finale, si ha che l'ampiezza per il canale considerato può essere scritta, usando la formula di riduzione LSZ [13], come:

$$\begin{aligned}
 A(B(\vec{p}) \rightarrow F) &= \int d^4x d^4z_1 d^4z_2 d^4z_3 e^{(-i p x + i k_1 z_2 + i k_2 z_2 + i k_3 z_3)} (\square_x + m_B^2) \\
 &\quad (\square_{z_1} + m_{P_1}^2)(\square_{z_2} + m_{P_2}^2)(\square_{z_3} + m_{P_3}^2) \\
 &\quad \langle 0 | \mathcal{T} [O_{P_1}(z_1) O_{P_2}(z_2) O_{P_3}(z_3) O_B^+(x)] | 0 \rangle
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

dove gli operatori di tipo $(\square_x + m^2)$ rappresentano i propagatori inversi delle rispettive particelle e servono semplicemente ad eliminare le gambe esterne nei diagrammi rappresentati dalla funzione di Green a quattro punti $\langle 0 | \mathcal{T} [O_{P_1}(z_1) O_{P_2}(z_2) O_{P_3}(z_3) O_B^+(x)] | 0 \rangle$ e $\mathcal{T}$ è il prodotto tempo ordinato. Una delle variabili x, z_1, z_2, z_3 è ridondante, essendo l'interazione invariante per traslazione, per cui con un semplice cambiamento di variabili $y_i = z_i - x$ con $i = 1, 2, 3$ ed esprimendo tale funzione come integrale funzionale si ottiene:

$$\langle | T [O_{P_1}(y_1) O_{P_2}(y_2) O_{y_3}(z_3) O_B^+(0)] | \rangle = \quad (2.2)$$

$$\int \prod_x d[\phi(x)] d[\bar{\phi}(x)] O_{P_1}(y_1) O_{P_2}(y_2) O_{P_3}(y_3) O_B^+(0) \exp[i \int d^4x \mathcal{L}(x)], \quad (2.3)$$

dove con in campi $\phi(x)$ e $\bar{\phi}(x)$ vogliamo indicare per brevità tutti i campi fermionici e bosonici della teoria. Poiché i decadimenti deboli sono l'unico strumento a disposizione per fare decadere un mesone contenente un quark b in stati finali che non lo contengono, la dinamica contenuta nell'azione genererà al primo ordine, come vedremo in seguito, lo scambio di un bosone W a partire da due gambe di quark (appartenenti entrambe allo al mesone B iniziale o una a questo e l'altra ad un mesone dello stato finale) verso due quark dei mesoni dello stato finale. Per semplicità immaginiamo di isolare fra i contributi dell'ampiezza una di quelle topologie che nel seguito chiameremo di annichilazione, cioè dove il mesone W si propaga a partire dall'annichilazione del mesone iniziale B^0 in 0 e genera il primo dei mesoni dello stato finale in y_1 , mentre gli altri due mesoni dello stato finale sono generati direttamente a partire da scambio di gluoni. Questo farà sí che l'integrale funzionale nel prodotto $O_{P_1}(y_1) O_B^+(0)$ risulti singolare per $y_1 \rightarrow 0$. L'idea di Wilson fù quella di sostituire la parte singolare del prodotto degli operatori locali, con una somma su altri operatori locali, del tipo:

$$A(x)B(y) \rightarrow \sum_c F_c^{ab}(x-y)C(y) \quad (2.4)$$

con $F_c^{ab}(x-y)$ funzioni complesse singolari in $x = y$. Definendo d_a, d_b e d_c la dimensionalità in $x - y$ (che è circa $\frac{1}{p}$) di J_a, J_b e J_c , un semplice conto dimensionale evidenzia che $F_c^{ab}(x-y) \sim d_a + d_b - d_c$. Ne segue che la singolarità di F_c^{ab} decresce all'aumentare della complessità di J_c , cioè per esempio all'aumentare delle derivate in esso contenute

$(\delta^\mu \sim \frac{1}{x-y})$.¹ Nel nostro caso specifico la relazione di Eq. 2.4 diventa:

$$O_{P_1}(y_1)O_B^+(0) \rightarrow \sum_Q F_Q(y_1)Q(0) \quad (2.5)$$

dove Q sarà al primo ordine un operatore effettivo a quattro quark.

Per fare ciò è sufficiente distinguere nell'hamiltoniana i contributi a lunga distanza da quelli a corta distanza [31]. Ciò è reso possibile dal fatto che lo SM è una teoria locale. Preso un intorno di raggio R centrato in $x = 0$ l'azione è:

$$S = \int_{x \in B(R)} d^4x \mathcal{L}(x) + \int_{x \notin B(R)} d^4x \mathcal{L}(x) \quad (2.6)$$

per cui l'integrale funzionale risulterà:

$$\begin{aligned} \langle T[O_{P_1}(y_1)O_{P_2}(y_2)O_{P_3}(y_3)O_B^+(0)] \rangle &= \int \prod_{x \in B(R)} d[\phi(x)]d[\bar{\phi}(x)]O_{P_1}(y_1)O_B^+(0) \exp[i \int d^4x \mathcal{L}(x)] \cdot \\ &\quad \int \prod_{x \notin B(R)} d[\phi(x)]d[\bar{\phi}(x)]O_{P_2}(y_2)O_{P_3}(y_3) \exp[i \int d^4x \mathcal{L}(x)] \end{aligned} \quad (2.7)$$

dove gli integrali funzionali nella regione dentro $B(R)$ e al di fuori di questo intorno sferico sono del tutto indipendenti. Esprimendo il valore del campo $O_{P_1}(y_1)$ dentro l'intorno in funzione delle derivate sulla superficie dello stesso e facendo tendere $R \rightarrow 0$, si ottiene:

$$\begin{aligned} \langle T[O_{P_1}(y_1)O_{P_2}(y_2)O_{P_3}(y_3)O_B^+(0)] \rangle_{R \rightarrow 0} &= \\ \sum_Q F_Q(y_1) \int \prod_x d[\phi(x)]d[\bar{\phi}(x)]O_{P_2}(y_2)O_{P_3}(y_3)Q(0) \exp[i \int d^4x \mathcal{L}(x)] &= \\ \sum_Q F_Q(y_1) \langle T[O_{P_2}(y_2)O_{P_3}(y_3)Q(0)] \rangle & \end{aligned} \quad (2.8)$$

Tornando alla nostra ampiezza e semplificando la notazione, per l'ampiezza nello spazio delle configurazioni otteniamo:

$$A(B(0) \rightarrow P_1(y_1)P_2(y_2)P_3(y_3)) \propto \sum_Q F_Q(y_1) \langle T[O_{P_2}(y_2)O_{P_3}(y_3)Q(0)] \rangle \quad (2.9)$$

Come si può notare tutti i contributi a lunga distanza, inclusi quelli che coinvolgono i restanti operatori, sono rimasti nell'integrale funzionale residuo, mentre i contributi a corta distanza, concentrati a $|y_1| \ll 1$, sono invece confluiti nei coefficienti $F_Q(y_1)$ dell'espansione in $Q(0)$. In realtà anche a piccole distanze (cioè nella parte di integrale funzionale con

¹la rinormalizzazione degli operatori, necessaria per eliminare le divergenze dalla teoria, modifica la dimensione degli operatori, ma il discorso rimane valido fino ad ordini di $\ln((x-y)^2)$.

$x \in B(R)$ intervengono correzioni radiative e di QCD, ma queste sono facilmente calcolabili in teoria delle perturbazioni anche per quanto riguarda la parte forte, sfruttando la libertà asintotica della QCD, attraverso una espansione in $\alpha_S(\mu)$. Tuttavia è necessario fare uso del gruppo di rinormalizzazione per sommare i termini logicamente divergenti $\ln(M_W/\mu)$, che appaiono nelle correzioni con loop alle funzioni di Green. Questo fa sì che intervenga una scala di rinormalizzazione μ , per cui in generale l'ampiezza potrà essere scritta come:

$$A(B \rightarrow F) = \langle F | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_i^{CKM} C_i(\mu) \langle F | Q_i(\mu) | B \rangle \quad (2.10)$$

Nel nostro caso si sceglie tipicamente $\mu \sim 4.3 \text{ GeV}$ (corrispondente alla massa del quark b) e si integrano via dalla teoria tutti i gradi di libertà corrispondenti a particelle più pesanti di esso. Tutti i contributi non perturbativi, in particolare quelli al di sotto della scala μ che non sono calcolabili, contribuiscono agli elementi di matrice $Q_i(\mu)$, mentre tutti i contributi perturbativi confluiscono nei coefficienti di Wilson $C_i(\mu)$. Nel complesso l'ampiezza, essendo una quantità fisica, dovrà essere indipendente dalla scala di rinormalizzazione.

Vogliamo ora illustrare come si applica questo argomento al caso dello scambio del bosone W . Il funzionale che genera le funzioni di Green sarà del tipo

$$\mathcal{Z} \sim \int d[W^+(x)] d[W^-(x)] \exp(i \int d^4x \mathcal{L}_W) \quad (2.11)$$

dove $\mathcal{L}$ è la densità di lagrangiana relativa a tutti i termini con il campo $W_\mu(x)$, sia il termine cinetico sia quello di interazione con i campi fermionici dei quark

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W = & -\frac{1}{2}(\partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+)(\partial^\mu W^{-\nu} - \partial^\nu W^{-\mu}) + M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} \\ & + \frac{g_2}{2\sqrt{2}}(J_\mu^+ W^{+\mu} + J_\mu^- W^{-\mu}) - \frac{1}{2\xi^2}(\partial_\mu W^{\mu-})(\partial^\mu W_\mu^+) \end{aligned} \quad (2.12)$$

dove $J^\mu = V_{CKM}^{ij} \bar{u}^i \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d^j$ con $u^i = (u, c, t)$ e $d^i = (d, s, b)$. L'ultimo termine serve per il *gauge fixing*. Essendo infatti la lagrangiana invariante sotto trasformazioni di *gauge*, l'integrale funzionale somma su tutte le infinite configurazioni per le quali la dinamica è equivalente e perciò risulta necessariamente divergente. Per evitare ciò si è soliti scegliere una particolare traiettoria di integrazione, il che si ottiene con un termine

$$\Delta(\partial_\mu W^\mu) = \int d\xi^2 \exp(-\frac{1}{2\xi^2}(\partial_\mu W^{\mu+})(\partial^\mu W_\mu^-)) \quad (2.13)$$

Allo stesso tempo perché sia conservata la corretta metrica nello spazio delle configurazioni di *gauge* e l'integrale sia indipendente dal *gauge fixing* scelto, si dimostra che è necessario

aggiungere un ulteriore termine, tramite la procedura di Fadeev e Popov [16], che porta all'introduzione dei *ghost*, campi fermionici di spin 0 che violano la statistica di Bose. Integrando sui campi del bosone W , da Eq. 2.11 si ottiene

$$Z_W \sim \exp \left[-i \int \frac{g_2^2}{8} J_\mu^-(x) \Delta^{\mu\nu}(x, y) J_\nu^+(y) d^4x d^4y \right] \quad (2.14)$$

dove è stata scelta la *gauge* unitaria, ponendo $\xi = 0$, e si è definito l'operatore $\Delta^{\mu\nu}(x, y)$ come

$$\begin{aligned} \Delta_{\mu\nu}(x, y) &= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \Delta_{\mu\nu}(k) e^{-ik \cdot (x-y)} \\ \Delta_{\mu\nu}(k) &= -\frac{1}{k^2 - M_W^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_W^2} \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

L'azione S per i campi dei quark diventa allora:

$$S_q = \int d^4x \mathcal{L}_{cin} - \frac{g_2^2}{8} \int d^4x d^4y J^{-\mu}(x) \Delta_{\mu\nu}(x, y) J^{+\nu}(y) \quad (2.16)$$

cioè compare come ci aspettiamo una interazione non locale tra le 2 correnti cariche. Possiamo allora espandere l'operatore $\Delta^{\mu\nu}$ in serie di potenze in $\frac{1}{M_W}$

$$\Delta^{\mu\nu}(x, y) = \frac{g^{\mu\nu}}{M_W^2} \delta^{(4)}(x - y) + O\left(\left(\frac{g_2^2}{M_W^2}\right)^2\right) \quad (2.17)$$

$$(2.18)$$

In ottima approssimazione, poichè $\frac{g_2^2}{M_W^2} \ll 1$, consideriamo solo il primo termine, che ci porta ad una lagrangiana effettiva di interazione del tipo

$$\mathcal{L}_I^{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_\mu^-(x) J^{\mu+}(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{CKM}^{*ij} V_{CKM}^{lm} (\bar{u}_i d_j)_{V-A} (\bar{d}_l u_m)_{V-A} \quad (2.19)$$

cioè un termine di interazione locale tra le correnti dei quark. Questa è (a parte i termini CKM) esattamente la lagrangiana che E. Fermi aveva ipotizzato per spiegare i decadimenti β del nucleo [18], pur non avendosi allora nessuna conoscenza delle teorie di *gauge*, una teoria effettiva perfettamente funzionante in cui la fisica a più alta energia viene disaccoppiata dai fenomeni a più bassa energia che si osservano, ma lascia la sua traccia nella comparsa di *costanti di accoppiamento* effettive, che sono appunto i coefficienti dell'espansione operatoriale di Wilson.

A questo punto per completare l'espansione bisogna calcolare le correzioni di QED e di QCD ai coefficienti dello sviluppo operatoriale; tuttavia il fatto che si sia troncato lo

sviluppo dell'*OPE* al primo termine, che nel nostro caso consiste in operatori a 4 quark di dimensione 6 nell'impulso, fa sì che peggiori il comportamento ultravioletto della teoria. Ciò è evidente usando un più semplice approccio diagrammatico. Come si nota in Fig. 2.1, nei diagrammi di interazione di due correnti fermioniche cariche con scambio di un bosone W , se consideriamo la prima correzione radiative di QCD dovuta allo scambio di un gluone fra due linee fermioniche esterne, nello spazio degli impulsi l'andamento all'infinito dell'integrale è di tipo $\int \frac{d^4 p}{p^6}$, cioè quadraticamente convergente nell'ultravioletto. Trascurando i termini successivi dello sviluppo operatoriale, l'interazione dovuta al bosone

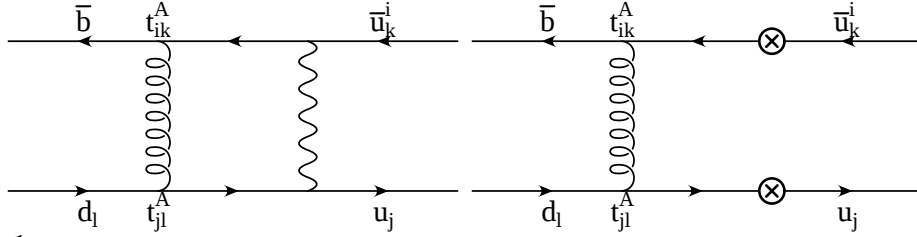


Figura 2.1: Correzione di QCD all'operatore corrente corrente con scambio di un bosone W nella teoria completa (a sinistra) e nella teoria efficace (a destra).

ne W diventa puntiforme e l'andamento ultravioletto dell'integrale diventa invece $\int \frac{d^4 p}{p^4}$ cioè logaritmicamente divergente. Per evitare queste divergenze è sufficiente introdurre un *cutoff* ultravioletto, cioè un limite superiore al valore assoluto dell'impulso che regolarizza la teoria. Si può però dimostrare con uno sviluppo formale analogo a quello che porta alle equazioni del gruppo di rinormalizzazione di Callan-Symanzik che il ruolo svolto dal *cutoff* ultravioletto è formalmente lo stesso della scala di rinormalizzazione μ , a meno di una ridefinizione delle costanti di rinormalizzazione dei coefficienti e degli operatori dell'espansione di Wilson.

Il vantaggio dell'uso di questa espansione è duplice: da un lato si ha una espressione delle ampiezze dal significato fisico molto più chiaro e vicino alla realtà sperimentale, dall'altro si ha la possibilità di separare i contributi dovuti agli elementi di matrice forti da quelle che possiamo considerare le costanti di accoppiamento effettive della teoria. La dipendenza di tali costanti di accoppiamento, ovvero i coefficienti di Wilson, dalla scala intrinseca (Λ) della fisica che compare nei diagrammi virtuali e nei loop, fa sì che già oggi sperimentalmente possiamo testare con la fisica dei decadimenti del B scale di energia dell'ordine delle decine di GeV (ved. [22]).

A livello teorico in realtà il vantaggio maggiore sarebbe quello di aprire la strada al

calcolo degli elementi di matrice adronici, cioè agli operatori dell'espansione contratti tra stato iniziale (B) e prodotto di decadimento, cosa che in teoria è possibile usando metodi di calcolo numerico su reticolo. Ad oggi il cut off ultravioletto massimo che si è riusciti a mettere su reticolo, pur di mantenere una dimensione ragionevole del reticolo rispetto al mesone che si vuole simulare, è di 2-4 GeV, ben al di sotto del valore necessario per la fisica del B . In più esistono anche ragioni teoriche, esplicitate nel cosiddetto *Maiani-Testa no go theorem* [17], per cui non è possibile estrarre la larghezza di decadimento del B per un certo processo dal limite *on shell* della funzione di Green.

2.2 Decadimenti del mesone B in 3 corpi

Lo scopo qui è quello di illustrare la teoria efficace che ci servirà per calcolare le ampiezze dei decadimenti del B in tre corpi, prendendo spunto da quanto è già stato fatto in passato per i due corpi [2] e generalizzando le considerazioni che ivi vengono fatte al caso dei tre corpi. In aggiunta vengono qui considerati anche i contributi dovuti agli operatori magnetici ed elettromagnetici.

Operatori che mediano lo scambio di un bosone W

Nelle transizioni $b \rightarrow s$, prima di implementare le correzioni di QCD, il diagramma dominante è generato direttamente dal termine

$$\mathcal{H}_{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* \sum_a \bar{u}_a \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b_a \sum_b \bar{s}_b \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_b \quad (2.20)$$

dove si è esplicitata la somma sugli indici di colore. Quando si va alla correzione di QCD relativa alla Fig. 2.1, per il cui calcolo si rimanda a [1], si ha uno scambio di gluoni tra due gambe di quark. Tralasciando lo sviluppo analitico e conservando solo i termini operatoriali, si ottiene un contributo del tipo

$$(\bar{b}_i t_{ik}^A u_k)_{V-A} (\bar{u}_j t_{jl}^A d_l)_{V-A} \quad (2.21)$$

$$(2.22)$$

Usando l'identità di Fierz per la parte di colore

$$t_{ab}^A \otimes t_{cd}^A = \frac{1}{2} \delta_{ab} \delta_{cd} - \frac{1}{2N_C} \delta_{ad} \delta_{bc}, \quad (2.23)$$

si introdu nell'hamiltoniana della teoria efficace un nuovo operatore. Gli operatori che intervengono sono quindi due:

$$Q_1 = (\bar{b}_i u_j)_{V-A} (\bar{u}_j s_i)_{V-A} \quad (2.24)$$

$$Q_2 = (\bar{b}_i u_i)_{V-A} (\bar{u}_j s_j)_{V-A}, \quad (2.25)$$

cui vengono preposti solitamente nell'hamiltoniana efficace i coefficienti di Wilson C_1 e C_2 , che in base alle considerazioni fatte dipenderanno da μ , α_S e M_W .² In mancanza di correzioni $C_2 = 1$ e $C_1 = 0$, essendo solo l'operatore Q_1 presente nella teoria completa.

Operatori derivanti da loop con quark top

Analogamente alla generazione dell'operatore Q_1 dall'integrazione del bosone W , l'eliminazione del quark top dai gradi di libertà dinamici della teoria genera una serie ulteriore di operatori, detti operatori a pinguino, definiti come

$$\begin{aligned} Q_3 &= (\bar{b}_i s_i)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_j q_j)_{V-A} \\ Q_4 &= (\bar{b}_i s_j)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_j q_i)_{V-A} \\ Q_5 &= (\bar{b}_i s_i)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_j q_j)_{V+A} \\ Q_6 &= (\bar{b}_i s_j)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_j q_i)_{V+A} \end{aligned}$$

dove la somma su q è intesa su tutti i sapori attivi nella teoria efficace. Partendo ad esempio dal diagramma di Feynman che rappresenta processi $b \rightarrow s$ con un loop con quark *top* virtuale (ved. Fig. 2.2) si ottiene, applicando una prima volta l'identità di Fierz (ved. Eq. 2.23) e considerando che nel loop $Tr(t^A) = 0$ (essendo i generatori di $SU(3)$ a traccia nulla), si ottiene la seguente struttura

$$(\bar{b}_a t_{ab}^A \gamma^\mu (1 - \gamma_5) s_b) \sum_q (\bar{q}_c t_{cd}^A \gamma_\mu q_d), \quad (2.26)$$

che, separata in autostati di chiralità, dà luogo ai seguenti contributi:

$$(\bar{b}_a t_{ab}^A s_b)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_c t_{cd}^A q_d)_{V-A, V+A}. \quad (2.27)$$

²Il calcolo del valore esatto dei coefficienti ad un certo ordine dello sviluppo in serie può essere trovato ad esempio in [1].

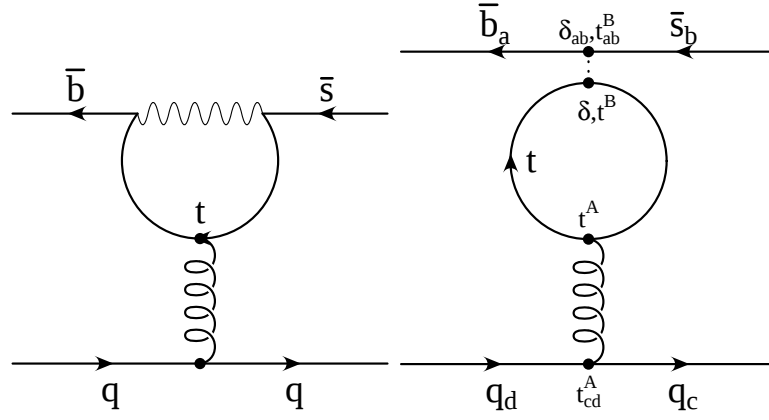


Figura 2.2: Correzione di QCD al primo ordine all'operatore a pinguino con un quark top nel *loop*, prima (a sinistra) e dopo (a destra) aver applicato l'identità di Fierz.

Da qui, usando nuovamente l'identità di Fierz, si ottengono

$$(\bar{b}_a s_a)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_b q_b)_{V-A, V+A} - \frac{1}{2N_c} (\bar{b}_a s_b)_{V-A} \sum_q (\bar{q}_b q_a)_{V-A, V+A} \quad (2.28)$$

e questi sono proprio i 4 contributi presenti negli operatori elencati sopra. Lo stesso procedimento può essere applicato alle correzioni radiative dovute alla *QED*, sostituendo il termine di accoppiamento dei fotoni a quello dei gluoni. Il risultato è dato da quattro nuovi operatori, che risultano indipendenti rispetto ai precedenti 4 grazie alla presenza del peso costituito dalla carica elettrica dei quark.

$$\begin{aligned} Q_7 &= (\bar{b}_i s_i)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_j q_j)_{V-A} \\ Q_8 &= (\bar{b}_i s_j)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_j q_i)_{V-A} \\ Q_9 &= (\bar{b}_i s_i)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_j q_j)_{V+A} \\ Q_{10} &= (\bar{b}_i s_j)_{V-A} \sum_q e_q (\bar{q}_j q_i)_{V+A}. \end{aligned}$$

In generale i coefficienti di Wilson associati a questi operatori sono soppressi dalla presenza di un fattore $\frac{\alpha_{QED}}{\alpha_S}$ (circa 1/20 rispetto agli analoghi pinguini gluonici). In realtà ci sono casi in cui il loro ruolo è assai rilevante, a causa di un notevole innalzamento dei relativi elementi di matrice rispetto agli analoghi contributi forti.

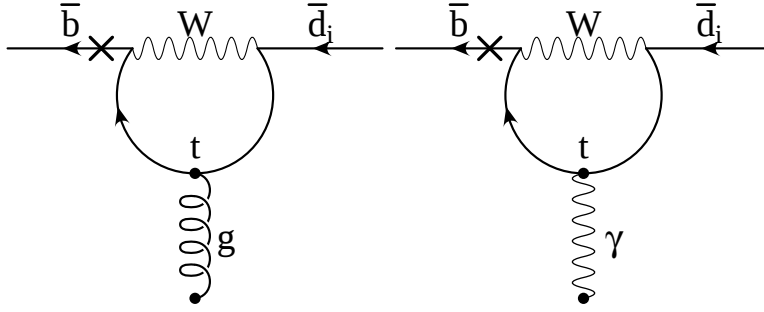


Figura 2.3: Diagrammi ad un *loop* del top ed una inserzione di massa sul quark b con emissione di un gluone (a sinistra) o di un fotone (a destra) da cui derivano nella teoria effettiva gli operatori magnetici e cromomagnetici.

Operatore magnetico e cromomagnetico

Ci sono inoltre ulteriori due operatori, detti pinguini magnetici e cromomagnetici, che nascono da processi del tipo quelli considerati in Fig. 2.3, che corrispondono all'emissione, rispettivamente, di un fotone e di un gluone reale. Perché questi i processi rispettino la chiralità è necessario che ci sia un'inserzione di massa sulla linea fermionica di ingresso del quark b^3 . Gli operatori con l'analoga inserzione di massa sul quark dello stato finale q_f non vengono qui considerati, in quanto l'ampiezza risulta soppressa di un fattore $\frac{m_{qf}}{m_b}$ rispetto alla prima. Gli operatori cui questi contributi danno luogo sono i seguenti

$$Q_{7\gamma} = \frac{e}{8\pi^2} m_b \bar{s}_i \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) b_i F_{\mu\nu} \quad (2.29)$$

$$Q_{8g} = \frac{e}{8\pi^2} m_b \bar{s}_i \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) T_{ij}^a b_j G_{\mu\nu}^a \quad (2.30)$$

Operatori che generano i Charming Penguins

In alcuni canali a due corpi la teoria così come definita finora è incapace di descrivere correttamente i risultati per esempio nei decadimenti del $B \rightarrow \pi\pi$ e del $B \rightarrow K\pi$ [19]. Questo non è sorprendente, poichè finora si è mancato di introdurre due operatori che in generale contribuiscono all'ampiezza, essendo il quark charm attivo nella teoria considerata. Questo porta all'introduzione di due ulteriori operatori:

$$Q_1^c = (\bar{b}_i c_j)_{V-A} (\bar{c}_j s_i)_{V-A} \quad (2.31)$$

$$Q_2^c = (\bar{b}_i c_i)_{V-A} (\bar{c}_j s_j)_{V-A} \quad (2.32)$$

³Il modello standard è una teoria di campo in cui è rispettata la simmetria chirale. Essa è tuttavia rotta spontaneamente mediante il meccanismo di Higgs, che nel dare massa ai quark lega i quark con chiralità *left* con i rispettivi quark di tipo *right*. L'effetto di una inserzione di massa è allora proprio quella di accoppiare due quark dello stesso tipo ma con chiralità opposta.

che sono esattamente analoghi a Q_1 e Q_2 , ma con un quark c al posto del quark u , e per questo avranno gli stessi coefficienti di Wilson C_1 e C_2 . Poiché questi operatori non si ottengono direttamente dai diagrammi di Feynman che saremmo portati intuitivamente a considerare per i processi in gioco, essi non possono che corrispondere a contributi a lunga distanza impossibili da tenere presente in teoria delle perturbazioni. Questi operatori generano inoltre delle contrazioni a pinguino, che sono ormai generalmente noti con il nome di *Charming Penguins*. Nei decadimenti a due corpi del mesone B l'introduzione di questi contributi ha consentito di raggiungere un buon accordo tra teoria e dati sperimentali.

Hamiltoniana efficace

Dopo aver introdotto tutti gli operatori che entreranno in gioco, per semplice convenienza di notazione introduciamo una base di colore diversa e riscriviamo gli operatori come prodotti di due operatori quark antiquark in maniera tale che questi risultino singoletti di colore. In questa maniera passiamo dalle strutture solite di tipo $V - A \otimes V \pm A$ a operatori del tipo $(S - P) \otimes (S + P)$, dove S si riferisce a termini del tipo $\bar{q}q$, mentre P si riferisce a termini del tipo $\bar{q}\gamma_5 q$. L'hamiltoniana che ne deriva e che useremo anche nei

nostri calcoli è la seguente

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\text{eff}} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ V_{ub}V_{ud}^* \left[C_1(\mu) \left(Q_1^{duu}(\mu) - Q_1^{dcc}(\mu) \right) + C_2(\mu) \left(Q_2^{duu}(\mu) - Q_2^{dcc}(\mu) \right) \right] \right. \\
& - V_{tb}V_{td}^* \left[C_1(\mu) Q_1^{dcc}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{dcc}(\mu) \right] \\
& + \sum_{i=3,10} C_i(\mu) Q_i^d(\mu) + C_{7\gamma} Q_{7\gamma}^d(\mu) + C_{8g} Q_{8g}^d(\mu) \left. \right] \\
& + V_{ub}V_{us}^* \left[C_1(\mu) \left(Q_1^{suu}(\mu) - Q_1^{scc}(\mu) \right) + C_2(\mu) \left(Q_2^{suu}(\mu) - Q_2^{scc}(\mu) \right) \right] \\
& - V_{tb}V_{ts}^* \left[C_1(\mu) Q_1^{scc}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{scc}(\mu) \right] \\
& + \sum_{i=3,10} C_i(\mu) Q_i^s(\mu) + C_{7\gamma} Q_{7\gamma}^s(\mu) + C_{8g} Q_{8g}^s(\mu) \left. \right] \\
& + V_{ub}V_{cs}^* \left[C_1(\mu) Q_1^{scu}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{scu}(\mu) \right] \\
& + V_{cb}V_{us}^* \left[C_1(\mu) Q_1^{suc}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{suc}(\mu) \right] \\
& + V_{ub}V_{cd}^* \left[C_1(\mu) Q_1^{dcu}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{dcu}(\mu) \right] \\
& + V_{cb}V_{ud}^* \left[C_1(\mu) Q_1^{duc}(\mu) + C_2(\mu) Q_2^{duc}(\mu) \right] \left. \right\}. \tag{2.33}
\end{aligned}$$

Gli operatori sono definiti nel modo seguente

$$\begin{aligned}
Q_1^{d_i u_j u_k} &= (\bar{b}u_k)_{(V-A)} (\bar{u}_j d_i)_{(V-A)}, & Q_2^{d_i u_j u_k} &= (\bar{b}d_i)_{(V-A)} (\bar{u}_j u_k)_{(V-A)}, \\
Q_{J=3,\dots,10}^{d_i} &= \sum_q Q_J^{d_i q}, \\
Q_{3,5}^{d_i q} &= (\bar{b}d_i)_{(V-A)} (\bar{q}q)_{(V \mp A)}, & Q_4^{d_i q} &= (\bar{b}q)_{(V-A)} (\bar{q}d_i)_{(V-A)}, \\
Q_6^{d_i q} &= -2(\bar{b}q)_{(S+P)} (\bar{q}d_i)_{(S-P)}, & Q_{7,9}^{d_i q} &= \frac{3}{2}(\bar{b}d_i)_{(V-A)} e_q (\bar{q}q)_{(V \pm A)}, \\
Q_8^{d_i q} &= -3e_q (\bar{b}q)_{(S+P)} (\bar{q}d_i)_{(S-P)}, & Q_{10}^{d_i q} &= \frac{3}{2}e_q (\bar{b}q)_{(V-A)} (\bar{q}d_i)_{(V-A)}, \\
Q_{7\gamma}^{d_i q} &= \frac{e_q}{8\pi^2} m_b (\bar{s} \sigma^{\mu\nu} b)_{V+A} F_{\mu\nu}, \\
Q_{8g}^{d_i q} &= \frac{e_q}{8\pi^2} m_b (\bar{s} \sigma^{\mu\nu} b)_{V+A} G_{\mu\nu},
\end{aligned} \tag{2.34}$$

dove $d_i = \{d, s\}$ e e_q denota la carica elettrica ($e_u = 2/3$, $e_d = -1/3$, etc.). Nel nostro caso la somma su q va eseguita su $\{u, d, s, c, b\}$, cioè su tutti i sapori dei cui campi conserviamo i gradi di libertà dinamici alla scala scelta ($\mu \sim 4.3 GeV$). Il valore dei coefficienti di Wilson dipenderà dallo schema di rinormalizzazione scelto, ma vedremo come questo è influente ai fini di ciò che vogliamo ottenere.

2.3 Classificazione dei diagrammi

Per ottenere tutti i termini che contribuiscono ad una certa ampiezza

$$\langle P_1 P_2 P_3 | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = \sum_i C_i(\mu) \langle P_1 P_2 P_3 | Q_i(\mu) | B \rangle \quad (2.35)$$

ricorriamo di nuovo concettualmente alla formula di riduzione LSZ, dove la distruzione del mesone iniziale B e la creazione dei tre mesoni dello stato finale è interpolata da opportuni campi, purché con i numeri quantici giusti per poter generare lo stato fisico di interesse:

$$\begin{aligned} \langle P_1 P_2 P_3 | Q_i(\mu) | B \rangle &= \int d^4 x d^4 z_1 d^4 z_2 d^4 z_3 e^{(-i p x + i k_1 z_2 + i k_2 z_2 + i k^3 z_3)} (\square_x + m_B^2) \\ &\quad (\square_{z_1} + m_{P_1}^2) (\square_{z_2} + m_{P_2}^2) (\square_{z_3} + m_{P_3}^2) \\ &\quad \langle 0 | \mathcal{T} [O_{P_1}(z_1) O_{P_2}(z_2) O_{P_3}(z_3) Q_i(\mu, x, z_1, z_2, z_3) O_B^+(x)] | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (2.36)$$

dove in pratica con la formula di riduzione *rimuoviamo* le gambe esterne dei diagrammi dati dalle funzioni di Green $\langle 0 | \mathcal{T} [O_B^+(x) Q_i(\mu, x, z_1, z_2, z_3) O_{P_1}(z_1) O_{P_2}(z_2) O_{P_3}(z_3)] | 0 \rangle$, che rappresentano contributi non perturbativi esprimibili in termini di integrali funzionali. Come si può notare dalle variabili di integrazione, stiamo costruendo dei diagrammi con quattro vertici esterni, mentre gli operatori a quattro quark contribuiscono a questo quadro con ulteriori due vertici. Usando le proprietà del $\mathcal{T}$ prodotto sui singoli campi dei quark⁴, cioè in particolare la proprietà che

$$\begin{aligned} \mathcal{T}[q_1(x_1) q_2(x_2) q_3(x_3) \dots q_N(x_N)] &= q_1(x_1) q_2(x_2) q_3(x_3) \dots q_N(x_N) + \\ &+ \langle \mathcal{T}[q_1(x_1) q_2(x_2)] \rangle \dots q_N(x_N) + \langle \mathcal{T}[q_2(x_2) q_3(x_3)] \rangle \dots q_N(x_N) + \dots \\ &+ \langle \mathcal{T}[q_1(x_1) q_2(x_2)] \rangle \langle \mathcal{T}[q_3(x_3) q_4(x_4)] \rangle \dots q_N(x_N) + \dots \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (2.37)$$

dove i $\mathcal{T}$ prodotti a due punti contratti fra stati di vuoto, purché i campi con i *quark* contratti rappresentino un quark ed un antiquark dello stesso sapore e siano espressi in funzione di variabili diverse, danno luogo ai rispettivi propagatori dei quark.

⁴Si può ricavare la regola del prodotto tempo ordinato anche direttamente mediante il formalismo degli integrali funzionali, usando variabili di Grassman per i campi fermionici anticommutanti. Integrando sui gradi di libertà fermionici si può notare come la teoria sia in grado, a partire dalla struttura individuata dai propagatori fermionici fra i sei vertici in gioco, di costruire un numero arbitrario di gluoni e loop fermionici, tenendo così in conto tutti i contributi non perturbativi.

Visualizzando l'effetto delle contrazioni sui sei vertici in gioco, si ottengono una serie di diagrammi con diverse topologie. Considerando tutti gli operatori dell'hamiltoniana efficace e tutti i possibili stati finali con tre mesoni, si ottengono tutte le topologie rilevanti per i decadimenti a tre corpi.

Rispetto al risultato ottenuto per i decadimenti a due corpi, l'aggiunta di un ulteriore vertice crea un numero di diagrammi possibili molto più elevato. Inoltre si perde anche un riferimento teorico, che è l'approccio della fattorizzazione [14], che è in grado di stabilire una gerarchia tra i vari contributi. È intuibile che un certo grado di similitudine dovrà esserci tra i due e i tre corpi, tuttavia non è possibile stabilire a priori l'ordine di grandezza dei vari contributi. Distinguiamo innanzitutto i diagrammi in base al numero e alla struttura dei mesoni finali emessi direttamente attraverso scambio di gluoni soffici:

- Classe A: nessun mesone emesso direttamente da gluoni soffici
- Classe B: un mesone emesso direttamente da gluoni soffici
- Classe C: due mesoni emessi dagli stessi gluoni soffici
- Classe D: due mesoni emessi separatamente da gluoni soffici
- Classe E: tutti e tre i mesoni dello stato finale emessi dagli stessi gluoni soffici
- Classe F: tutti e tre i mesoni emessi da gluoni soffici, due di essi insieme
- Classe G: tutti e tre i mesoni emessi da gluoni soffici, separatamente

E' evidente che nel caso dell'ultima classe non esiste nessun contributo diretto dell'operatore dell'espansione all'emissione dei mesoni dello stato finale: sono questi tipici diagrammi di *annichilazione* dello stato iniziale. Questo raggruppamento in classi pone già dei limiti nelle topologie che possono intervenire nei singoli processi; ad esempio, affinché possa essere emesso un mesone singolo attraverso uno scambio di gluoni, questo deve avere necessariamente un contenuto di quark $\bar{q}q$, cioè un quark e rispettivo antiquark. In realtà tutti i diagrammi come quelli delle classi da B a G presentano dei contributi topologicamente disgiunti dagli altri e connessi solo da gluoni soffici. Essi sono soppressi dalla regola di Okubo-Zweig-Iizuka [15], rispetto ai contributi di Classe A. La soppressione sarà proporzionale al numero di parti topologicamente disgiunte. Questo argomento, tuttavia, non è quantificabile in modo rigoroso e non può essere considerato come punto di partenza per un calcolo raffinato degli elementi di matrice.

Classe A

Le topologie corrispondenti ai diagrammi a livello albero sono le *Emissioni Connesse* (CE) e le *Emissioni Disconnesse* (DE), riportate in Fig. 2.4. In prima approssimazione ci si aspetta che la topologia CE sia soppressa di un fattore di colore $\frac{1}{N_c}$ rispetto a DE. Infatti mentre in DE il mesone emesso (quello che non contiene il quark spettatore del mesone B) è generato a partire da un unico vertice, cioè da una corrente fermionica che è un singoletto di colore e che perciò è la somma sui tre colori possibili, in CE il mesone emesso è generato a partire da due vertici diversi dello stesso operatore, il che forza il loro colore ad essere opposto. Questo riduce di un fattore N_c il numero di contributi possibili, quando si integra sulle cariche di colore delle gambe dei quark.

Nei decadimenti a due corpi, nel caso in cui il mesone emesso è leggero, si può usare l'approccio della fattorizzazione, potendosi in tale caso in buona approssimazione trascurare i gluoni scambiati tra le linee fermioniche che entrano nei due vertici dell'operatore che si sta considerando, grazie all'argomento della trasparenza di colore [20]. Nel caso dei due corpi si può inoltre dimostrare [14] che il contributo più grande alle ampiezze viene proprio dai diagrammi fattorizzabili, mentre tutti gli altri costituiscono correzioni dell'ordine di $\frac{\Lambda(QCD)}{m_b}$, dove quest'ultimo è all'incirca un fattore 1/10.

L'estensione di questo approccio al caso dei decadimenti a tre corpi non è affatto intuitivo. Tuttavia alcune considerazioni generali sono ancora valide. Il decadimento a tre corpi può essere sempre visto cinematicamente come decadimento a due corpi in cui uno di essi raggruppa insieme ulteriori due corpi; nel caso in cui uno di questi due corpi è emesso con impulso sufficientemente elevato (configurazione favorita nel caso in cui la $m_{P_1} \ll m_{P_2 P_3}$), l'argomento della trasparenza di colore di Bjorken può in principio essere considerato ancora valido. Tuttavia considerando la dipendenza delle ampiezze dei decadimenti a tre corpi dallo spazio delle fasi, che consiste ad esempio nei due gradi di libertà (m_{12}^2, m_{13}^2) , si capisce presto come questo argomento può essere applicato soltanto restringendosi ad un sottoinsieme limitato dello spazio delle fasi, per esempio limitandosi a considerare come coppia di mesoni non emessi due mesoni leggeri e limitando superiormente a livello sperimentale la loro massa invariante combinata. Questo è l'approccio tentato molto recentemente in letteratura [21] per alcuni dei canali $B \rightarrow KKK$ e $B \rightarrow K\pi\pi$.

Non è però il tipo di approccio che si vuole proporre qui, sia perché le considerazioni semiquantitative appena fatte non sono poi rigorosamente valide quando si vogliono predire

i risultati sperimentali, sia perchè vogliamo cercare di rinunciare per quanto possibile ad ogni approssimazione e cercare di estrarre direttamente dai dati sperimentali i parametri che contengono in sé anche i contributi di fisica non perturbativa (attualmente non calcolabili). Tuttavia da queste elementari considerazioni possiamo in prima istanza aspettarci che i diagrammi ad albero continuino a giocare un ruolo di primo piano, ma che non possiamo nel caso dei decadimenti a tre corpi escludere contaminazioni più tangibili da parte delle altre topologie in gioco.

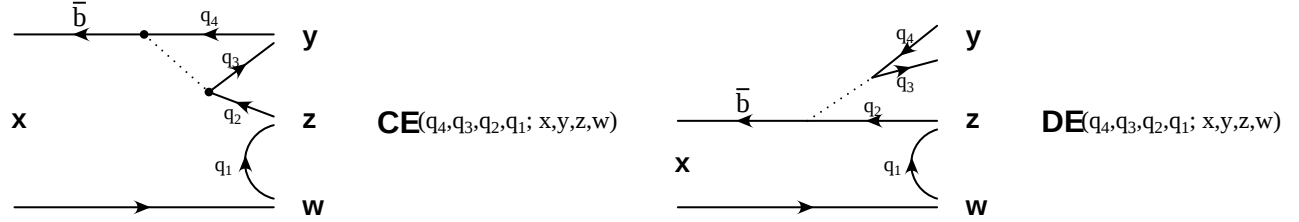


Figura 2.4: Topologie *Connected Emissions* (emissione connessa) and *Disconnected Emission* (emissione disconnessa)

Diagrammi a livello albero di Classe A sono anche **CE2** e **DE2** (vedi Fig. 2.4). In questo caso però le linee fermioniche dei quark emessi generano una coppia di mesoni. Ci sono poi i diagrammi di *Annichilazioni Connesse* (**CA**) e *Annichilazioni Disconnesse*

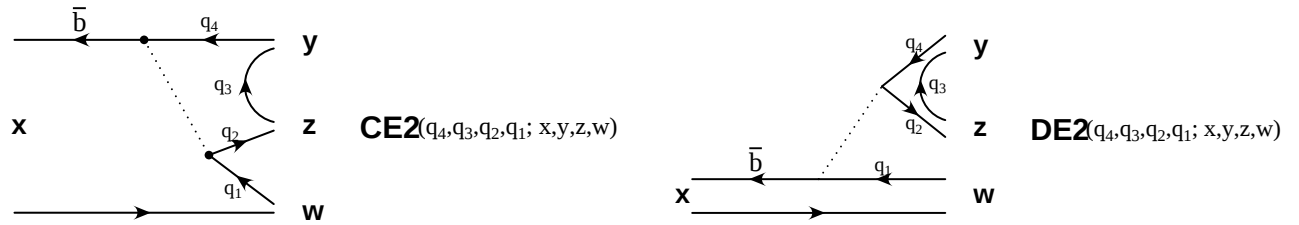


Figura 2.5: Topologie *Connected Emission* (emissione connessa) e *Disconnected Emission* (emissione disconnessa)

(**DA**), in cui gli operatori che danno luogo a queste contrazioni interpolano l'annichilazione dello stato iniziale e la creazione di due quark di due mesoni diversi dello stato finale, come si vede in Fig. 2.6.

A questi vanno ancora aggiunti i contributi delle contrazioni *pinguinoidi* degli operatori dell'espansione, che nel seguito chiameremo anch'essi pinguini, ma che non vanno confusi con i diagrammi a pinguino dell'approccio diagrammatico. Qui parliamo invece delle contrazioni di Wick sul $\mathcal{T}$ prodotto degli operatori in gioco, che generano topologie dalla

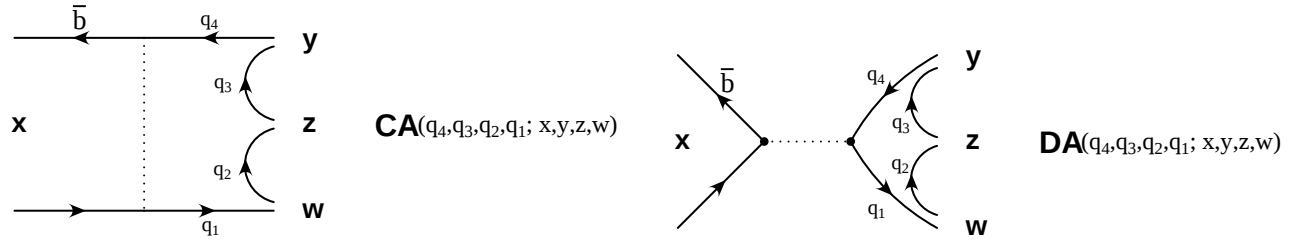


Figura 2.6: Topologie *Connected Annihilation* (annichilazione connessa) e *Disconnected Annihilation* (annichilazione disconnessa)

classica forma a pinguino come possiamo vedere in Fig. 2.7. Infine ci sono i contributi

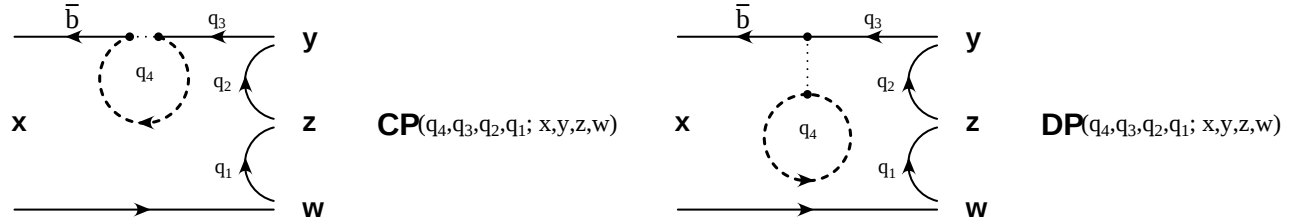


Figura 2.7: Topologie *Connected Penguins* (Pinguini Connessi) e *Disconnected Penguins* (Pinguini Disconnessi)

dei diagrammi con emissione di un fotone o di un gluone reale; per la classe A interviene quella che per similitudine con la topologia in questione chiameremo *Emissione Connessa con un gluone/fotone reale* (CE_G) e di cui illustriamo il diagramma in Fig. 2.8. Il simbolo $\otimes$ indica il vertice in cui viene emesso il fotone od il gluone.

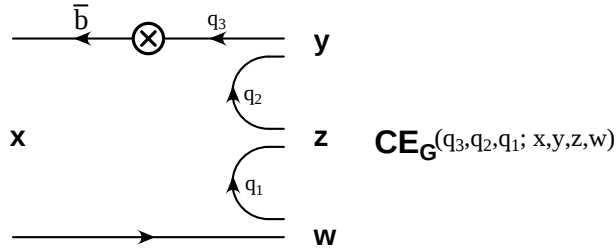


Figura 2.8: Topologie *Connected Emissions with Gluons/Photons* (Emissione Connessa con un gluone/fotone reale) che derivano da contrazioni di operatore magnetico e cromomagnetico

Classe B

Le topologie che intervengono per questa classe sono analoghe a quelle viste in precedenza ed al caso dei decadimenti a due corpi (se si eccettua la presenza di un ulteriore mesone

creato dall'aggiunta di uno o più gluoni):

- Emissioni Connesse (CE_2) ed Emissioni Disconnesse (DE_2)
- Annichilazioni Connesse (CA_2) ed Annichilazioni Disconnesse (DA_2)
- Pinguini Connessi (CP_2) e Pinguini Disconnessi (DP_2)
- Annichilazione Connessa con emissione di gluone/fotone reale (CA_{2G})

Tutte le topologie di Classe B sono illustrate in Fig. 2.9.

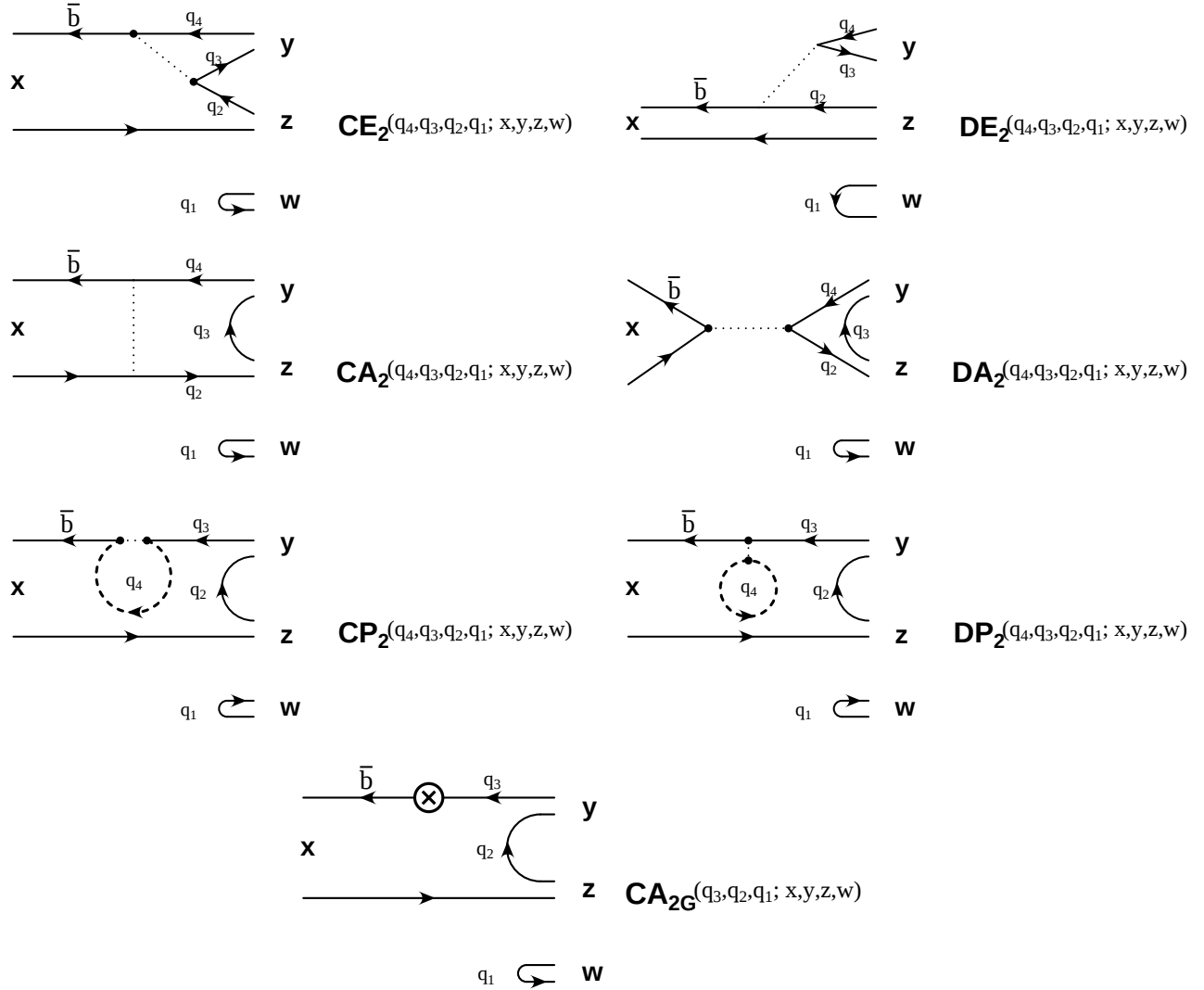


Figura 2.9: Topologie di Classe B: Emissioni Connesse (CE_2) e Disconnesse (DE_2), Annichilazioni Connesse (CA_2) e Disconnesse (DA_2), Pinguini Connessi (CP_2) e Disconnessi (DP_2), Annichilazione Connessa (CA_{2G}) con emissione di gluoni/fotoni.

Classe C

Nel caso dei contributi di classe C due dei mesoni nello stato finale sono emessi da un sottodiagramma, il quale è generato direttamente dai gluoni coinvolti nel decadimento.

Le topologie generate, illustrate in Fig 2.10, sono:

- Annichilazioni-Emissioni Connesse (CEA) e Disconnesse (DEA)
- Pinguini con Emissioni Connessi (CPE) e Disconnessi (DPE)
- Annichilazioni-Emissioni Connesse (CEA_G) con emissione di gluoni/fotoni

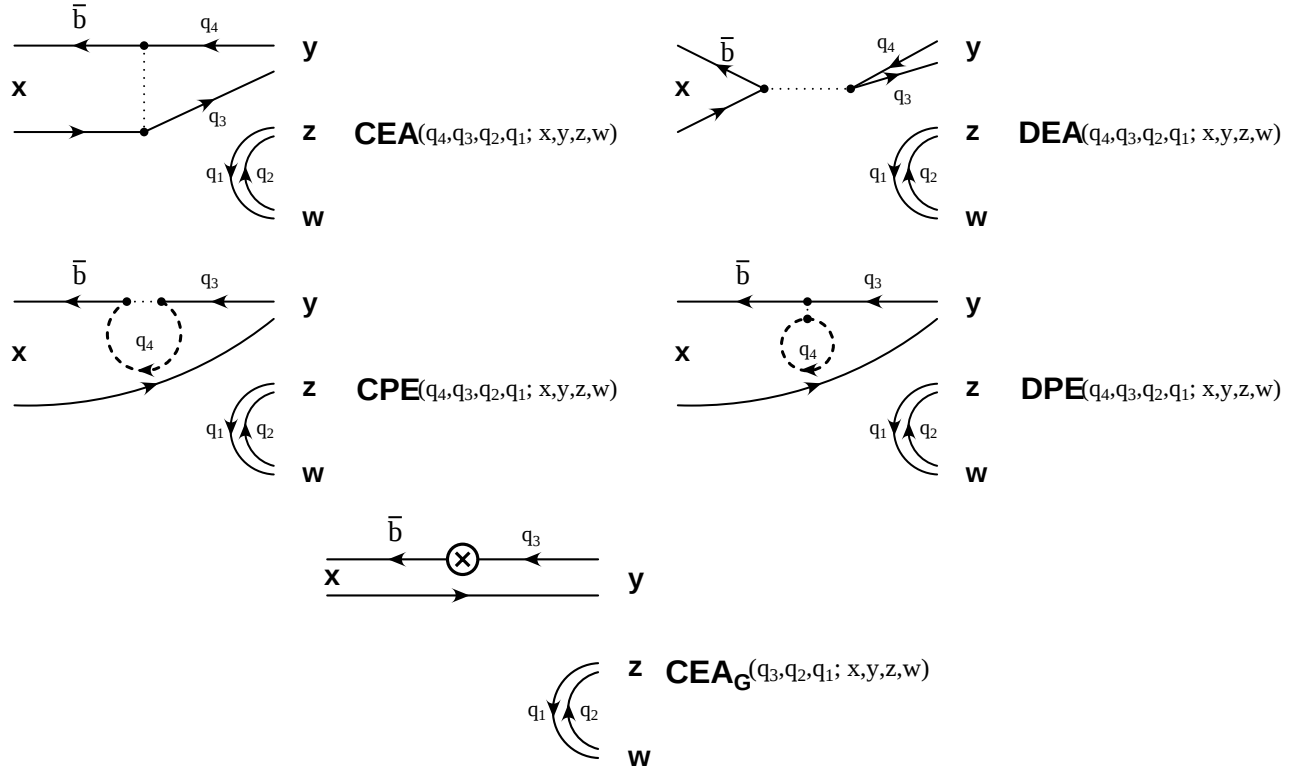


Figura 2.10: Topologie di Classe C: Annichilazioni-Emissioni Connesse (CEA) e Disconnesse (DEA), Pinguini Connessi (CPE) e Disconnessi (DPE) con Emissioni, Annichilazioni-Emissioni Connesse (CEA_G) con gluone/fotone reale.

Classe D

La classe D include le topologie in cui due dei tre mesoni finali sono emessi separatamente a partire da gluoni, come è illustrato in Fig. 2.11. Appartengono a questa classe:

- Annichilazioni-Emissioni Connesse (CEA_2) e Disconnesse (DEA_2)

- Pinguini Connessi (CPE_2) e Disconnessi (DPE_2) con Emissioni
- Emissioni-Annichilazioni Connesse (CEA_{2G}) con gluone/fotone reale

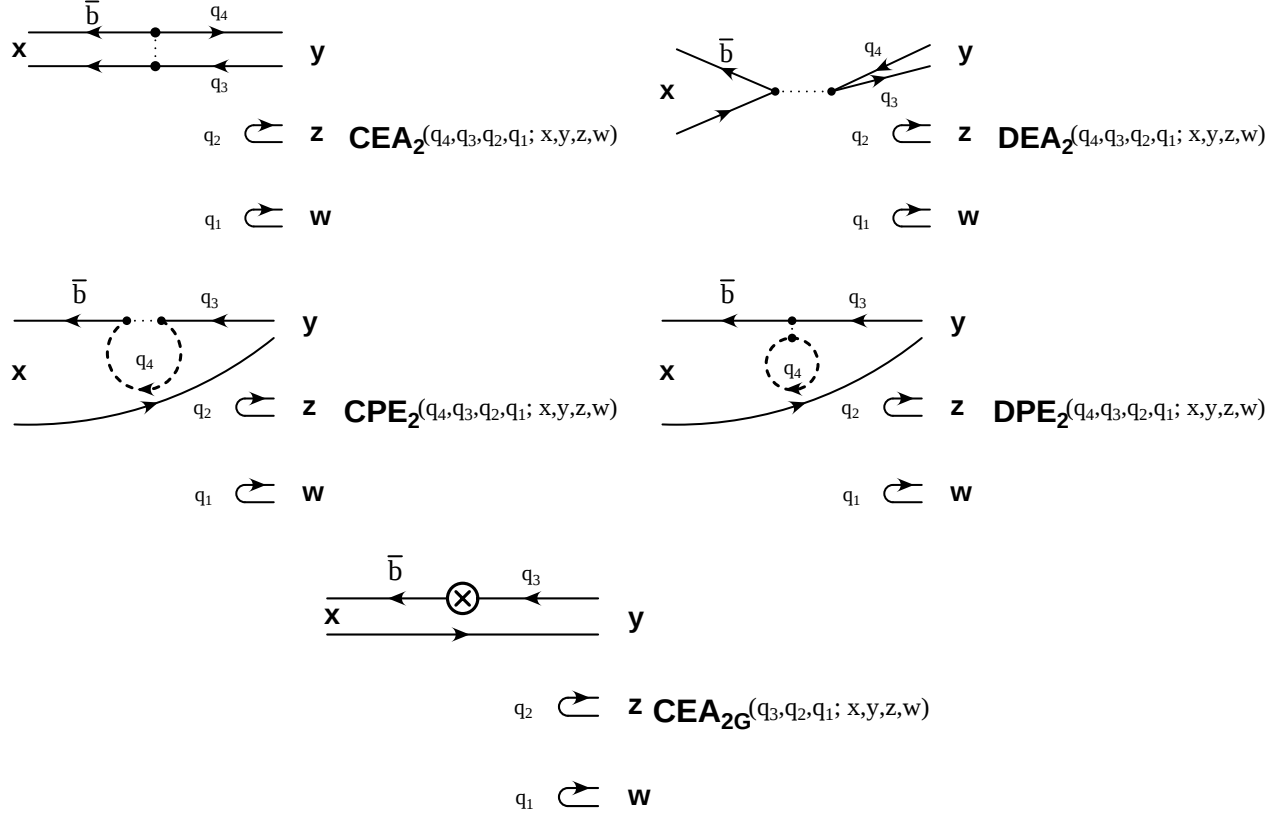


Figura 2.11: Topologie di Classe D: Annichilazioni-Emissioni Connesse (CEA_2) e Disconnesse (DEA_2), Pinguini Connessi (CPE_2) e Disconnessi (DPE_2) con Emissioni, Annichilazioni-Emissioni Connesse (CEA_{2G}) con un gluone/fotone reale.

Classe E

In classe E raggruppiamo tutte le topologie in cui l'operatore dell'espansione annichila il mesone B , mentre i tre mesoni dello stato finale sono emessi direttamente a partire da scambio di un unico gruppo di gluoni (Fig. 2.12):

- Pinguini Connessi (CPA_{3C}) e Disconnessi (DPA_{3C}) con Annichilazione
- Annichilazione Disconnessa con emissione di gluone/fotone reale (DA_{3G})

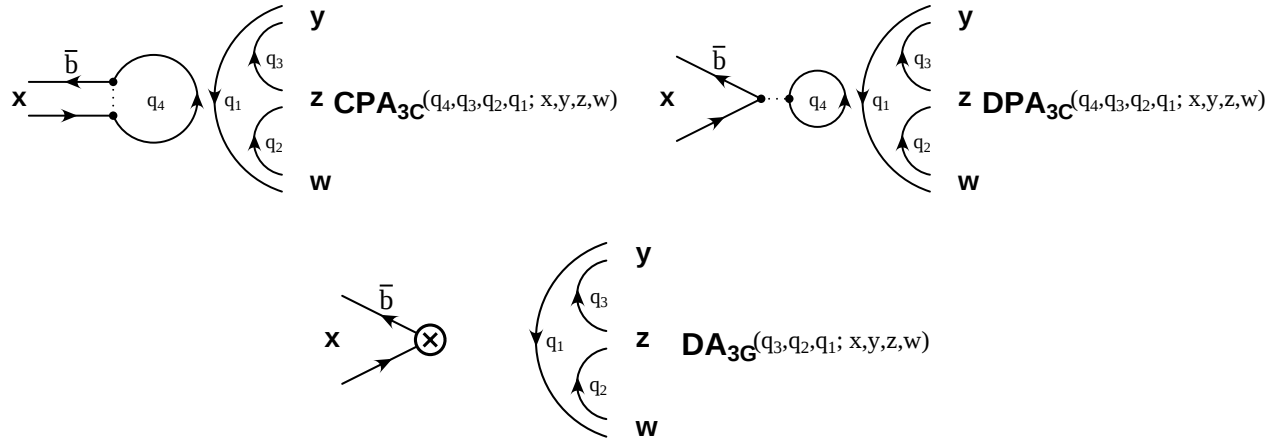


Figura 2.12: Topologie di Classe E: Pinguini Connessi (CPA_{3C}) e Disconnessi (DPA_{3C}) con emissioni, Annichilazione Disconnessa con Emissione di un gluone/fotone reale (DA_{3G}).

Classe F

Nei diagrammi di classe F, tutti i mesoni dello stato finale sono emessi a partire da gluoni, due di essi a partire dallo stesso gruppo. Le topologie che così vengono ad essere create sono le seguenti:

- Pinguini con Annichilazione Connessi (CPA_{32}) e Disconnessi (DPA_{32})
- Annichilazione Disconnessa con emissione di gluone/fotone reale (DA_{2G})

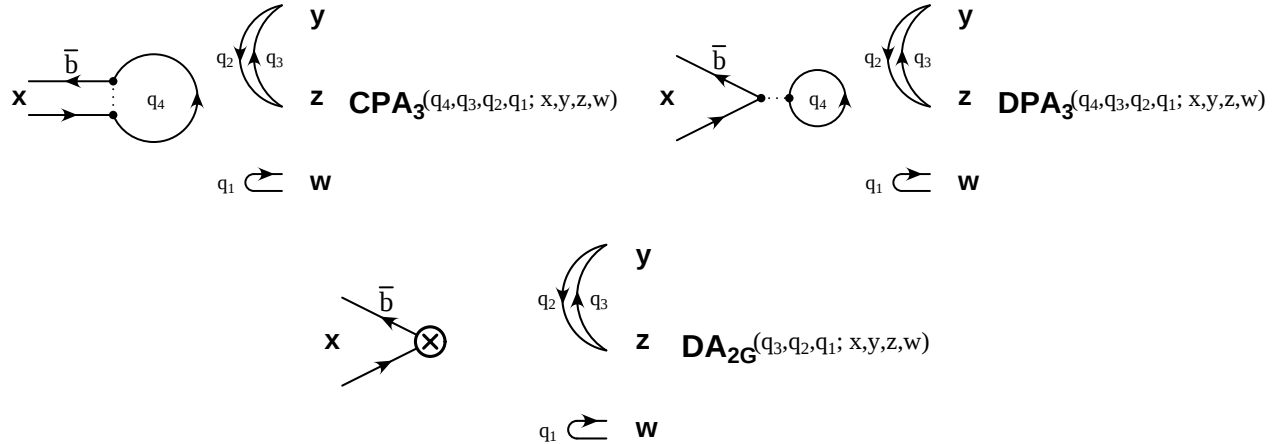


Figura 2.13: Topologie di Classe F: Pinguini con Annichilazione Connessi (CPA_{32}) e Disconnessi (DPA_{32}), Annichilazione Disconnessa con emissione di gluone/fotone reale (DA_{2G}).

Classe G

L'ultima classe è quella in cui tutti i mesoni dello stato finale sono emessi separatamente a partire da tre gruppi di gluoni. I contributi evidenziati in Fig. 2.14 sono i seguenti:

- Pinguini con Annichilazioni Connessi (CPA_{3C}) e Disconnessi (DPA_{3C})
- Annichilazione Disconnessa con emissione di un gluone/fotone reale (DA_{3G})

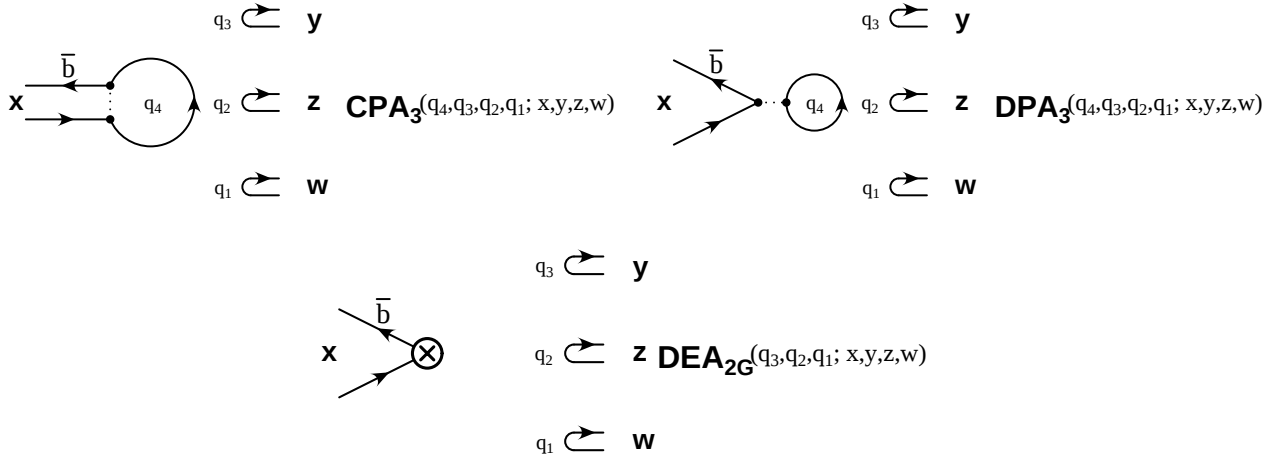


Figura 2.14: Topologie di Classe G: Pinguini con Annichilazioni Connessi (CPA_{3C}) e Disconnessi (DPA_{3C}), Annichilazione Disconnessa con emissione di un gluone/fotone reale (DA_{3G}).

2.4 Individuazione dei contributi RGI

Gli elementi di matrice $\langle Q_i(\mu) \rangle$ dipendono in generale dalla scala di rinormalizzazione μ e dallo schema di rinormalizzazione che si è adottato per questi operatori. Ovviamente si tratta di una dipendenza non fisica, che deve essere necessariamente cancellata dalla dipendenza da μ dei coefficienti di Wilson coinvolti nell'espansione. Come visto in precedenza, la rinormalizzazione della teoria effettiva porta ad un mescolamento del contributo di diversi operatori; allo stesso tempo dovranno esistere combinazioni lineari di operatori, preceduti dai rispettivi coefficienti dell'espansione, che risultano indipendenti sia dalla scala μ sia dallo schema di rinormalizzazione adottato per gli operatori. Questi contributi, detti *renormalization group invariant* (RGI) [2], sono le uniche quantità fisicamente rilevanti nelle ampiezze di transizione.

Seguendo l'approccio sinora descritto ed usando argomenti generali sulla rinormalizzazione dei singoli operatori, si possono individuare 14 contributi tra emissioni ed annichilazioni, 7 pinguini regolari e 7 pinguini di combinazioni *GIM* sopresse.

Emissioni ed annichilazioni

I contributi di emissione possono essere definiti come quelli in cui l'operatore di transizione, generando tre dei sei fermioni che contribuiscono allo stato finale, distrugge il quark b del mesone B iniziale. Invece nelle annichilazioni due di questi campi fermionici sono tali da distruggere i due quark del mesone iniziale e creare una coppia di quark dello stato finale. Date queste due definizioni è intuibile che le topologie dalla classe E alla F non giocheranno qui alcun ruolo, giacché in esse nessuno tra i mesoni dello stato finale è generato a partire da linee fermioniche appartenenti all'operatore dell'espansione. Va infatti notato che le combinazioni *RGI* non sono tipiche di uno stato finale, per cui se per esempio le topologie di tipo *emissione* o *annichilazione* generate dagli operatori $\langle Q_1 \rangle$ e $\langle Q_2 \rangle$ si mischiassero con le topologie di tipo *pinguino*, che definiremo nel seguito, saremmo di fronte all'assurdo di avere contributi a pinguino quando solo contributi ad albero possono intervenire (quattro quark diversi nello stato finale). Inoltre nel caso dei decadimenti a tre corpi, si evince facilmente che gli operatori di classi diverse che contribuiscono ad *emissioni* ed *annichilazioni* non possono avere contributi in comune fra loro. Questo perchè in linea di principio⁵ si possono sempre scegliere, per i quark emessi da gluoni, dei sapori diversi da quelli già presenti nei quattro campi dell'operatore, il che rende impossibile lo scambio dei due casi. I contributi RGI che si possono individuare per le topologie di Classe A sono:

$$\begin{aligned} e_1(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * DE(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * CE(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} e_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * CE(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * DE(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \end{aligned} \quad (2.39)$$

⁵il numero di sapori nella teoria effettiva che stiamo considerando è limitato a cinque

$$\begin{aligned}\bar{e}_1(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * DE2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * CE2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.40)$$

$$\begin{aligned}\bar{e}_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * CE2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * DE2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.41)$$

$$\begin{aligned}a_1(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * DA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * CA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.42)$$

$$\begin{aligned}a_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * CA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * DA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.43)$$

Innanzitutto si può notare che per ogni RGI dovuto ad *emissione* o *annichilazione* c'è sempre un corrispondente contributo con gli operatori Q_1 e Q_2 scambiati di posto. Infatti, mentre l'inserzione di Q_1 in una topologia di emissione di tipo connesso genera lo stesso stato finale dell'inserzione di Q_2 nella corrispettiva topologia disconnessa, al contrario lo scambio $Q_1 \leftrightarrow Q_2$ genera in principio stati finali diversi e dà quindi un nuovo contributo indipendente. Analogamente la coppia di topologie in Eq. 2.40 ed Eq. 2.41 genera in generale stati finali diversi dai corrispettivi di Eq. 2.38 ed Eq. 2.39. Per dimostrare che le topologie a_1 e a_2 sono indipendenti fra loro, basta considerare che, poiché l'operatore si deve fare carico in questo caso di distruggere entrambi i quark del mesone iniziale e data la struttura di *flavor* di Q_1 e Q_2 , a_1 può soltanto comparire in decadimenti con il mesone B neutro, mentre a_2 interviene solo per mesoni B carichi. Con considerazioni assolutamente analoghe si possono distinguere i contributi derivanti da tutte le altre classi. Per la Classe B:

$$\begin{aligned}\bar{e}_1(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * DE_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * CE_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.44)$$

$$\begin{aligned}\bar{e}_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * CE_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * DE_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.45)$$

$$\begin{aligned}\bar{a}_1(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * DA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * CA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.46)$$

$$\begin{aligned}\bar{a}_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * CA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * DA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.47)$$

Per la Classe C:

$$\begin{aligned}ea_1(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * DEA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * CEA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.48)$$

$$\begin{aligned}ea_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * CEA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * DEA(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.49)$$

Ed infine per la Classe D:

$$\begin{aligned}\bar{ea}_1(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * DEA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * CEA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.50)$$

$$\begin{aligned}\bar{ea}_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * CEA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\ &+ C_2 * DEA_2(q4, q3, q2, q1, x, y, z, w)\end{aligned}\quad (2.51)$$

Pinguini

Avendo appena illustrato l'invarianza sotto rinormalizzazione delle annichilazioni e delle emissioni dovute agli operatori Q_1 e Q_2 , i rimanenti contributi alle ampiezze fisiche dovuti alle contrazioni a pinguino degli operatori Q_1 e Q_2 e agli operatori a pinguino da Q_3 a Q_{10} , insieme a $Q_{7\gamma}$ e Q_{8g} , devono necessariamente formare combinazioni invarianti *RGI*. Le correzioni di QCD e di QED dei diagrammi ad un loop con quark *top*, come visto precedentemente, danno luogo sotto rinormalizzazione rispettivamente ai contributi $Q_3 - Q_7$ e $Q_8 - Q_{10}$, nonchè agli operatori magnetici e cromomagnetici $Q_{7\gamma}$ e Q_{8g} . A questi vanno però aggiunti i *charming penguins*, cioè contrazioni a pinguino degli operatori $Q_1(d_{i\bar{c}c})$ e $Q_2(d_{i\bar{c}c})$. Questi ultimi si mischiano a topologie di emissione e di annichilazione degli operatori $Q_3 - Q_{10}$. Per rendersi conto di ciò basta immaginare di voler abbassarsi ad una scala di rinormalizzazione $\mu < m_c$. I contributi alle ampiezze fisiche cui i *charming penguins* danno luogo non possono scomparire, seppure vengano rimossi dall'hamiltoniana effettiva dei relativi operatori. Ciò implica che questi contributi debbano spostarsi sul resto delle contrazioni che contribuiscono allo stesso *RGI*.

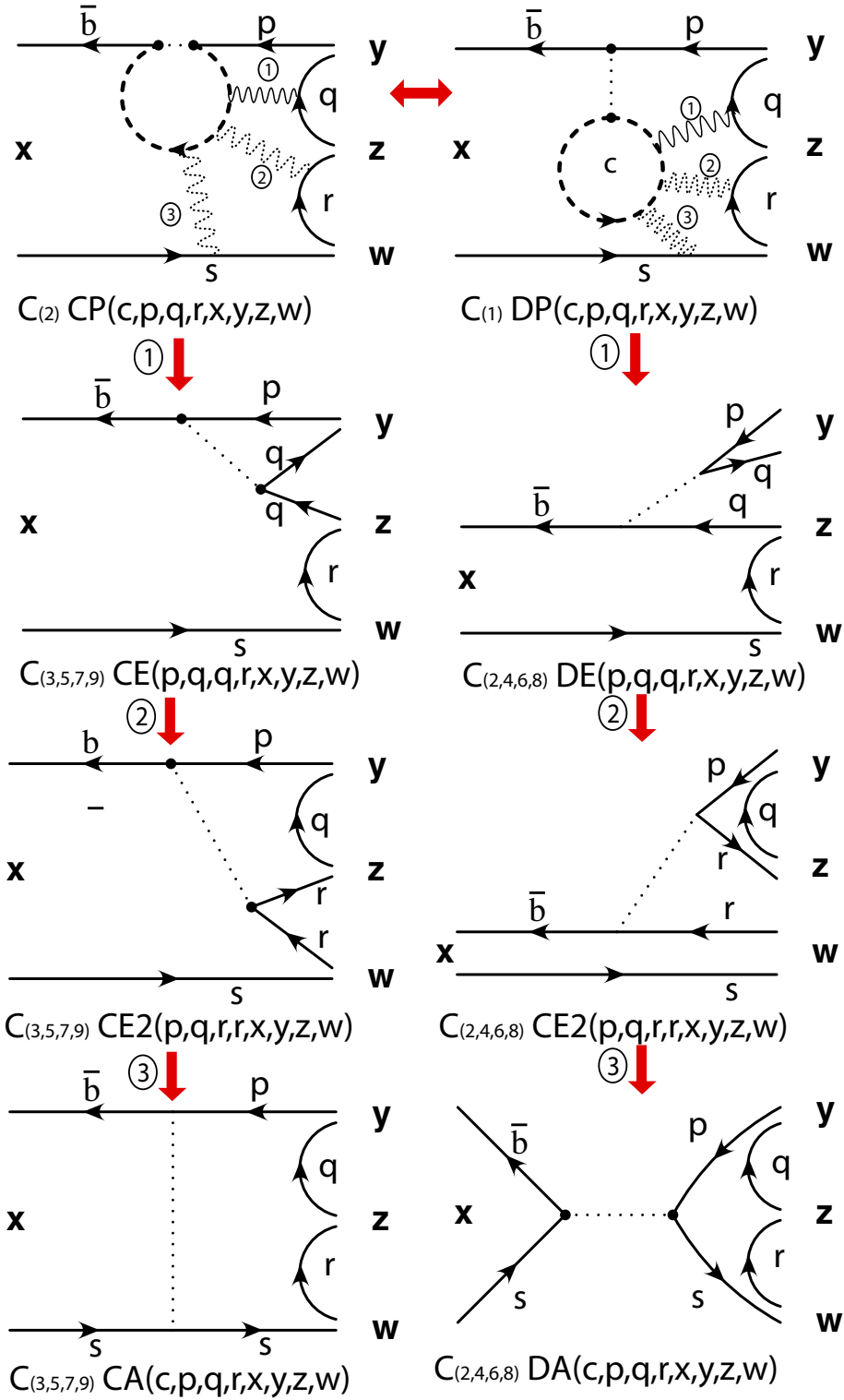


Figura 2.15: La figura illustra i contributi di annichilazione ed emissione da contrazioni degli operatori $Q_3 - Q_{10}$ necessari per annullare la dipendenza dal modello e dalla scala di rinormalizzazione dei *charming penguins*, per il caso dei contributi della sola Classe A. Nelle topologie vengono ommessi gli operatori che in esse vengono contratti, informazione che però è fornita dai coefficienti di Wilson ad essi preposti.

Vediamo allora di individuare tali quantità per la Classe A, usando come ausilio lo schema riportato di Fig. 2.15. Quello che dobbiamo fare è partire dalle topologie con Pinguino Connesso (CP) e Disconnesso (DP) con un quark *charm* nel *loop*, considerare tutti i possibili fotoni e gluoni che collegano il quark charm del *loop* con le gambe che generano i quark dello stato finale e considerare la sostituzione del *loop* con un operatore effettivo, analogamente a quanto avveniva per il loop con il quark top di Fig. 2.2. Dobbiamo cioè sostituire il sottodiagramma con il *loop* del quark charm con i corrispondenti operatori a quattro quark $Q_3 - Q_{10}$, in cui della parte $\sum_q \bar{q}q$ viene selezionato il contributo $\bar{c}c$, che prende le veci del *loop* con il quark charm. Come si può vedere in Fig. 2.15 per la Classe A dalle topologie DP e CP , generate da $Q_{1,2}(d_i cc)$, sotto rinormalizzazione vengono generati le topologie CE , $CE2$ e CA con l'intervento di $Q_{3,5,7,9}$ e le corrispondenti topologie disconnesse con l'intervento di $Q_{4,6,8,10}$. A questi contributi, in questa come in ogni altra classe, dobbiamo aggiungere i più usuali contributi derivanti dalle contrazioni a pinguino degli operatori a pinguino ed elettropinguini $Q_3 - Q_{10}$ e dagli operatori magnetici $Q_{7\gamma}$ e Q_{8g} ; questi ultimi per brevità sono stati omessi nella figura.

Il contributo RGI che ne deriva per la Classe A è il seguente:

$$\begin{aligned}
P_1 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
& C_1 * DP(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CP(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CE(z1, z2, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DE(z1, z2, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CE2(z1, z2, z3, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DE2(z1, z2, z3, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CA(z1, z2, z3, spect, x, y, z, w) + C_{2l} DA(z1, z2, z3, spect, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 \left(\sum_q (C_{2l-1} DP(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CP(q, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \right) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CP(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DP(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + (C_{7\gamma} CE_G(z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{8g} CE_G(z1, z2, z3, x, y, z, w)) \tag{2.52}
\end{aligned}$$

dove per *spect* si intende il *quark* spettatore del mesone B . Un ragionamento analogo può essere ripetuto per ognuna delle altre classi, dalla B alla G. Riportiamo tutti questi contributi nell'App. A.1.

Pinguini GIM soppressi

I pinguini appena descritti non esauriscono tutti i contributi fisici possibili. Esistono infatti ulteriori termini che prendono luogo a partire dalle contrazioni a pinguino dei termini di hamiltoniana $Q_1^{d_i uu}(\mu) - Q_1^{d_i cc}(\mu)$, proporzionali all'elemento della matrice CKM $V_{ub}V_{ud}^*$. Questi appaiono sempre in combinazioni con *loop* con quark u meno la stessa configurazione ma con un *loop* sul quark c . Ciò implica che tali contributi si annullino nel limite in cui $m_c = m_u$ (e per questo vengono classificati come *GIM soppressi*).

Riportiamo qui il contributo che si ottiene per la classe A:

$$\begin{aligned}
P_{1gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DP(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
&\quad - DP(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
&+ C_2 * (CP(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
&\quad - DP(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \quad (2.53)
\end{aligned}$$

mentre per i contributi rimanenti rimandiamo all'App. A.2.

Anche se i contributi P_i e i corrispettivi P_{igim} compaiono sempre insieme in un'ampiezza fisica, essi saranno moltiplicati per diversi contributi CKM e vanno quindi tenuti distinti, al fine di permettere l'identificazione dei contributi analoghi del B e del $\bar{B}$.

2.5 Ampiezze di decadimento $B \rightarrow KKK$

Cerchiamo ora di applicare la teoria sinora sviluppata ai processi fisici che ci interessano, e quindi *in primis* ai decadimenti del mesone $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$, per fare considerazioni di carattere fenomenologico: prima di tutto estraiano le relative ampiezze fisiche in termini dei parametri che abbiamo fin qui ricavato.

Anche se i parametri effettivi che intervengono in totale sono ben 28, il numero di termini presenti in una data ampiezza di decadimento è decisamente minore. Possiamo allora individuare un sottoinsieme di canali che dipendono dagli stessi RGI e cercare di costruire un sufficiente numero di vincoli sperimentali per estrarre gli elementi di matrice adronici, di cui oggi giorno ancora non si può avere una stima teorica. Il caso dei $B \rightarrow KKK$ costituisce uno di questi sottoinsiemi.

Assumendo la simmetria di isospin forte $SU(2)$, otteniamo per i decadimenti del $B \rightarrow KKK$ le seguenti ampiezze. La dipendenza esplicita delle ampiezze dai punti m_{12}^2, m_{13}^2 sul piano di Dalitz viene qui omessa in modo da semplificare la notazione. I punti m_{12}^2, m_{13}^2

ed m_{23}^2, m_{13}^2 sono identici a causa dell'assunzione di $SU(2)$, cosicchè le ampiezze scritte qui sono da considerare già simmetrizzate rispetto allo scambio dei mesoni (K^0/K^+) $\leftrightarrow$ ($\bar{K}^0/K^-$), che corrisponde in seguito nella nostra notazione allo scambio $1 \leftrightarrow 3$.

$$\begin{aligned} A(B_d \rightarrow K^0 \bar{K}^0 K^0) = & \\ + V_{ts} V_{tb}^* (P_1(s, d, s, B_d, K^0, \bar{K}^0, K^0) + P_2(s, s, d, B_d, K^0, \bar{K}^0, K^0)) & \\ + V_{us} V_{ub}^* (P_{1gim}(s, d, s, B_d, K^0, \bar{K}^0, K^0) + P_{2gim}(s, s, d, B_d, K^0, \bar{K}^0, K^0)) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(B_d \rightarrow K^+ K^- K^0) = & \\ + V_{ts} V_{tb}^* (-P_1(s, u, s, B_d, K^+, K^-, K^0) - P_2(s, s, u, B_d, K^0, K^-, K^+)) & \\ + V_{us} V_{ub}^* (e_2(s, u, u, s, B_d, K^+, K^-, K^0) + \bar{e}_1(u, s, u, s, B_d, K^-, K^+, K^0) & \\ - P_{1gim}(s, u, s, B_d, K^+, K^-, K^0) - P_{2gim}(s, s, u, B_d, K^0, K^-, K^+)) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow K^0 \bar{K}^0 K^+) = & \\ + V_{ts} V_{tb}^* (P_1(s, d, s, B^+, K^0, \bar{K}^0, K^+) + P_2(s, s, d, B^+, K^+, \bar{K}^0, K^0)) & \\ + V_{us} V_{ub}^* (-a_2(s, d, s, u, B^+, K^0, \bar{K}^0, K^+) - e a_2(s, u, s, d, B^+, K^+, \bar{K}^0, K^0) & \\ + P_{1gim}(s, d, s, B^+, K^0, \bar{K}^0, K^+) + P_{2gim}(s, s, d, B^+, K^+, \bar{K}^0, K^0)) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow K^+ K^- K^+) = & \\ + V_{ts} V_{tb}^* (-P_1(s, u, s, B^+, K^+, K^-, K^+) - P_2(s, s, u, B^+, K^+, K^-, K^+)) & \\ + V_{us} V_{ub}^* (e_2(s, u, u, s, B^+, K^+, K^-, K^+) + \bar{e}_1(u, s, u, s, B^+, K^-, K^+, K^+) & \\ + a_2(s, u, s, u, B^+, K^+, K^-, K^+) + e a_2(s, u, s, u, B^+, K^+, K^-, K^+) & \\ - P_{1gim}(s, u, s, B^+, K^+, K^-, K^+) - P_{2gim}(s, s, u, B^+, K^+, K^-, K^+)) & \end{aligned}$$

Tutte le ampiezze nei decadimenti a tre corpi hanno l'ulteriore complicazione di dipendere dai due gradi di libertà cinematici del decadimento. Lo spazio delle fasi può essere

parametrizzato in questo caso come:

$$d\Omega = \frac{dm_{12}^2 dm_{13}^2}{(2\pi)^3 32 M_B^3} \quad (2.54)$$

La larghezza di decadimento differenziale può allora essere scritta come:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dm_{12}^2 dm_{13}^2} &= \frac{1}{(2\pi)^3 32 M_B^3} |A(B \rightarrow P_1 P_2 P_3; m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3 32 M_B^3} \left| \sum_i \lambda_i^{CKM} T_i(q_4, q_3, q_2, q_1, B, P_1, P_2, P_3; m_{12}^2, m_{13}^2) \right|^2 \end{aligned} \quad (2.55)$$

Considerando queste quattro ampiezze di decadimento per i canali $B \rightarrow KKK$, possiamo scriverli in termini di alcuni parametri più generali, che definiamo come

$$\begin{aligned} P(m_{12}^2, m_{13}^2) &= P_1(s, u/d, s, B, K, \bar{K}, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \\ &\quad + P_2(s, u/d, s, B, K, \bar{K}, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \\ E(m_{12}^2, m_{13}^2) &= e_2(s, u/d, u, s, B, K, \bar{K}, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \\ &\quad + \bar{e}_1(u/d, s, u, s, B, \bar{K}, K, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \\ A(m_{12}^2, m_{13}^2) &= a_2(s, u/d, s, u, B, K, \bar{K}, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \\ &\quad + ea_2(s, u/d, s, d, B, K, \bar{K}, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \\ P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) &= P_{gim}(s, u, s, B, K, \bar{K}, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \\ &\quad + P_{gim}(s, s, u, B, K, \bar{K}, K; m_{12}^2, m_{13}^2) \end{aligned} \quad (2.56)$$

In questa maniera possiamo semplificare le ampiezze di decadimento del mesone $B \rightarrow KKK$, per ottenere la seguente parametrizzazione (riassunta anche in Tab. 2.1):

$$A(B_d \rightarrow K_{(1)}^0 \bar{K}_{(2)}^0 K_{(3)}^0; m_{12}^2, m_{13}^2) = + V_{ts} V_{tb}^* (P(m_{12}^2, m_{13}^2)) + V_{us} V_{ub}^* P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)$$

$$\begin{aligned} A(B_d \rightarrow K_{(1)}^+ K_{(2)}^- K_{(3)}^0; m_{12}^2, m_{13}^2) &= + V_{ts} V_{tb}^* (-P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\ &\quad + V_{us} V_{ub}^* (E(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow K_{(1)}^0 \bar{K}_{(2)}^0 K_{(3)}^+; m_{12}^2, m_{13}^2) &= + V_{ts} V_{tb}^* (P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\ &\quad + V_{us} V_{ub}^* (-A(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B^+ \rightarrow K_{(1)}^+ K_{(2)}^- K_{(3)}^+; m_{12}^2, m_{13}^2) = & + V_{ts} V_{tb}^* (-P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (E(m_{12}^2, m_{13}^2) + A(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2))
\end{aligned}$$

Channel	P	E	A	P_{gim}
$B_d \rightarrow K^0 \bar{K}^0 K^0$	λ_t			λ_u
$B_d \rightarrow K^+ K^- K^0$	$-\lambda_t$	λ_u		$-\lambda_t$
$B^+ \rightarrow K^0 \bar{K}^0 K^+$	λ_t		$-\lambda_u$	λ_u
$B^+ \rightarrow K^+ K^- K^+$	$-\lambda_t$	λ_u	λ_u	$-\lambda_u$

Tabella 2.1: Definiamo nella tabella $\lambda_u = V_{us} V_{ub}^*$ e $\lambda_t = V_{ts} V_{tb}^*$. Le ampiezze, a causa dell'assunzione di simmetria $SU(2)$ forte, risultano già simmetrizzate nello scambio di $(K^0/K^+) \leftrightarrow (\bar{K}^0/K^-)$.

In Appendice sono riportate le ampiezze calcolate con lo stesso metodo per $B \rightarrow K\pi\pi$ (App. A.3) e $B \rightarrow \pi\pi\pi$ (App. A.4).

2.6 Asimmetria di CP nei decadimenti $B \rightarrow KKK$

In questa analisi da un punto di vista sperimentale ci concentriamo in particolare sui decadimenti del $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ e riportiamo il lavoro che è stato necessario svolgere per estrarre i parametri S e C dell'asimmetria di CP , come definiti in Sez. 1.4, dal campione di dati attualmente raccolto dall'esperimento *BABAR*.

I valori del $\mathcal{BR}$, di C e di S possono essere ricavati a partire dalle ampiezze teoriche, usando le seguenti relazioni:

$$\mathcal{BR} = \frac{\tau(B^{(0/+)})}{\hbar} \int \frac{dm_{12}^2 dm_{13}^2}{(2\pi)^3 32 M_B^2} |A(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2 \quad (2.57)$$

$$C = \frac{\int \frac{dm_{12}^2 dm_{13}^2}{(2\pi)^3 32 M_B^2} [|A(B \rightarrow f)|^2 - |A(\bar{B} \rightarrow f)|^2]}{\int \frac{dm_{12}^2 dm_{13}^2}{(2\pi)^3 32 M_B^2} [|A(B \rightarrow f)|^2 + |A(\bar{B} \rightarrow f)|^2]} \quad (2.58)$$

$$S = \eta_c \frac{2 \operatorname{Im} \left[\frac{q}{p} \int \frac{dm_{12}^2 dm_{13}^2}{(2\pi)^3 32 M_B^2} A^*(B \rightarrow f) A(\bar{B} \rightarrow f) \right]}{\int \frac{dm_{12}^2 dm_{13}^2}{(2\pi)^3 32 M_B^2} [|A(B \rightarrow f)|^2 + |A(\bar{B} \rightarrow f)|^2]} \quad (2.59)$$

dove $\tau(B^{(0/+)})$ è la vita media del mesone B neutro o carico, M_B è la massa del mesone B , mentre η_c è il valore dell'autostato di CP per il canale neutro considerato per estrarre S .

Useremo le parametrizzazioni nella forma qui illustrata per testare la consistenza dei valori di S e C trovati sperimentalmente con i valori previsti dal Modello Standard.

Infine useremo le formule sopra riportate, ma con gli integrali estesi su intervalli ristretti del piano di Dalitz, per proporre un metodo di estrazione dei valori dei parametri RGI dai tre insiemi di canali sopra individuati ($B \rightarrow KKK$, $B \rightarrow K\pi\pi$ e $B \rightarrow \pi\pi\pi$), che consenta di estrarre una previsione teorica di S per i canali neutri coinvolti priva di incertezze adroniche.

Capitolo 3

L'esperimento $B_A B_{AR}$ a $PEP-II$

L'esperimento *BABAR* alla *B Factory PEP-II* è stato ottimizzato per studi di violazione di $\mathcal{CP}$ e per la ricerca di decadimenti rari del mesone B .

La *B Factory PEP-II* è un collisore e^+e^- costruito per operare ad una luminosità di almeno $3 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, ad una energia del centro di massa di 10.58 GeV , corrispondente al valore della massa della risonanza $\Upsilon(4S)$. In $PEP-II$, un fascio di elettroni di energia pari a 9.0 GeV collide con uno di positroni di energia 3.1 GeV da cui risulta un *boost* di Lorenz per la $\Upsilon(4S)$ di $\beta\gamma = 0.56$ (cfr. figura 3.1).

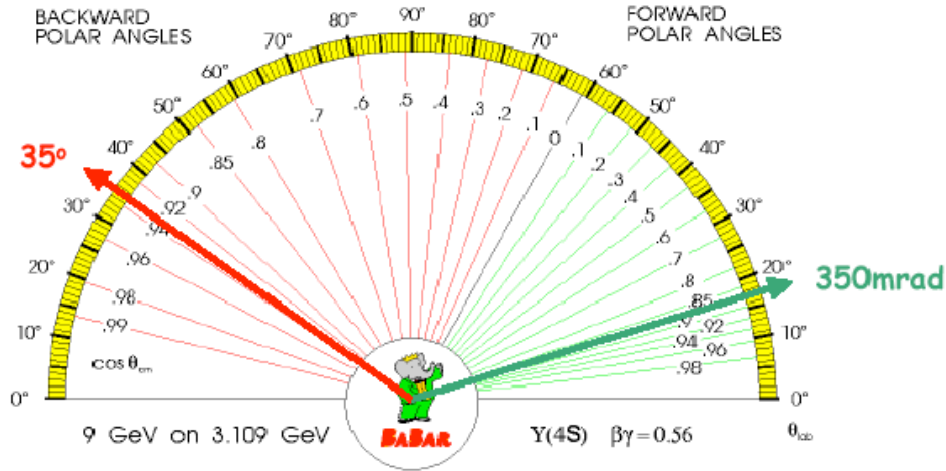


Figura 3.1: *Trasformazione di Lorentz a BABAR*

Questo *boost* rende possibile ricostruire i vertici di decadimento dei due mesoni B , determinare la differenza dei loro tempi di decadimento, e quindi misurare le asimmetrie

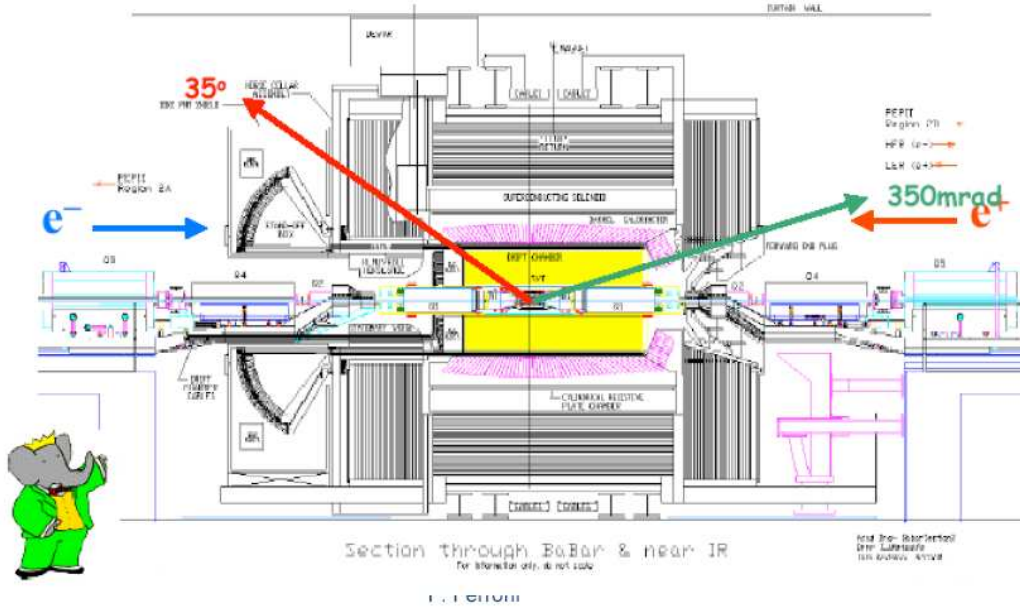


Figura 3.2: Sezione longitudinale del rivelatore BABAR

in funzione del tempo. Se il sistema del laboratorio coincidesse con il sistema del centro di massa, la differenza tra le coordinate z dei due mesoni B sarebbe dell'ordine di $30 \mu m$, grazie al fatto che i mesoni sono accelerati essa è $\sim 250 \mu m$. Per fare questo è necessario un rivelatore che abbia un'ottima efficienza di ricostruzione per le particelle cariche e un'ottima risoluzione dell'impulso per separare i deboli segnali dal fondo. Sono quindi necessari una buona ricostruzione del vertice, sia in direzione parallela che normale ai fasci e un'alta efficienza di identificazione di muoni ed elettroni.

La figura 3.2 mostra una sezione longitudinale attraverso il centro del rivelatore; per massimizzare l'accettanza geometrica per i decadimenti della $\Upsilon(4S)$ l'intero rivelatore è traslato lungo la direzione dei fasci rispetto al punto di interazione di $0.37 m$ relativamente al fascio di energia minore. La figura 3.3 mostra la sezione trasversale del rivelatore (piano xy).

La parte interna del rivelatore è costituita da un tracciatore di vertice al silicio (SVT), una camera a deriva (DCH), un rivelatore di luce Cherenkov (DIRC) e un calorimetro elettromagnetico a ioduro di Cesio attivato al Tallio (EMC). Questo sistema di rivelatori è circondato da un solenoide superconduttore che genera un campo magnetico di $1.5 T$. Il ferro per il ritorno di flusso del campo magnetico è strumentato per la rivelazione di muoni e di adroni neutri, quali K_L^0 e neutroni (IFR). L'angolo polare coperto dal rivelatore va da

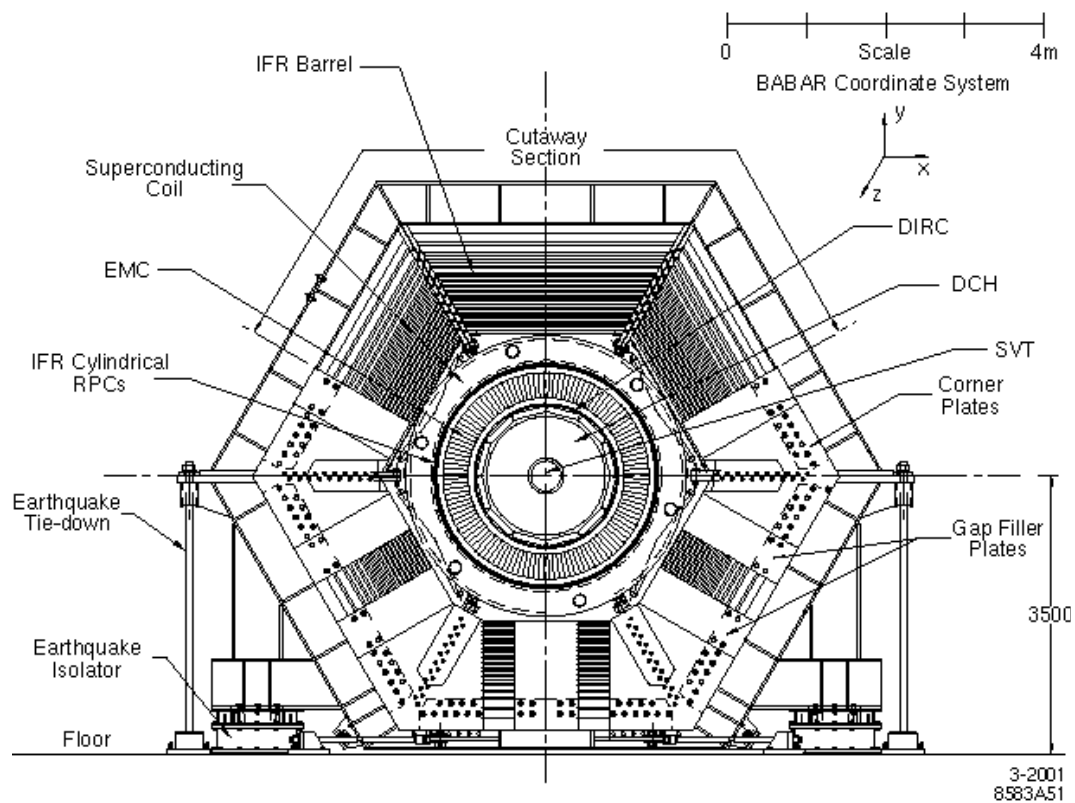


Figura 3.3: Sezione trasversale del rivelatore BABAR

350 mrad in avanti a 400 mrad indietro, direzioni relative al fascio di alta energia. Viene utilizzato un sistema di coordinate destrorso ancorato alla camera a deriva con l'asse z coincidente con l'asse principale, l'asse y che punta verso l'alto e l'asse x diretto verso il centro dell'anello di *PEP – II*. Viene utilizzato un sistema di *trigger* per selezionare le collisioni che producono eventi interessanti rigettando eventi di fondo, prodotti ad esempio dall'interazione dei fasci con residui di gas. Il sistema di *trigger* è diviso in due livelli in sequenza, il secondo condizionato dal primo. Il *livello 1* ($L1$) è realizzato in *hardware* ed è progettato per avere una frequenza massima in uscita di 2 kHz ed un tempo massimo di ritardo di 12 μs (che è il tempo che il *trigger* impiega per decidere se una traccia è buona), l'altro livello, *livello 3* ($L3$) è *software* e la sua frequenza in uscita è limitata a 120 Hz in modo da permettere l'archiviazione ed il processamento dei dati.

3.1 La *B Factory* PEP – II

PEP – II è un sistema di due anelli di accumulazione (*HER* per e^- ed *LER* per e^+) asimmetrici progettato per operare ad una energia nel sistema del centro di massa (c.m.) di 10.58 GeV corrispondente alla massa della $\Upsilon(4S)$. I parametri di questo sistema sono mostrati in tabella 3.1. *PEP – II* ha superato i parametri di progetto sia in termini di luminosità istantanea che di luminosità integrata giornaliera raggiungendo di recente il valore di picco di $9.2 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ con una luminosità integrata giornaliera di 681 pb^{-1} .

Parametri	Disegno	Tipico
Energia HER/LER (GeV)	9.0/3.1	8.9/3.1
Corrente HER/LER (A)	0.75/2.15	1.3/2.0
#B di bunch	1658	1440
spaziatura tra i bunch (ns)	4.2	6.3-10.5
: sB_{Lx} (: mBm)	110	120
: sB_{Ly} (: mBm)	3.3	5.6
: sB_{Lz} (: mBm)	9000	9000
Luminosità ($10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$)	3	5.4
Luminosità integrata giornaliera (pb^{-1}/d)	135	370

Tabella 3.1: Parametri dei fasci di *PEP – II*. I valori sono mostrati come previsti dal progetto e nel loro valore tipico e sono riferiti al primo anno di funzionamento. I valori tipici attuali sono per la luminosità istantanea di $6.8 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ e per la luminosità integrata giornaliera di 370 pb^{-1} .

La maggior parte dei dati vengono registrati all'energia di picco della $\Upsilon(4S)$. In tabella 3.2 sono mostrati i processi attivi all'energia di picco con le rispettive sezioni d'urto; la

produzione di coppie di quark leggeri (u, d, s) e coppie di quark *charm* viene chiamata produzione del continuo. Per studiare questa produzione non risonante circa il 10% dei dati vengono presi ad un'energia del centro di massa di 40 MeV al di sotto della $\Upsilon(4S)$.

$e^+e^- \rightarrow$	Sezione d'urto (nb)
$b\bar{b}$	1.05
$c\bar{c}$	1.30
$s\bar{s}$	0.35
$u\bar{u}$	1.39
$d\bar{d}$	0.35
$\tau^+\tau^-$	0.94
$\mu^+\mu^-$	1.16
e^+e^-	~ 40

Tabella 3.2: Sezione d'urto di produzione con $\sqrt{s} = M(\Upsilon(4S))$. La sezione d'urto Bhabha è una sezione d'urto effettiva, all'interno dell'accettanza sperimentale

I fasci collidono in un unico punto di interazione in maniera frontale grazie ad un campo magnetico che permette alle particelle di compiere una traiettoria particolare (fig. 3.4), in questo modo si minimizzano le collisioni parassite tenendo i due fasci separati al di fuori della zona di interazione. I fasci vengono tenuti separati nel piano orizzontale da un sistema di dipoli magnetici, il foccheggiamento forte viene effettuato con dei quadrupoli magnetici posti dentro il campo magnetico del rivelatore, quindi non possono essere composti da ferro ma vengono realizzati in samario-cobalto.

Per tenere in considerazione lo spostamento dei fasci di *PEP – II* rispetto al rivelatore *BABAR* la posizione del punto di collisione viene calcolata ad intervalli periodici, utilizzando un metodo basato sugli eventi a due tracce. Le dimensioni della zona di interazione (*beam spot*) che si ricavano con questa tecnica sono circa 150 μm in x , 50 μm in y e 1 cm in z . La stima ottenuta per la dimensione y è completamente dominata dalla risoluzione del tracciamento e può essere migliorata studiando la variazione della luminosità al variare della posizione relativa dei due fasci. In particolare, note anche le correnti dei fasci e la dimensione in x , si ottiene $\sigma_y \sim 5 \mu m$, valore stabile al 10% sulla scala dei tempi di un'ora. Queste misure vengono anche verificate *offline* misurando i vertici primari di eventi a molti adroni¹.

¹Ricostruendo il vertice di tutte le tracce ricostruite in un evento è possibile avere una stima della posizione del *vertice primario*, coincidente con il punto di decadimento della $\Upsilon(4S)$ nel piano trasverso.

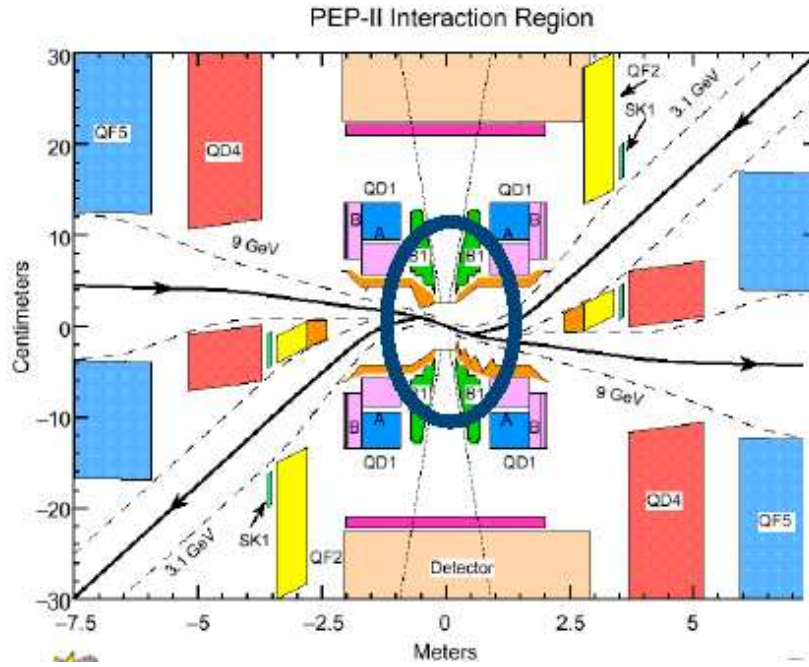


Figura 3.4: Vista trasversale della zona di interazione.

In figura 3.6 sono mostrate la luminosità integrata ottenuta da *PEP – II* e registrata da *BABAR* dall'inizio della presa dati fino Luglio 2004 (**Run1-Run4**). Inoltre nella figura 3.5 viene mostrata la luminosità integrata giornaliera per tutti i **Run**.

3.1.1 I fondi di *PEP – II*

Il raggiungimento di una configurazione caratterizzata da un accettabile livello di fondo è necessario a causa della finita resistenza alla radiazione del rivelatore al silicio (SVT) e del calorimetro elettromagnetico, oltre che del massimo valore di corrente tollerabile dalla camera a deriva. Altre limitazioni vengono imposte dalla *rate* del trigger di primo livello (*L1*) e dall'occupazione negli altri sottosistemi. Simulazioni, analisi dei dati ed accurate misure dedicate delle sorgenti di fondo e del loro impatto sulla presa dati e sulle prestazioni del rivelatore hanno portato ad una comprensione dettagliata di vari fenomeni, ed ad una loro effettiva riduzione. Le cause principali di fondi a *PEP – II* [23] sono quelle elencate qui di seguito, in ordine di importanza crescente:

- La radiazione di sincrotrone, generata nei magneti di curvatura e nei quadrupoli per

Poiché il *boost* lungo l'asse *z* produce uno spostamento relativo dei due mesoni *B* questo metodo è abbastanza povero ed è peggiorato dalla presenza di particelle a lunga vita.

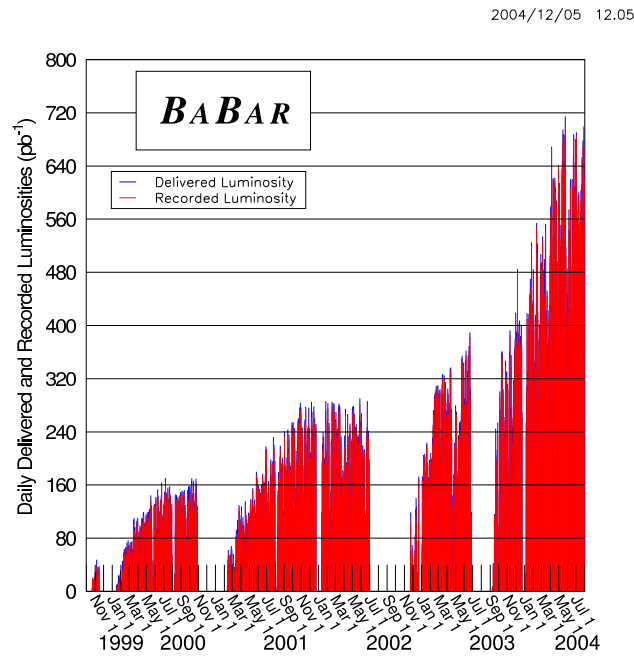


Figura 3.5: Luminosità giornaliera integrata da PEP – II dal 1999 al 2004.

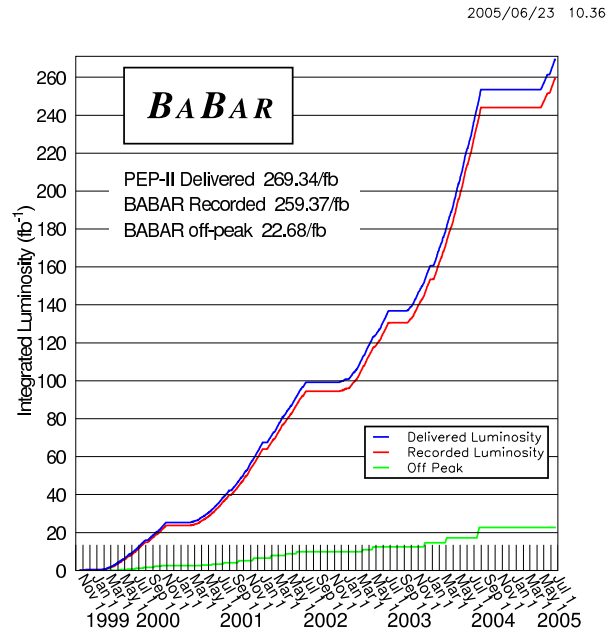


Figura 3.6: Luminosità integrata da PEP – II e luminosità registrata da BABAR dal 1999 al 2004.

la focalizzazione finale nelle linee di fascio del *HER* e del *LER*. Un attento disegno della regione di interazione e una schermatura per mascherare la radiazione si sono dimostrati efficaci per abbattere questo tipo di fondo.

- Fondo di luminosità dovuto a elettroni e positroni, degradati in energia, provenienti da scattering *Bhabha* che colpiscono i dispositivi per la produzione del vuoto.
- L'interazione di particelle del fascio con residui nel vuoto degli anelli (*beam – gas*), che costituisce la sorgente primaria di danneggiamento da radiazioni e che ha l'impatto maggiore sull'efficienza di *BABAR*.

3.2 Il sistema di tracciamento

Il sistema di tracciamento di *BABAR* è composto da due componenti, il rivelatore di vertice al silicio (SVT) e la camera a deriva (DCH).

3.2.1 Il rivelatore di vertice

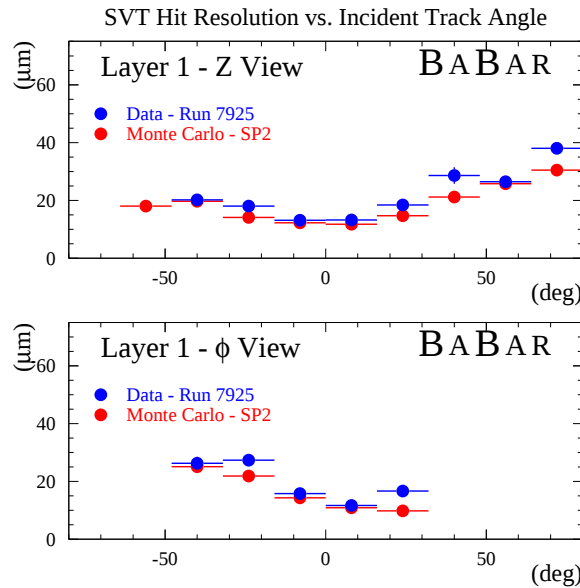


Figura 3.7: Risoluzione del SVT (layer più interno) sul singolo hit in funzione dell'angolo di incidenza della traccia.

Il rivelatore al silicio (*Silicon Vertex Tracker*) viene utilizzato per la misura dei vertici di decadimento dei mesoni *B*. Essendo in grado di fornire una risoluzione di $\sim 160 \mu\text{m}$

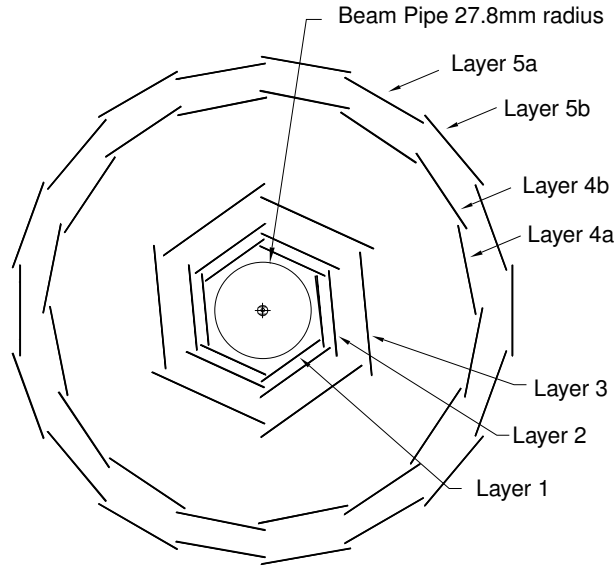


Figura 3.8: *Visione schematica del SVT : sezione trasversa*

sulla quantità Δz (che è la differenza tra le coordinate z dei due B) risulta essere un elemento fondamentale per lo studio delle asimmetrie di $\mathcal{CP}$ a PEP-II; si tratta inoltre dell'unico rivelatore in grado di tracciare le particelle cariche con basso momento trasverso ($p_T < 120 \text{ MeV}$), particelle che non raggiungono la camera a deriva. Il progetto del SVT è ottimizzato in modo da considerare le limitazioni imposte dalla geometria di *PEP-II* alla regione di interazione; essendovi infatti in prossimità del punto di interazione (a $\pm 20 \text{ cm}$) i magneti permanenti $B1$ (fig. 3.4) necessari a separare i fasci dopo la collisione.

Trattandosi del rivelatore più interno, la costruzione ha richiesto uno sforzo tecnologico tale da garantire un'alta resistenza alla radiazione e, allo stesso tempo, il minimo spessore di materiale possibile, al fine di limitare gli effetti di diffusione multipla.

La struttura si basa su 340 sensori di Silicio a doppio strato letti da circuiti dedicati a basso rumore. Tali moduli sono organizzati su 5 livelli radiali (*layers*), dei quali i tre più interni sono sostanzialmente predisposti al tracciamento e alla ricostruzione dei vertici, mentre i due più esterni contribuiscono alla ricostruzione delle tracce che muoiono prima di raggiungere la camera a deriva (fig. 3.8). I moduli sono alloggiati su di una struttura conica in fibra di carbonio, posizionata intorno ai magneti permanenti $B1$ ed alla *beam pipe*. Tutto il SVT e parte degli elementi focalizzanti dell'acceleratore risiedono all'interno di un tubo di supporto in berillio, il quale è direttamente collegato alla struttura meccanica della linea di fascio.

Il controllo sulla dose di radiazione assorbita dal silicio viene eseguito attraverso un

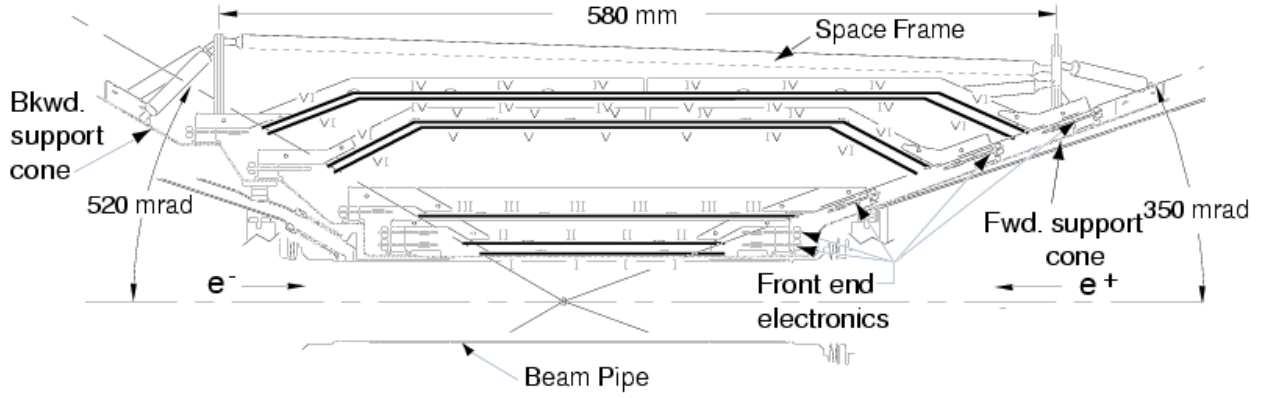


Figura 3.9: *Visione schematica del SVT : sezione longitudinale*

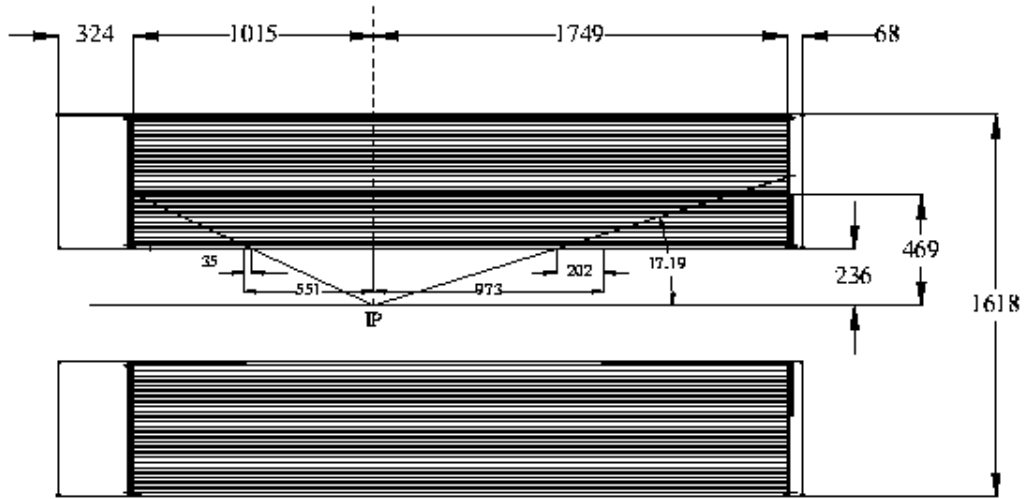


Figura 3.10: *Sezione longitudinale della DCH, le dimensioni sono espresse in mm.*

sistema costituito da 12 fotodiodi, posizionati vicino al primo layer del SVT.

L'accettanza del rivelatore nell'angolo polare θ , limitata proprio dagli elementi dalla *beamline*, è di $-0.87 < \cos\theta_{lab} < 0.96$.

3.2.2 La camera a deriva

La camera a deriva (*Drift CHamber*) è il secondo componente del sistema di tracciamento presente in *BABAR*. Questo rivelatore viene impiegato per misurare l'impulso delle particelle cariche con impulso trasverso ≥ 120 MeV, a partire dalla curvatura delle tracce ad esse associate, dovuta alla presenza del campo magnetico (di intensità pari a 1.5 T).

La DCH contribuisce inoltre al sistema di identificazione delle particelle (*PID*), per la separazione di kaoni e pioni attraverso misure dell'energia persa per ionizzazione (dE/dx) nell'intervallo di impulso compreso tra 100 e 700 MeV. Infine, le informazioni degli *hit* nelle singole celle vengono usate per il trigger di primo livello.

La camera a deriva è costituita da un cilindro lungo 280 *cm*, con un raggio interno di 23.6 *cm* e un raggio esterno di 80.9 *cm*, ed è posizionata all'esterno del tubo di supporto che contiene il rivelatore di vertice ed all'interno del DIRC.

Il centro della camera è posizionato sull'asse z (figura 3.10) a +36.7 *cm* rispetto al punto di interazione al fine di aumentare il volume di tracciamento nella regione in avanti, dove, a causa del *boost*, si concentra il maggior numero di tracce.

La sottile parete interna in Berillio ($0.0028 X_0$) e la parete esterna in fibra di Carbonio ($0.015 X_0$) minimizzano la quantità di materiale che le particelle devono attraversare prima di arrivare al calorimetro elettromagnetico².

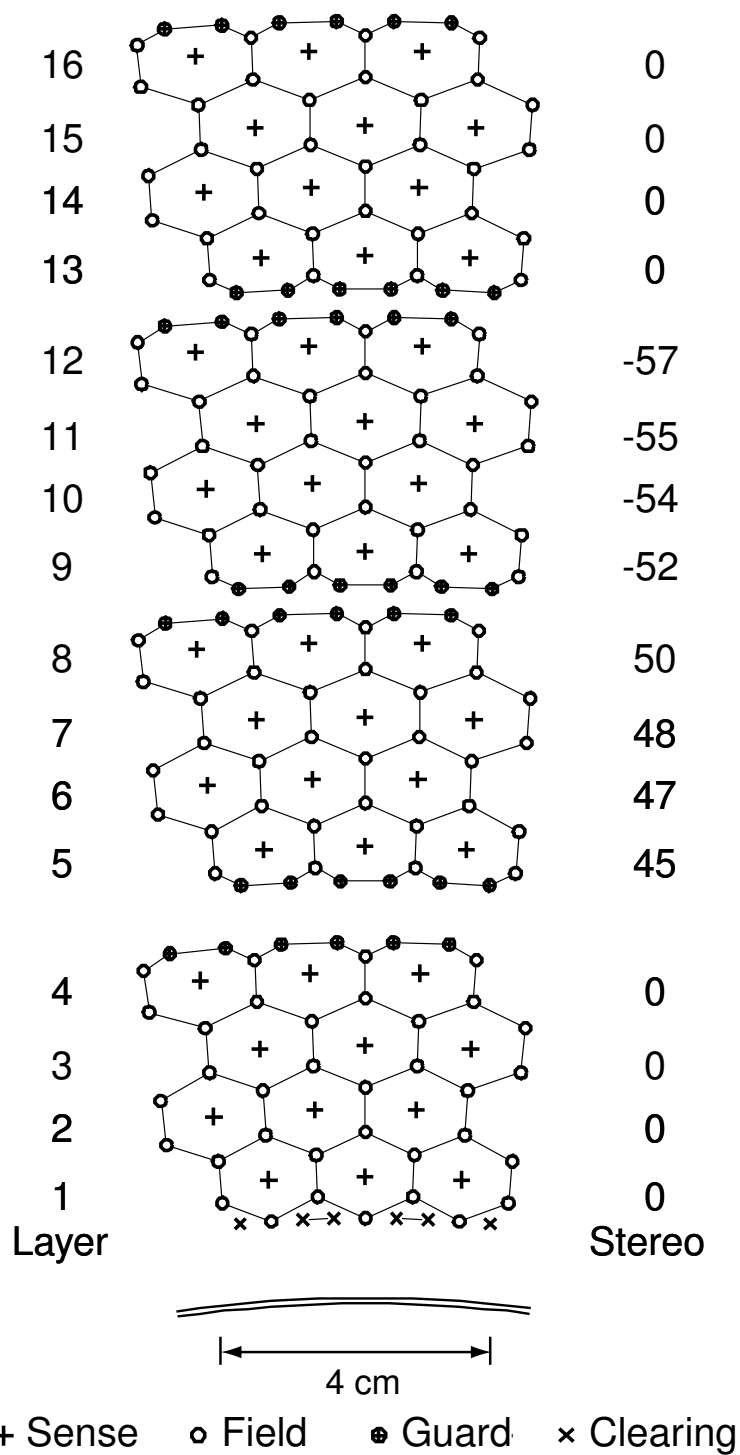
La camera a deriva è suddivisa in 7104 celle esagonali, approssimativamente di $1.2 \text{ cm} \times 1.8 \text{ cm}$, raggruppate in 40 *layers* concentrici. Il volume attivo per il tracciamento copre un angolo polare di $-0.92 < \cos\theta_{lab} < 0.96$. I 40 *layers* sono raggruppati in 10 *super-layers* composti di 4 *layers* ciascuno (fig. 3.11).

Una completa simmetria lungo l'asse z non permetterebbe di ricostruire la posizione della traccia lungo questa direzione. Per questo motivo esistono due tipi di fili: fili assiali (A), paralleli all'asse z , e i fili stereo (U,V). I fili stereo, grazie all'angolo che formano con l'asse z (positivo per il tipo U, negativo per il tipo V), permettono di trovare per intersezione la coordinata Z della traccia. I *super-layers* si alternano secondo lo schema AUVAUVAUVA (in figura 3.11 sono indicati i quattro *super-layers* più interni)

Tutti i *super-layers* contribuiscono alla ricostruzione di segmenti per il trigger di primo livello, mentre solo quelli assiali partecipano alla determinazione di p_T per il trigger.

Le singole celle sono costituite da un filo di alta tensione centrale (*sensewire*) di tungsteno che lavora ad una tensione di 1960 *V*, circondato da 6 fili catodici di alluminio dei quali circa la metà in comune con le celle vicine (fig. 3.12). Il gas utilizzato nella camera, scelto per minimizzare la quantità di materiale presente, è una miscela 80%–20% di He-Isobutano (la lunghezza di radiazione di questa miscela è $x_0 = 807 \text{ m}$), con una piccola quantità di vapor d'acqua (3000 ppm) per prolungare la vita del rivelatore in un

²La camera a deriva incide per $\sim 0.021 X_0$ per una traccia ad incidenza normale.



1-2001
8583A14

Figura 3.11: Rappresentazione schematica dei primi quattro super – layers. I numeri sulla destra indicano il valore dell'angolo stereo (in mrad.) per ogni layer.

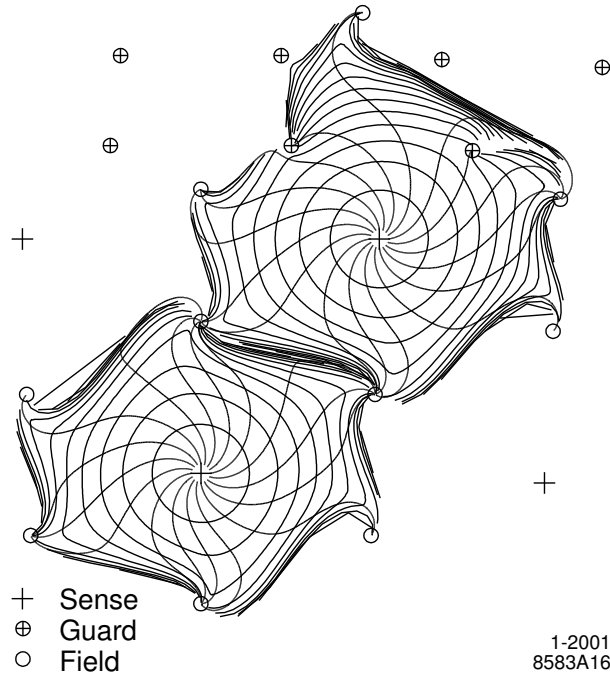


Figura 3.12: Celle di drift. Sono rappresentate le isocrone delle celle dei layers 3 e 4 di un super-layer assiale; le curve sono quasi circolari in vicinanza dei fili di senso, ma diventano irregolari vicino ai fili di campo.

ambiente sottoposto ad intensa radiazione.

La risoluzione spaziale di progetto per singolo hit nella camera a deriva è di $140 \mu\text{m}$. Il modello di relazione spazio-tempo per un gas non saturato è realizzato tramite polinomi di Chebychev. Questo modello si è dimostrato stabile in funzione del tempo. Rimane una piccola dipendenza residua dalla densità del gas, per la quale ancora non è stata introdotta nessuna correzione nella ricostruzione. La risoluzione di singola cella ottenuta dall'insieme di tutte le tracce cariche in eventi adronici è riportata in figura 3.13a per una tensione di lavoro di 1960 V . La risoluzione media ottenuta è di $125 \mu\text{m}$.

L'informazione temporale degli hit nella camera è ricostruita utilizzando dei TDC (*Time to Digital Converters*). Vengono inoltre utilizzati dei flash-ADC (*Analogic to Digital Converters*) per campionare l'andamento del segnale impulsivo in funzione del tempo.

Iniettando una quantità di carica nota si calcola la correzione sul guadagno che viene poi applicata in fase di acquisizione.

Durante la ricostruzione *off-line* sono calcolate ed applicate le correzioni al dE/dx dovute alla saturazione, alla lunghezza di cammino nella cella, ed al guadagno del singolo filo e del singolo layer. Si è verificato che queste correzioni sono stabili in funzione del tempo. Tutto questo contribuisce ad ottenere una risoluzione del 7.5 % sulla media

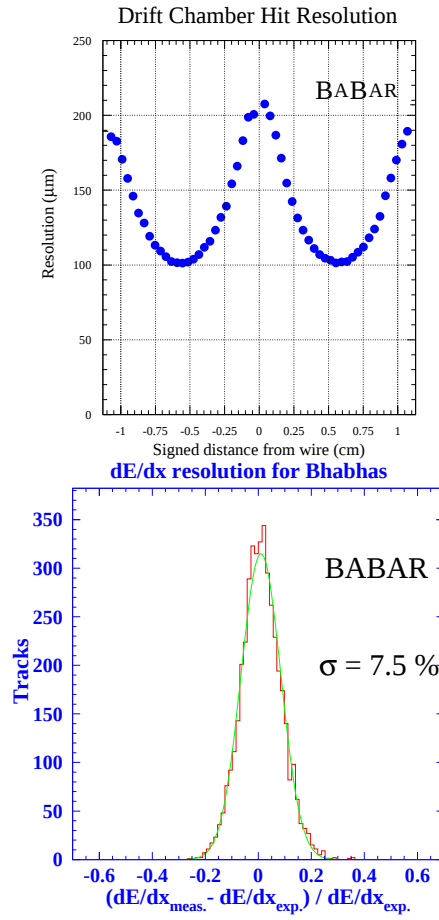


Figura 3.13: (a) Risoluzione sul singolo hit nella DCH. (b) Risoluzione sul dE/dx per particelle che provengono da eventi Bhabha.

troncata della perdita di energia per ionizzazione osservata in eventi *Bhabha* (fig.3.13b).

3.3 Il rivelatore Cherenkov

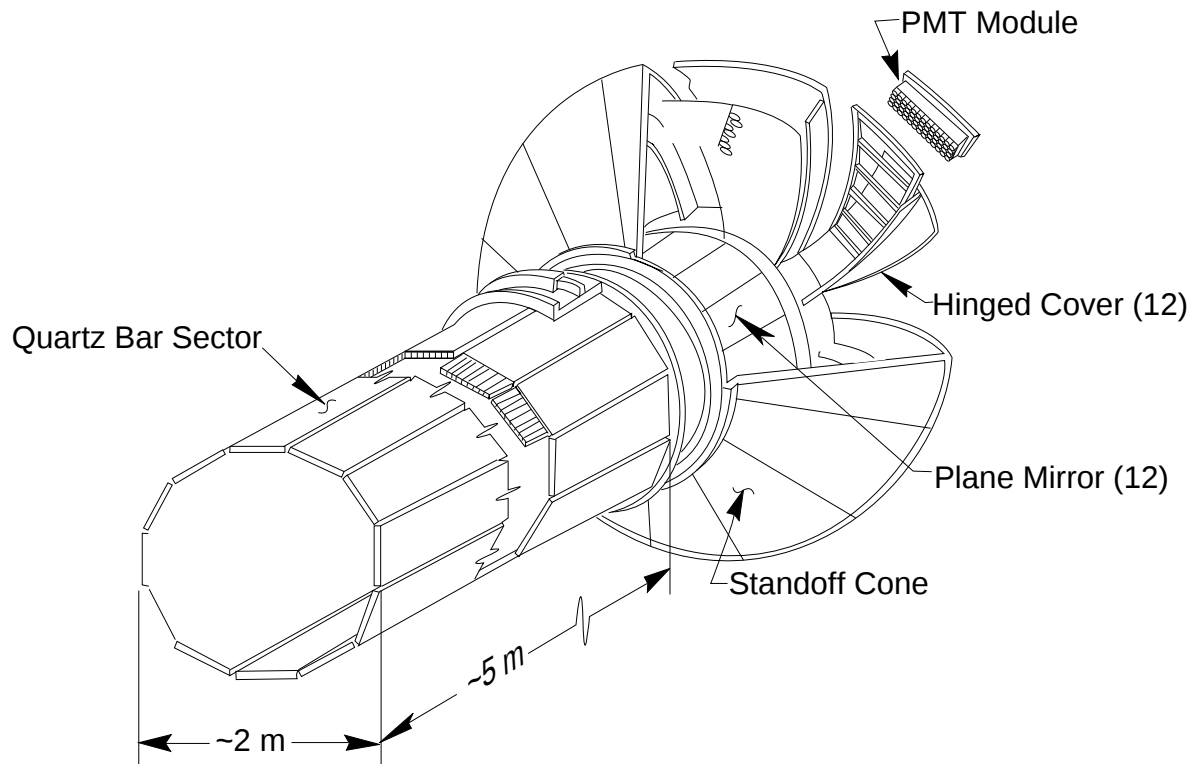


Figura 3.14: Vista tridimensionale del DIRC.

BABAR ha un rivelatore dedicato all'identificazione delle particelle chiamato DIRC (*Detector of Internally Reflected Cherenkov light*) basato sulla misura della luce Cherenkov prodotta nel quarzo.

Il DIRC (fig. 3.14) è posto prima del calorimetro e quindi deve essere sottile ed uniforme in termini di lunghezza di radiazione (per minimizzare il degrado della risoluzione di energia nel calorimetro), e ridotto nella direzione radiale per ridurre il volume, quindi il costo del calorimetro. Infine per operare ad alta luminosità, è necessario che abbia una risposta veloce al segnale e che sia in gradi di tollerare una grande quantità di fondo.

Una caratteristica non tradizionale del DIRC consiste nell'uso delle barre di quarzo sia come radiatore che come guida di luce. Le particelle cariche che escono dalla regione cilindrica centrale (*barrel*) della camera a deriva attraversano una matrice di 144 barre di quarzo, posizionate su un poligono di 12 lati, ognuna di circa 17 mm di spessore, 35 mm

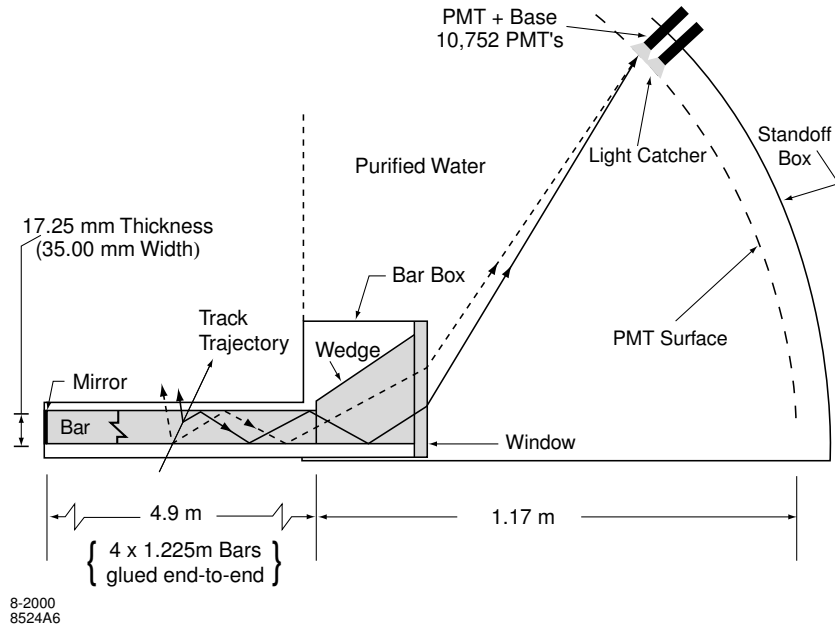


Figura 3.15: Schema del DIRC: zona di radiazione e regione di immagine.

di larghezza e 4.9 m di lunghezza lungo l'asse z . Le particelle sopra la soglia Cherenkov emettono fotoni nel quarzo. L'angolo Cherenkov (θ_C) dei γ rispetto la direzione della particella carica viene misurato da una matrice di 10752 fotomoltiplicatori posizionati come si vede in figura 3.15.

In fig. 3.15 è mostrato uno schema della geometria DIRC ed i principi di funzionamento della produzione di luce, del suo trasporto e della formazione dell'immagine, immagine di cui vengono mostrati alcuni esempi in fig. 3.16.

La copertura del rivelatore nell'angolo polare è di $-0.84 < \cos \theta_{lab} < 0.90$ corrispondente all'87% nel sistema del centro di massa. La copertura nell'angolo azimutale è del 93% a causa dello spazio tra i 12 lati del poligono.

Le 144 barre di quarzo sono posizionate in 12 moduli (*barboxes*) disposti parallelamente alla direzione dei fasci nella regione cilindrica centrale (*barrel*), e terminano ad una estremità con uno specchio (nella regione *forward*) e dall'altra in un serbatoio semi-toroidale riempito di acqua purificata, posto al di fuori del campo magnetico di BABAR.

I fotoni Cherenkov vengono intrappolati per riflessione totale nelle barre ed entrano nel serbatoio che accoppia otticamente le stesse con la matrice dei fotomoltiplicatori. I fototubi, posti su una superficie semi-toroidale con raggio interno di 1.2 m e raggio esterno di 3 m , sono suddivisi in 12 settori corrispondenti ai 12 moduli.

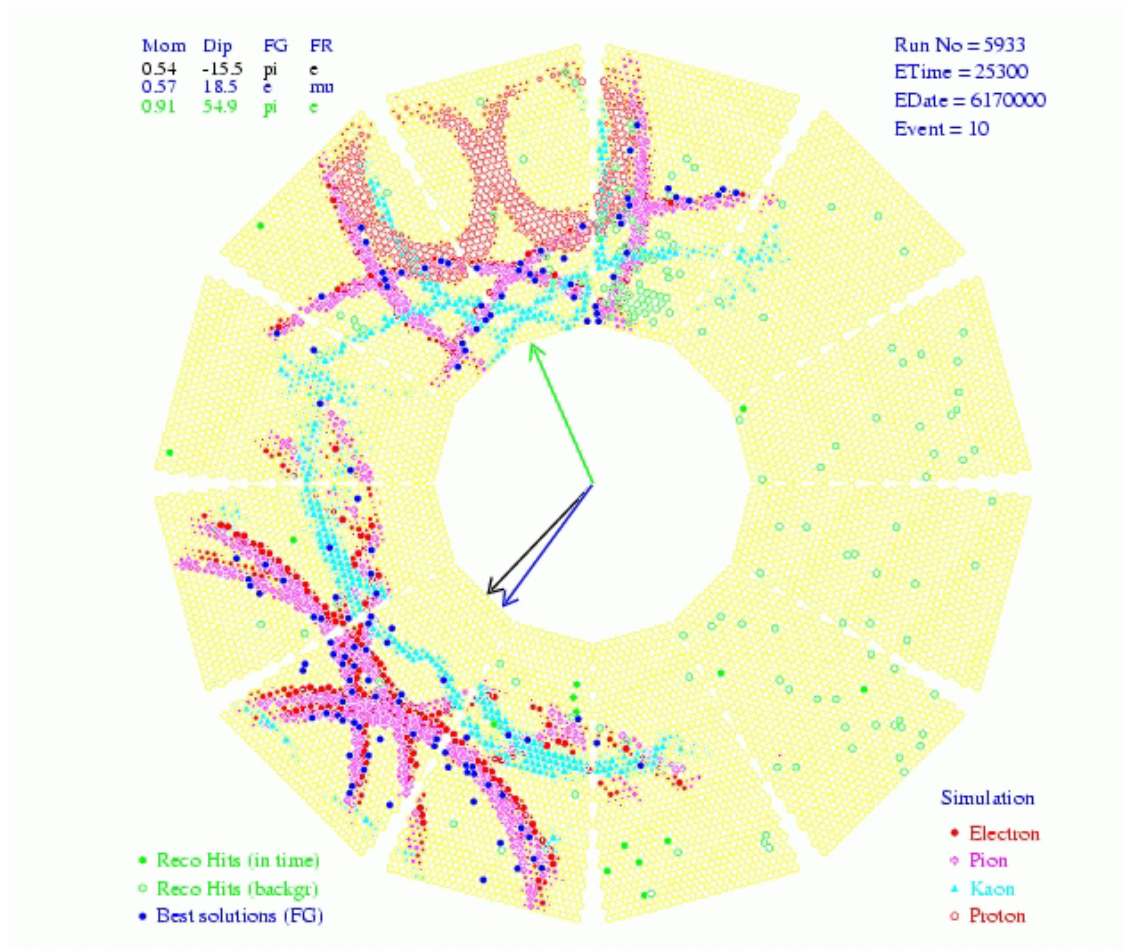


Figura 3.16: Ricostruzione di un anello Cherenkov nel DIRC.

Mettendo in relazione la direzione della particella ottenuta dal sistema di tracciamento e la posizione dei fototubi che osservano i fotoni Cherenkovsi ricava l'angolo θ_C . L'informazione portata da questo angolo risulta fondamentale nell'identificazione delle particelle cariche, in particolare per la separazione tra pioni e kaoni.

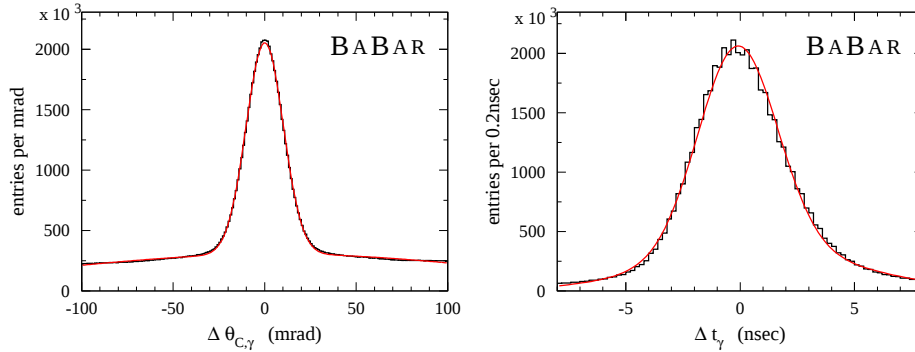


Figura 3.17: (a) Risoluzione sull'angolo Cherenkov ricostruito per il singolo fotone. (b) Risoluzione sulla differenza tra il tempo di arrivo misurato ed aspettato.

A causa della riflessione totale all'interno delle barre sono possibili più soluzioni per l'associazione tra segnali (*hit*) nei fototubi e la traccia.

La risoluzione angolare per un singolo fotone è di circa 10.2 mrad (fig.3.17a) e, con una media di 30 fotoni per traccia, la risoluzione sull'angolo Cherenkov di una traccia è di circa 2.8 mrad. Questo corrisponde ad una separazione migliore di tre deviazioni standard tra K e π carichi per un impulso pari a 3 GeV.

È inoltre possibile misurare il tempo al quale si ha un *hit* nei fotomoltiplicatori rispetto al tempo t_0 dell'evento con una precisione di 1.7 ns (fig.3.17b). Confrontando il tempo misurato con la stima del tempo di propagazione previsto per un certo fotone Cherenkovè possibile ridurre il fondo di fotoni scorrelati e risolvere le ambiguità.

3.4 Il calorimetro elettromagnetico

Il calorimetro elettromagnetico (*EMC*) è stato progettato per misurare con eccellente risoluzione l'energia e la distribuzione angolare degli sciami elettromagnetici con un'energia compresa tra 20 MeV e 4 GeV. Questo intervallo permette di poter individuare i π^0 di bassa energia e gli η provenienti dal decadimento del B ed inoltre i fotoni e gli elettroni provenienti da processi elettromagnetici o deboli.

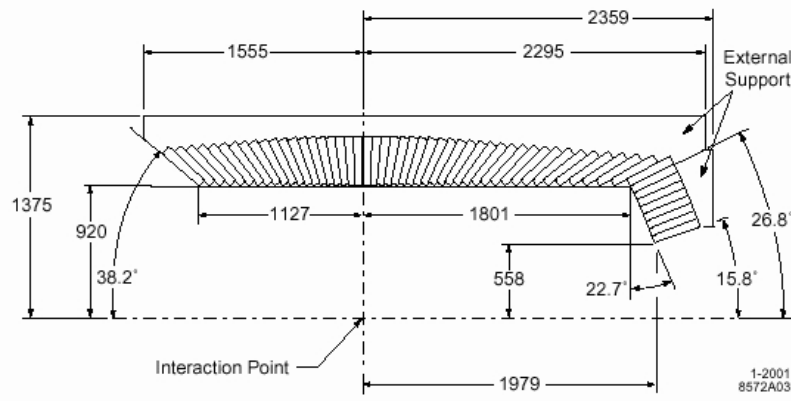


Figura 3.18: Sezione longitudinale dell'EMC (è mostrata soltanto la parte superiore) che mostra il posizionamento dei 56 anelli di cristalli. Il rivelatore è a simmetria assiale lungo l'asse z . Le dimensioni sono date in mm

L' EMC (fig. 3.18) è composto da 6580 cristalli di Ioduro di Cesio attivati al Tallio. Ogni cristallo è un tronco di piramide trapezoidale con una lunghezza, che varia con l'angolo polare, tra 16 e 17.5 lunghezze di radiazione. La faccia frontale è tipicamente di $\sim 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, mentre la faccia posteriore è di $\sim 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$. (fig. 3.20) I cristalli

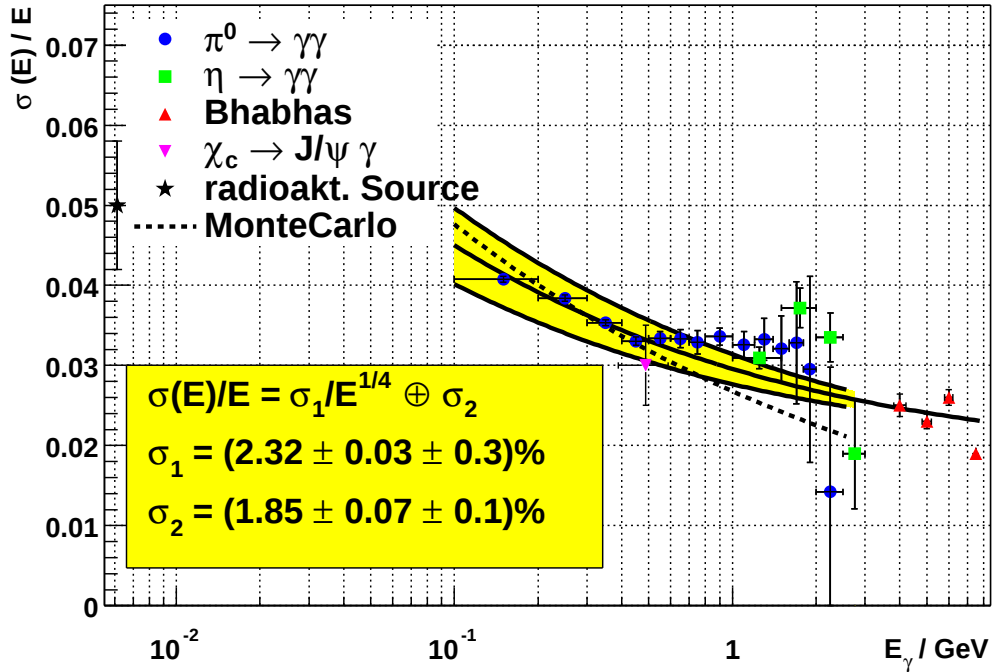


Figura 3.19: Risoluzione dell' EMC in funzione dell'energia.

sono posizionati con una geometria semi-proiettiva in una struttura cilindrica (*barrel*) suddivisa in 48 corone in θ di 120 cristalli l'una (in ϕ). La regione in avanti del rivelatore

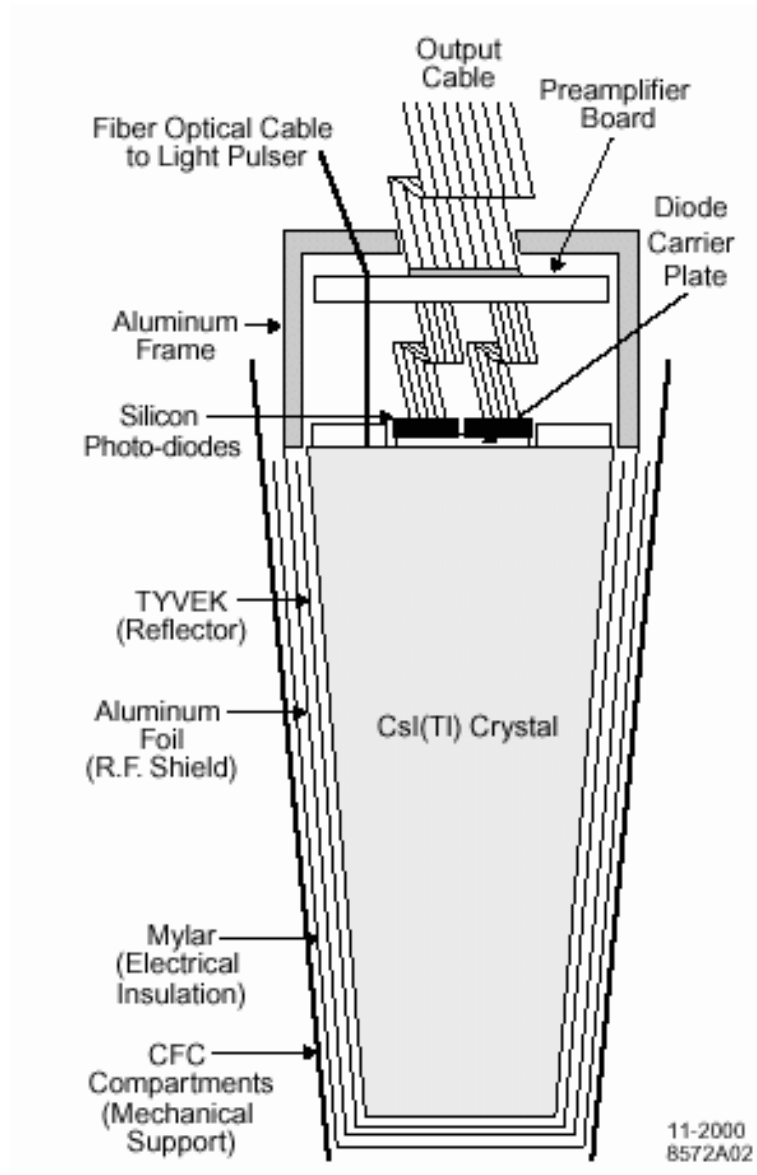


Figura 3.20: *Schema di un cristallo dell'EMC.*

è chiusa da una struttura separata dal *barrel*, costituita da 9 anelli di cristalli (*endcap*). Il calorimetro copre la regione $-0.78 < \cos\theta_{lab} < 0.96$.

La luce di scintillazione viene rivelata da due fotodiodi di 2 cm^2 posti sulla faccia esterna del cristallo. La calibrazione ed il controllo delle prestazioni sono realizzati con diversi sistemi: tramite impulsi immessi direttamente nell'amplificatore collegato ai fotodiodi; usando un sistema che emette impulsi luce nella regione posteriore dei cristalli e infine facendo circolare in un apposito sistema di tubature un liquido radioattivo che emette fotoni da 6 MeV in ogni cristallo. Vengono inoltre usati campioni di controllo estratti dai dati (π^0 , eventi *Bhabha* radiativi e non, $\mu^+\mu^-$ e $\gamma\gamma$). La calibrazione con eventi *Bhabha* e con la sorgente viene effettuata settimanalmente per controllare eventuali variazioni della quantità di luce.

La risoluzione di progetto dell'*EMC* è data da:

$$\sigma(E)/E(\text{GeV}) = \sigma_1 E(\text{GeV})^{-1/4} \oplus \sigma_2 \quad (3.1)$$

dove $\sigma_1 \sim 1\%$ e $\sigma_2 \sim 1.2\%$. La risoluzione $\sigma(E)/E$ può essere stimata, in intervalli di energia diversi, utilizzando la sorgente radioattiva da 6 MeV oppure con elettroni in eventi di scattering *Bhabha* ad energie più elevate.

Con la sorgente è stata misurata una risoluzione media $\sigma(E)/E \approx 5.0 \pm 0.8\%$, mentre con elettroni *Bhabha* da 7.5 GeV si ottiene $\sigma(E)/E \approx 1.90 \pm 0.07\%$.

Effettuando un fit (fig.3.19) delle misure sperimentali con la 3.1 si ottiene: $\sigma_1 \approx 2.32 \pm 0.30\%$ e $\sigma_2 \approx 1.85 \pm 0.12\%$. Il termine costante più grande di quello atteso è causato da un effetto, non ancora corretto, di *cross talk* nell'elettronica di acquisizione.

La figura 3.19 mostra la risoluzione in energia nei dati confrontata con quella aspettata dal Monte Carlo. In questo grafico sono incluse misure ottenute usando fotoni da $50 \div 600\text{ MeV}$ provenienti da decadimenti di π^0 , e fotoni da eventi *Bhabha* radiativi ($\sim 0.25 \div 3\text{ GeV}$). Nell'ultimo caso è stato tenuto in considerazione il contributo alla risoluzione dovuto al sistema di tracciamento ottenuto studiando eventi $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Eventi *Bhabha* sono stati usati anche per determinare la risoluzione angolare del calorimetro, che risulta variare tra 12 mrad e 3 mrad passando dalle basse alle alte energie, secondo una dipendenza dall'energia descritta dalla relazione:

$$\sigma_{\theta,\phi} = \sigma_1(E/\text{GeV})^{-1/2} + \sigma_2, \quad (3.2)$$

con $\sigma_1 = (3.87 \pm 0.07)\text{mrad}$ e $\sigma_2 = (0.00 \pm 0.04)\text{mrad}$.

3.5 L' IFR

L'identificazione dei muoni e la rivelazione degli adroni neutri (principalmente K_L^0) in un ampio intervallo di impulsi ed angoli è demandata al sottosistema chiamato IFR (*Instrumented Flux Return*).

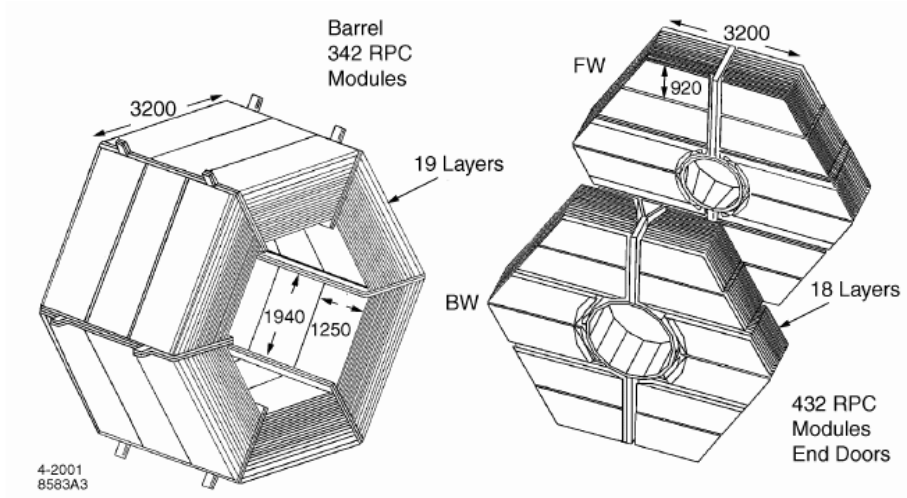


Figura 3.21: Vista dell'IFR

Come tutti i rivelatori di *BABAR*, anche l'IFR ha una struttura asimmetrica e la sua copertura dell'angolo polare è $17^\circ \leq \theta_{lab} \leq 150^\circ$.

L'IFR (fig. 3.21) consiste di 19 piani di *Resistive Plate Chambers* (*RPC* - [24]) nella regione cilindrica centrale (*barrel*) e 18 piani nelle regioni anteriore e posteriore. I piani di *RPC* sono alternati con le piastre di ferro che chiudono il ritorno del campo magnetico solenoidale. La struttura del ferro è suddivisa in tre parti principali: il *barrel* che circonda il solenoide, composto da 6 sestanti che si estendono radialmente da 1.820 m a 3.045 m per una lunghezza di 3.750 m; il *forward endcap* ed il *backward endcap* che coprono rispettivamente la regione anteriore (asse z positivo) o posteriore del rivelatore. In più, due *layer* di *RPC* cilindrici sono installati tra il calorimetro e il criostato del magnete per rivelare particelle uscenti dall'EMC. Questi devono supplire alle regioni, nella coordinata ϕ , non coperte dal *barrel*. I *layer* cilindrici sono suddivisi in quattro sezioni, ognuna delle quali copre un quarto della circonferenza. Ognuna ha quattro gruppi di *RPC* con *strip* di lettura ortogonali, all'interno *strip* elicoidali $u-v$ disposte lungo le diagonali del modulo, mentre all'esterno ci sono *strip* parallele a ϕ e z .

Gli *endcap* sono di forma esagonale ed ognuno di essi è diviso verticalmente in due metà per permettere l'accesso ai sottosistemi interni. Entrambi sono forati al centro per consentire il posizionamento del tubo a vuoto e degli elementi focalizzanti di *PEP - II*.

Lo spessore delle piastre di ferro va da circa 2 cm per quelle più vicine alla regione di interazione a 10 cm per quelle più esterne, per un totale di ≥ 65 cm (corrispondenti a ~ 4 lunghezze di interazione) nel barrel e ≥ 60 cm negli endcap. La distanza nominale tra gli strati di ferro è di 3.5 cm per i *layer* più interni del *barrel* e 3.2 cm altrove. Una maggiore granularità degli strati interni rispetto agli ultimi è giustificata dal fatto che la maggior parte delle particelle rivelate nell'IFR interagiscono con le prime piastre di materiale .

La segmentazione scelta è anche il risultato di un compromesso tra il costo della struttura (proporzionale al volume) e la necessità di individuare anche muoni di basso impulso (> 700 MeV), minimizzando però la frazione di K_L^0 che non interagiscono nell'IFR. Il risultato della ottimizzazione è una segmentazione non uniforme, con lastre di ferro di spessore crescente verso l'esterno. La sezione di un *RPC* è mostrato nella figura 3.22

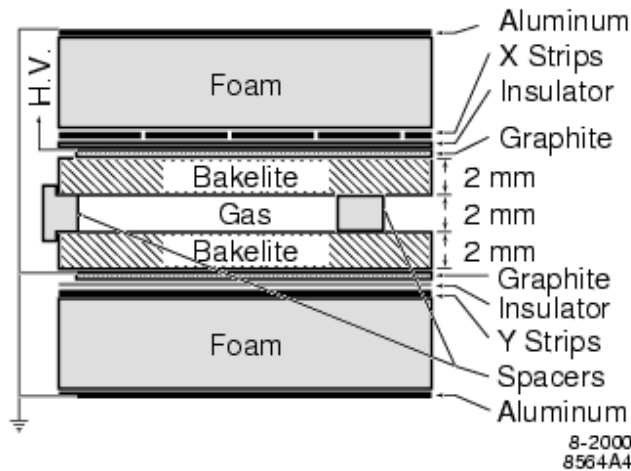


Figura 3.22: Sezione di un *RPC* planare con lo schema della connessione dell'HV.

In ciascun sestante del *barrel* le lastre vengono tenute assieme da una struttura in acciaio che riduce la copertura dell'angolo solido con rivelatori attivi di circa il 7%. La copertura attiva dell'IFR è di ≈ 2000 m², per un totale di circa 900 moduli di *RPC*.

I segnali prodotti dal passaggio delle particelle nello strato gassoso degli *RPC* sono raccolti su entrambi i lati della camera per mezzo di sottili *strip* di spessore 40 μ m e larghezza variabile di qualche centrimetro. Le strip sono applicate in 2 direzioni ortogonali

tra loro su fogli isolanti spessi $200\ \mu\text{m}$, in modo da ottenere una lettura bidimensionale. In ciascun sestante del *barrel* ogni *gap* ospita una camera. Questa consiste di 3 moduli di *RPC* di forma rettangolare. Ogni modulo è lungo $\sim 125\ \text{cm}$ nella direzione parallela ai fasci, con larghezza variabile in modo da chiudere completamente la *gap*.

Ogni camera è equipaggiata con 96 ϕ – *strip* disposte lungo l'asse z che misurano l'angolo ϕ nel *barrel*, e 96 z – *strip* ortogonali alla direzione dei fasci che a loro volta misurano la coordinata z . Le z – *strip* sono divise in tre pannelli di 32 *strip* ed ogni singola *strip* misura $3.65\ \text{cm}$ di larghezza, con una separazione tra *strip* contigue di $0.2\ \text{cm}$. Anche le ϕ – *strip* sono divise in tre pannelli di 32 *strip*, di larghezza variabile da 1.78 a $3.37\ \text{cm}$ con la posizione radiale della camera.

Questa geometria proiettiva permette di avere un numero costante di *strip* su tutti i piani, senza peggiorare le prestazioni del rivelatore poichè ogni *strip* sottende lo stesso angolo azimutale.

La miscela di gas utilizzato è composta da 56.7% di Argon, 38.8% di Freon-134a e 4.5% di Isobutano. La tensione di lavoro degli *RPC* è circa $7.5\ \text{kV}$.

Le piastre di ferro che separano i piani di *RPC* sono raffreddate con un sistema ad acqua che impedisce di superare una temperatura di $\sim 20^\circ\text{C}$.

Le efficienze degli *RPC* sono misurate utilizzando cosmici presi settimanalmente. L'efficienza media durante il run del 2000 è stata $\sim 78\%$ nel *barrel* e $\sim 87\%$ nel *forward endcap*, minore dell'efficienza misurata nel Giugno 1999 ($\sim 92\%$). Ora le efficienze del *barrel* sono diminuite, e sono di circa il 40%, mentre per il *forward endcap*, che è stato completamente ricostruito, sono superiore al 90%, come si vede ad esempio in figura (3.23)

Alla fine dell'estate 2004 le *RPC* dei sestanti superiore e inferiore sono state sostituite con tubi a *streamer* limitati (LST). La raccolta di dati a *SLAC* è ripresa solamente nella seconda metà dell'Aprile 2005 (**Run 5**) e quindi non si posseggono ancora dati sufficienti per poter stabilire l'efficienza e le prestazioni degli LST.

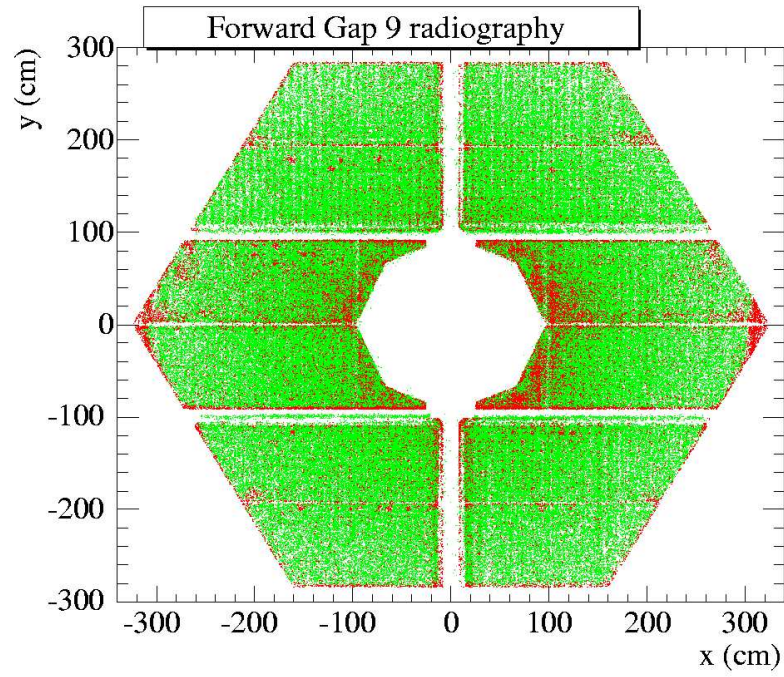


Figura 3.23: Efficienza del secondo *layer* del *forward endcap*: la scala dei colori va dal rosso al verde, dove il rosso indica efficienza zero e il verde efficienza uno

Capitolo 4

Ricostruzione dei decadimenti

$$B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$$

In questo capitolo viene illustrata l'analisi condotta sui dati per estrarre l'asimmetria di CP dai decadimenti del mesone B in $K_S^0 K_S^0 K_S^0$, ricostruito a partire da due K_S^0 che decadono in pioni carichi ed un K_S^0 che decade in due pioni neutri. Questo canale è particolarmente indicato per la ricerca di contributi di fisica oltre il Modello Standard, giacché, come visto nel Cap. 2, non ha contributi ad albero, ma è dominato da un'ampiezza a pinguino. In realtà, come si evince dall'Eq. 2.54, esiste un ulteriore contributo all'ampiezza (P_{gim}), che terremo in conto nel cercare di ottenere previsioni fenomenologiche da confrontare con i dati sperimentali.

La procedura di estrazione dei rapporti di decadimento (d'ora in poi BR) per canali rari come quello oggetto di questa analisi fa solitamente uso del metodo di massima verosimiglianza (*maximum likelihood*), in cui la massimizzazione di una funzione di *likelihood* fornisce estimatori efficienti dei parametri che si vogliono estrarre dai dati sperimentali e dei rispettivi errori statistici.

I BR per i canali a tre corpi del mesone B senza *charm* nello stato finale sono tipicamente dell'ordine di $10^{(-6)} - 10^{(-8)}$. Considerando che la sezione d'urto di produzione di coppie $B\bar{B}$ a partire da collisioni e^+e^- in prossimità dell'energia della risonanza $Y(4S)$ è di circa 1.1 nb , la sezione d'urto risultante per questi processi è di appena $\sim 10^{-6} - 10^{-8} \text{ nb}$.

Pertanto l'aspetto più delicato dell'analisi è la soppressione del fondo: se definiamo come eventi di *segnale* quelli in cui i decadimenti del $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ vengono correttamente ricostruiti a partire dalle informazioni restituite dal rivelatore, il *fondo* è invece costituito da tutti gli eventi che, pur non essendo di segnale, vengono erroneamente identificati come tali.

La probabilità di identificare in maniera erronea le diverse particelle dello stato finale e la risoluzione sperimentale con cui vengono ricostruite le variabili cinematiche ad esse legate condizionano fortemente il rapporto segnale/fondo. I decadimenti del $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$, nel caso in cui i tre K_S^0 vengono ricostruiti a partire da coppie di pioni carichi, presentano una ridotta contaminazione. Infatti l'energia dei pioni carichi, non essendo questi ultimi prodotti direttamente dalla disintegrazione del mesone B , è relativamente bassa e non c'è sostanzialmente possibilità di identificarli erroneamente (ved. Sez. 3.3). La situazione si complica nel caso qui considerato, in cui uno dei K_S^0 è ricostruito in due mesoni π^0 , a loro volta ricostruiti a partire da quattro fotoni.

Classifichiamo il fondo in categorie:

- fondo continuo: $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, essendo $q = u, d, s, c$, che nel Monte Carlo viene per praticità suddiviso in contributi derivanti dai quark u, s, d (sez. d'urto complessiva di 2.09 nb) e dai contributi derivanti dall'adronizzazione del quark *charm* (sez. d'urto di 1.3 nb)
- altri canali di decadimento del mesone B con *charm* (tipicamente in questa analisi del tipo $B \rightarrow D^{(*)}\rho$ e $B \rightarrow DK^*$), con BR dell'ordine di $10^{-3} - 10^{-5}$
- altri canali senza *charm* a due e a tre corpi (alcuni con BR tuttora sconosciuti, come $B \rightarrow K^{*0} K_S^0 K_S^0$, con $BR < 10^{-5}$)

Inoltre tutti gli eventi in cui vengono ricostruite coppie di mesoni $B\bar{B}$ (tutte le categorie qui considerate, eccetto il fondo continuo), sono affette, in proporzioni diverse, da fondo di natura combinatoria, che descriveremo in una sezione a parte.

4.1 Contaminazione da fondo continuo

Il fondo di gran lunga più presente è quello continuo, dovuto a particelle provenienti dall'adronizzazione dei quark più leggeri del quark b . Queste vengono inizialmente prodotte in coppie di quark ed antiquark con carica di colore, i quali, tramite scambio di gluoni, generano da una parte e dall'altra mesoni e/o barioni, ristabilendo così la neutralità rispetto alla carica di colore. Tra gli stati finali così prodotti vi sono anche eventi in cui compaiono tre K_S^0 nello stato finale e, avendo questi origine da decadimenti a molti corpi, una certa frazione di essi viene creata esattamente nella stessa configurazione cinematica propria del segnale.

Un primo strumento per ridurre la contaminazione del fondo è quindi quello di richiedere che i tre K_S^0 ricostruiti abbiano massa invariante (che in Sez. 4.5 sarà definita come m_{REC}) consistente con quella del mesone B . Tuttavia, a causa dell'allargamento della distribuzione dovuta all'effetto della risoluzione sperimentale, soprattutto a causa della presenza di due π^0 nello stato finale, la capacità discriminante di questa variabile risulta indebolita.

Una $B - factory$ come $BaBar$ ha però due ulteriori strumenti molto efficaci che le consentono di distinguere il segnale dal fondo continuo:

- La cinematica delle coppie di mesoni $B\bar{B}$ prodotti dalle collisioni tra elettroni e positroni, trattandosi di un decadimento a due corpi della risonanza $Y(4S)$, è ben definita. L'energia dei mesoni B prodotti è perciò funzione della sola energia dei fasci, che è conosciuta con grande precisione. Il valore della massa del mesone B di segnale ottenuta usando direttamente l'energia dei fasci, senza dover usare il valore ricostruito della massa dei tre K_S^0 , permette di ottenere una variabile dalla distribuzione molto stretta sul segnale (con una larghezza dell'ordine di $\sim 6 \text{ MeV}/c^2$) e fortemente discriminante nei confronti del fondo continuo.
- Mentre le coppie di mesoni $B\bar{B}$ vengono prodotte praticamente ferme nel sistema di riferimento della risonanza $Y(4S)$, poiché questa viene prodotta nelle collisioni e^+e^- poco oltre la loro soglia di produzione ($m_{Y(4S)} = 10.580 \pm 0.0035 \text{ GeV}/c^2$ mentre $(2 \cdot m_{B^0} = 10558.6 \pm 1.0) \text{ GeV}/c^2$, i mesoni ed i barioni generati a partire dalle coppie $q\bar{q}$ con $q = u, d, s, c$ vengono prodotte con notevole energia cinetica (dell'ordine $T \sim m(Y_{4S}) - \sum_{i=1}^2 m_{q_i}$), dove per m_{q_i} si è inteso indicare il barione/mesone prodotto a partire da uno dei due quark della coppia $q\bar{q}$.¹ Il fatto che i mesoni B siano prodotti quasi fermi fa sì che variazioni di impulso trasverso relativamente piccole nel successivo processo di decadimento dei mesoni stessi provocano variazioni consistenti della direzione dei prodotti di decadimento, che perciò appaiono distribuiti in maniera sferica. Al contrario il fatto che i prodotti dell'adronizzazione dei quark più leggeri del b siano emessi con alto impulso, fa sì per la stessa ragione che i prodotti di decadimento appaiano nella tipica forma *jet like*, cioè risultino concentrati lungo l'asse di volo dei due *quark* inizialmente prodotti. In Sez. 4.5 vedremo quali variabili sono più adatte per definire la topologia dell'evento.

¹In particolare l'impulso medio dei mesoni B è $p = \sqrt{(\frac{M(Y_{4S})}{2})^2 - M_B^2} \sim 336 \text{ MeV}/c$

4.2 Fondo da altri canali di decadimento del B

La contaminazione dovuta a decadimenti del B in canali diversi da quelli oggetto di questo studio può essere studiata attraverso simulazioni Monte Carlo dei rispettivi modi di decadimento all'interno del rivelatore *BABAR* applicando la procedura di selezione usata per il segnale e studiando il numero di eventi che passano la selezione in funzione dei vincoli cinematici applicati nella ricostruzione. Nella maggior parte dei casi esiste sempre una

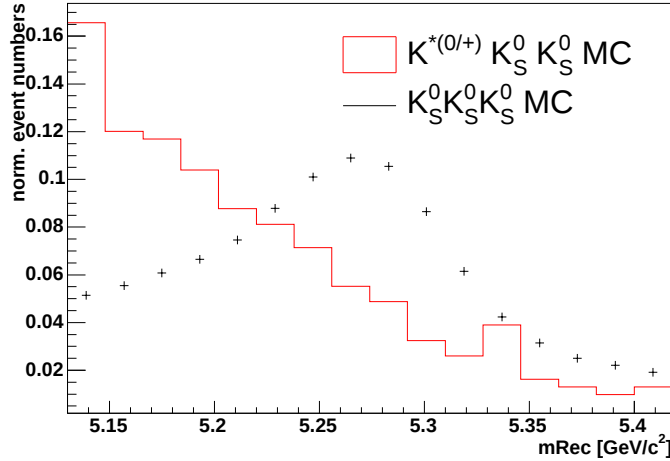


Figura 4.1: Distribuzione della massa ricostruita del mesone B a partire da un campione MC rispettivamente di fondo *charmless* $K^{*(0/+)} K_S^0 K_S^0$ e di segnale $K_S^0 K_S^0 K_S^0$ subito dopo la preselezione.

variabile discriminante capace di distinguere il fondo dovuto ad altri canali di decadimento del mesone B dal segnale. Prendiamo per esempio il caso del $B^{+0} \rightarrow K^{*+/-} K_S^0 K_S^0$: perchè un K^* passi i tagli di massa invariante propri di un K_S^0 , poichè $m_K^2 = E_K^2 - p_K^2$, deve esserne stata sovrastimata in fase di ricostruzione l'energia o sottostimato l'impulso. Questo si ripercuote in maniera abbastanza ovvia sulla massa ricostruita del mesone B (m_{REC}), proporzionale in prima istanza a ΔM_K^2 , provocando in media la traslazione a sinistra visibile in Fig. 4.1, dove per avere una statistica sufficiente sul MC con il K^* sommiamo sui modi neutri e carichi e riportiamo i plot subito dopo la preselezione². Considerando che l'efficienza di ricostruzione per questi canali di fondo è molto inferiore a quella del segnale e che i BR sono dello stesso ordine di grandezza, applicando un taglio inferiore su m_{REC} sarà possibile eliminare tale componente.

Più delicato è il caso del fondo dei decadimenti col *charm* nello stato finale: vi sono

²Per preselezione intendiamo la prima ricostruzione veloce e non ottimizzata degli eventi.

per esempio fra essi decadimenti del $B \rightarrow D^{(*)}K^{(*)}$, $B \rightarrow D^{(*)}\rho$, dove per esempio il D o D^* decade direttamente o indirettamente in combinazioni spurie di K_S e π carichi e neutri, associati insieme a particelle analoghe proveniente dall'altra B dell'evento. Questo fondo non presenta distribuzioni peculiari nelle variabili cinematiche, se non in buona approssimazione la tipica distribuzione da spazio delle fasi che caratterizza anche il fondo continuo, ed è costituito in buona parte di puro combinatorio (descritto nella prossima sezione).

4.3 Fondo combinatorio

Gli eventi $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$, siano essi di segnale o dovuti ad altri decadimenti del mesone B , sono contaminati da eventi di fondo cosiddetto combinatorio.

Per ricostruire un mesone B di segnale, si scelgono tutti i candidati che abbiano un profilo coerente con tutte le caratteristiche dell'albero di decadimento che stiamo considerando, cioè il $B \rightarrow K_S^0(\rightarrow \pi^+\pi^-)K_S^0(\rightarrow \pi^+\pi^-)K_S^0(\rightarrow \pi^0(\rightarrow \gamma\gamma)\pi^0(\rightarrow \gamma\gamma))$. Esiste però la possibilità che più di un candidato per evento rispetti tutte le caratteristiche cinematiche richieste (masse invarianti ed energia delle particelle intermedie, probabilità di aver individuato correttamente il vertice di produzione del mesone B e dei K_S^0 , etc.), così come che un evento presenti un solo candidato, ma non correttamente ricostruito.

Questo è dovuto all'erronea associazione di alcuni dei candidati delle particelle intermedie ricostruite con le particelle reali. Tipicamente infatti il numero di particelle ricostruite nel rivelatore è maggiore del numero di particelle che contribuiscono al decadimento della B , a causa principalmente di particelle provenienti dal resto dell'evento $(RE)^3$, dovute al fatto che la tecnica di ricostruzione del decadimento dell'altro mesone B , che come vedremo nel Cap. 5 viene usato per individuarne il sapore, è semi-inclusiva e quindi non è sempre in grado di tenere in conto tutte le particelle che vengono in esso prodotte.

Per ricostruire l'albero di decadimento si associano i γ a due a due per formare un oggetto con la massa invariante del mesone π^0 ed i mesoni π (carichi e neutri) a due a due per cercare di formare un oggetto con la massa invariante del K_S^0 . La procedura qui descritta viene iterata fino a ricostruire l'albero dal basso all'alto con tutte le combina-

³Definiamo RE l'insieme delle particelle che provengono dal decadimento della B opposta a quella di segnale.

zioni possibili, arrivando così per ogni evento a definire un certo numero di candidati B . Poiché la risoluzione sperimentale è finita, tagliare su quantità cinematiche come la massa invariante non assicura necessariamente l'individuazione dei candidati corretti. Per esempio possono esistere più coppie di fotoni che, combinati, siano consistenti con candidati π^0 capaci di superare la selezione.

Applicando la selezione sulla cinematica del decadimento la contaminazione sul segnale dovuta al fondo combinatorio viene notevolmente ridotta. Tuttavia la contaminazione residua dà luogo mediamente a più di un candidato ricostruito per evento⁴. Questo rende necessario l'individuazione di un criterio per la scelta del miglior candidato (come verrà descritto in Sez. 4.6.4).

Allo stesso tempo, il fondo combinatorio ancora presente, dovuto al fallimento della procedura di scelta del miglior candidato⁵, non viene isolato nelle simulazioni Monte Carlo dalla categoria di eventi cui è associato e contribuirà perciò anche esso alle distribuzioni usate nella funzione di verosimiglianza per le categorie di segnale e fondo $B\bar{B}$.

4.4 Campione di dati utilizzato

Questa analisi è basata sul campione di dati raccolto da *BABAR* presso l'acceleratore *PEP-II* a SLAC dal 1999 al 2004, che consiste in 227 milioni di coppie $B\bar{B}$ (per una luminosità integrata equivalente di circa $210 fb^{-1}$ ottenuta in corrispondenza del picco della risonanza $Y(4S)$). Inoltre per lo studio e la parametrizzazione dei vari tipi di fondo sono stati usati i seguenti campioni ausiliari di eventi, simulati tramite tecnica Monte Carlo:

- 817000 eventi di segnale Monte Carlo, generati con $S = 0$ e $C = 0$, dove S e C sono i parametri dell'asimmetria di CP precedentemente definiti (Eq. 1.89 nel Cap. 1);
- 600000 eventi di segnale Monte Carlo, generati con $S = -0.7$ e $C = 0$, cioè approssimativamente i valori di aspettazione per S e C del Modello Standard;
- 554 milioni di eventi di fondo continuo $q\bar{q}$ ($q = u, d, s$) (pari ad una luminosità di $\sim 265 fb^{-1}$);

⁴Il numero medio di candidati ricostruiti per evento è ~ 1.7

⁵La procedura di scelta del miglior candidato deve ad esempio necessariamente fallire se nessun candidato B è correttamente associato oppure se il candidato è ricostruito a partire da un canale di decadimento diverso da quello segnale

- 358 milioni di eventi di fondo continuo $c\bar{c}$ (pari ad una luminosità di $\sim 275 \text{ fb}^{-1}$);
- 464 milioni di eventi con coppie di mesoni B^+B^- che decadono in maniera generica (pari ad una luminosità di $\sim 844 \text{ fb}^{-1}$);
- 470 milioni di eventi con coppie di mesoni $B^0\bar{B}^0$ che decadono genericamente (pari ad una luminosità di $\sim 855 \text{ fb}^{-1}$);
- 20000 eventi $B \rightarrow \chi_{c0}K_S^0$, con l'altra B dell'evento che decade in maniera generica, in analogia agli altri campioni di decadimenti esclusivi;
- 20000 eventi $B \rightarrow \chi_{c2}K_S^0$;
- 20000 eventi $B \rightarrow K^{*+}K_S^0K_S^0$;
- 20000 eventi $B \rightarrow K^{*0}K_S^0K_S^0$;
- 1304000 eventi $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ con $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$

Oltre a questi campioni, è stato inoltre fatto uso di 385000 eventi di Monte Carlo del canale $B \rightarrow K_S^0\pi^0$. Questi sono stati utilizzati per verificare la correttezza della procedura di ricostruzione del vertice della coppia di mesoni B al momento del decadimento, fondamentale in una misura di asimmetria dipendente dal tempo.

4.5 Definizione delle variabili

In questa sezione definiamo le variabili necessarie per operare la separazione del segnale dal fondo:

- Variabili cinematiche
- Variabili topologiche
- Variabili legate al K_S^0
- Variabili legate al π^0

Variabili cinematiche

Il fatto che i mesoni B prodotti dal decadimento della risonanza $Y(4S)$ abbiano una cinematica completamente definita fa sì che, per distinguere il mesone B da combinazioni casuali di tre K_S^0 , abbiamo a disposizione, oltre alla massa invariante del candidato B ricostruito, una variabile ulteriore. Usando il valore dell'energia dei fasci si può infatti rinunciare alla determinazione delle masse ricostruite dei prodotti di decadimento della B di segnale⁶, indispensabili invece per calcolare il valore della massa invariante del B .

L'idea, nata per l'analisi effettuata a *BaBar* di ricostruzione del $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$, è stata quella di introdurre un set di due variabili scorrelate *per definizione*, che sono:

$$m_{REC} \equiv |q_{rec}| \quad (4.1)$$

$$m_{MISS} \equiv |q_{e^+e^-} - q_{REC}(m_{REC} \equiv m_B)| \quad (4.2)$$

dove q_{rec} e $q_{e^+e^-}$ sono rispettivamente il valore del quadrimpulso per la B di segnale e per il sistema e^+e^- e la completa scorrelazione di queste due variabili è ottenuta imponendo nel calcolo di m_{MISS} che il modulo del quadrimpulso di m_{REC} sia pari alla massa nominale del B riportata dal PDG [11], dove questo vincolo viene imposto usando i valori della matrice di covarianza dei quadrimpulsi dei tre K_S^0 , così come restituiti dalla procedura di ricostruzione dei rispettivi vertici a partire dai pioni.

La variabile m_{MISS} risulta particolarmente efficiente nel rigettare il fondo continuo. Infatti scrivendo tale variabile nel sistema di riferimento del centro di massa della risonanza $Y(4S)$ si ottiene:

$$m_{MISS} = \sqrt{\sqrt{s} \left[\sqrt{s} - 2\sqrt{m_B^2 + p_B^{*2}} \right] + m_B^2} \quad (4.3)$$

dove s è l'energia dei fasci nel sistema di riferimento in cui la risonanza $Y(4S)$ viene prodotta ferma, mentre p_B^* è l'impulso del mesone B ricostruito nello stesso sistema di riferimento.

Nel caso in cui viene ricostruito un mesone B , $p_B^* \sim 330 \text{ MeV}/c$, contro una massa imposta dal vincolo di $(5.2794 \pm 0.0005) \text{ GeV}/c^2$; per cui in buona approssimazione, essendo $\sqrt{s} \sim 2m_B$ e per quanto detto $\sqrt{m_B^2 + p_B^{*2}} \approx m_B$, ci attendiamo per il segnale un picco

⁶Questa assunzione può essere soddisfatta in maniera esatta nel sistema del laboratorio, mentre una lieve dipendenza dall'ipotesi sulle masse rimane nel sistema del centro di massa ed è dovuta al *boost* di Lorentz

intorno a $m_{MISS} \sim m_B$. Questo valore corrisponde in pratica al caso in cui tutto lo spazio delle fasi a disposizione viene usato per produrre un mesone B . Al contrario, quando i tre K_S^0 vengono prodotti a partire dal fondo continuo, in processi di adronizzazione che sono tipicamente processi a molti corpi, la frazione di spazio delle fasi che consente la produzione di tali stati finali si riduce man mano che ci avviciniamo a $p_B^* \rightarrow 0$ e quindi quando $m_{MISS} \rightarrow m_B$.

Queste variabili sono scorrelate per definizione, tuttavia nel caso in cui, come in questa analisi, lo stato finale è ricostruito anche a partire da particelle neutre come i fotoni, gli effetti di non contenimento dello sciame nel calorimetro fanno sì che parte dell'energia venga persa in fase di ricostruzione, creando una correlazione tra l'impulso e l'energia che si ripercuote in un piccolo grado di correlazione fra m_{MISS} ed m_{REC} . Tramite il Monte Carlo di segnale ed il campione di dati *on-resonance* abbiamo stimato che tale correlazione risulta minore del 5 %, quindi trascurabile e tale da permettere l'inserimento di entrambe le variabili nella funzione di verosimiglianza come variabili indipendenti.

In Fig. 4.2 riportiamo la distribuzione degli eventi di Monte Carlo di segnale nel piano m_{MISS} contro m_{REC} . Come si può notare il segnale si concentra in una zona ben limitata del piano (che chiamiamo zona di *segnale*), definita come:

- $(5.26 < m_{MISS} < 5.30) \text{ GeV}/c^2$
- $(5.20 < m_{REC} < 5.35) \text{ GeV}/c^2$

In questa zona si concentra il $(79.66 \pm 0.25) \%$ degli eventi, come stimato dal Monte Carlo di segnale. Definiamo invece tutta la regione al di fuori della zona di segnale come *Sideband*. Gli eventi contenuti in tale zona verranno usati per stimare le distribuzioni di interesse nel caso del fondo continuo.

Variabili topologiche

Anche la distribuzione stereo nell'angolo solido nel sistema di riferimento della $Y(4S)$ permette, per le ragioni anticipate in Sez. 4.1, di distinguere fra segnale e fondo. In questa analisi questo viene attuato usando la variabile $|\cos(\theta_{SPH})|$, a livello di preselezione, ed il rapporto tra i due momenti di Legendre, $\mathcal{L}_2/\mathcal{L}_0$, nel fit di massima verosimiglianza. Per la prima, definiamo il tensore di sfericità come

$$T_{\alpha\beta} = \sum_j (\delta_{\alpha\beta} \cdot p_j^2 - p_{j\alpha} p_{j\beta}) \quad (4.4)$$

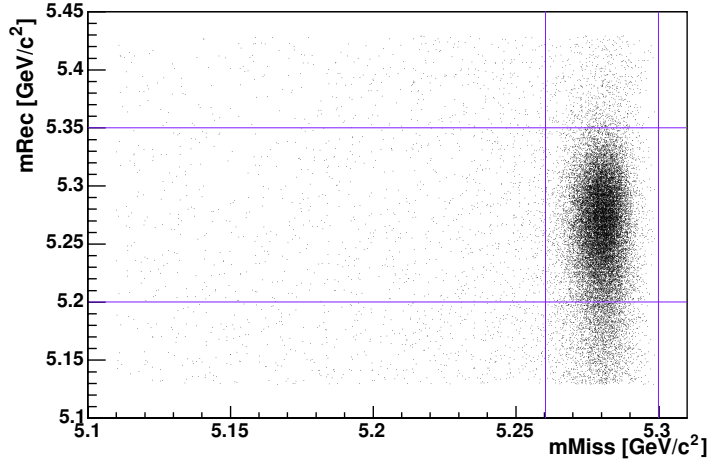


Figura 4.2: Distribuzione degli eventi di segnale nel piano $m_{REC} - m_{MISS}$, come stimato dal segnale Monte Carlo. Le linee viola delimitano la zona di segnale, tutto ciò che è al di fuori viene considerato come *sideband* e verrà usato per stimare il fondo direttamente dai dati.

dove p_j è l'impulso delle particelle j nell'evento e gli indici α e β si riferiscono alle quattro componenti del quadrivettore impulso. Poiché il tensore è simmetrico, può sempre essere diagonalizzato con una trasformazione ortogonale. Chiamando λ_1 , λ_2 e λ_3 i tre autovallori, l'autovettore associato all'autovalore più piccolo è chiamato asse di sfericità. I tre autovettori identificano i tre assi di simmetria dell'ellissoide ed identificano l'orientazione dei due *jet* che si allontanano in direzioni opposte. Per un evento *jet like*, l'ellissoide collassa su una linea retta, dato dall'asse di sfericità. θ_{SPH} è l'angolo tra l'asse di sfericità del candidato B di segnale e quello del resto dell'evento. Nel caso di eventi *jet-like* la distribuzione tende a $|\cos(\theta_{SPH})| \sim 1$, mentre eventi $B\bar{B}$ evidenziano una distribuzione piatta. Nella funzione di verosimiglianza facciamo invece uso dei momenti di Legendre:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_0 &= \sum_{i \in RE} p_i \\ \mathcal{L}_2 &= \sum_{i \in RE} p_i \frac{1}{2} (3\cos^2(\theta_i) - 1)\end{aligned}\tag{4.5}$$

dove p_i è l'impulso delle particelle i nel *Resto dell'Evento* (RE) e θ_i è l'angolo fra la direzione di volo delle particelle e l'asse di sfericità dell' RE . In questa analisi si è utilizzato il rapporto $\mathcal{L}_2/\mathcal{L}_0$, giacché si può dimostrare la quasi totale cancellazione della correlazione di questa variabile alle proprietà di *tagging* (ved. Cap. 5), derivante dalla quantità di energia non ricostruita (e quindi non necessariamente ben descritta nel Monte Carlo).

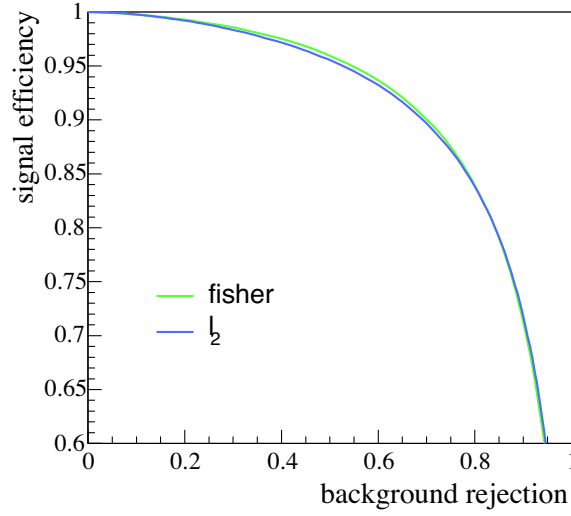


Figura 4.3: Efficienza di selezione sul segnale contro efficienza di rigetto del fondo, come risultato di progressivi tagli su $l_2 = L_2/L_0$, riportata dall'analisi $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$. Poiché i polinomi di legrende dipendono soltanto dal resto dell'evento e non dal particolare decadimento della B di segnale, possiamo assumere questo risultato anche per questo studio specifico

Variabili per il $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

In questo caso i K_S^0 sono ricostruiti a partire da due tracce di carica opposta, vincolate geometricamente a provenire dallo stesso vertice. In questa analisi facciamo uso dell'algoritmo *TreeFitter* [25], che ha la particolarità di fare un fit simultaneo su tutto l'albero di decadimento della $Y(4S)$ (come verrà spiegato in Sez. 5.3) usando un filtro di Kalman [26]. In questo modo sul lato di segnale si ottengono simultaneamente le informazioni sui vertici dei due $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ e sul vertice della B di segnale. L'unica cosa che viene richiesta a livello di selezione è che la procedura di individuazione del vertice non fallisca, cioè che il $\chi^2 > 0$.

Per ridurre la contaminazione del fondo, si è fatto uso delle seguenti variabili:

- massa invariante del sistema $\pi^+ \pi^-$;
- significanza statistica sul tempo di volo del K_S^0 ($\tau/\sigma(\tau)$);
- lunghezza di volo del K_S^0 proiettato sul piano trasverso rispetto alla direzione dei fasci.

Il tempo medio di decadimento di un K_S^0 è $(0.8926 \pm 0.0012)10^{(-10)}s$, piuttosto grande rispetto per esempio al tempo di decadimento di una D^0 , che è invece $(4.103 \pm$

$0.015)10^{(-13)}s$, quasi tre ordini di grandezza in più. Quindi un taglio inferiore sul tempo di volo o sulla lunghezza di decadimento è molto efficiente nel rigettare candidati K_S^0 non correttamente ricostruiti.

Variabili per il mesone π^0

I mesoni π^0 vengono ricostruiti a partire da una coppia di fotoni rivelati nell'EMC (Sez. 3.4) attraverso depositi di energia in insiemi di cristalli adiacenti. Tutti i depositi rivelati, insieme alla posizione dei massimi locali di energia all'interno del deposito e tutte le altre informazioni collegate, vengono registrate in una lista, detta *CalorNeutral*. I candidati π^0 vengono individuati a partire da coppie di elementi della lista *CalorNeutral*, che non siano associati ad alcuna traiettoria delle tracce cariche rivelate. Per selezionare i π^0 si fa uso delle seguenti variabili:

- massa invariante del sistema $\gamma\gamma$
- energia dei fotoni
- il momento laterale del deposito di energia (*LAT*). Questa variabile è usata per distinguere i depositi di energia provenienti da elettroni e fotoni (cioè da una cascata elettromagnetica) da quelli generati da adroni (cascata adronica). Uno sciame adronico ha tipicamente una forma più irregolare, è più largo e più lungo rispetto a quello dovuto alle sole interazioni elettromagnetiche. Quindi si definisce la variabile *LAT* come:

$$LAT = \frac{\sum_{j=3} N E_j r_j^2}{\sum_{j=3} N E_j r_j^2 + E_1 r_0^2 + E_2 r_0^2} \quad (4.6)$$

dove N è il numero di cristalli che compongono il *cluster* ricostruito, E_j è l'energia del j -mo cristallo (ordinato secondo il valore decrescente dell'energia associata) ed r_j e ϕ_j sono le coordinate polari dello stesso cristallo sul piano perpendicolare alla linea fra il vertice della B ricostruita e il centro dello sciame. r_0 è invece la tipica distanza fra due cristalli, che a *BaBar* è dell'ordine di 5 cm.

Poiché i due depositi più grandi di energia di uno sciame elettromagnetico portano via in media una frazione molto larga dell'energia totale, i valori di *LAT* per i fotoni e per gli elettroni sono tipicamente più piccoli che per gli adroni, per cui un taglio superiore su questa quantità è in grado di ridurre in maniera consistente la contaminazione dovuta ad adroni.

4.6 Selezione

Per velocizzare la procedura di analisi dei dati, gli eventi ricostruiti vengono preliminarmente selezionati da algoritmi comuni a varie analisi. Successivamente raffiniamo la selezione introducendo alcuni tagli specifici per ridurre ulteriormente la contaminazione dovuta al fondo sul nostro canale di decadimento, massimizzando la significanza statistica del segnale definita come:

$$\sigma = \frac{N_S}{\sqrt{(N_S + N_B + N_{BB})}} \quad (4.7)$$

dove questa quantità è inversamente proporzionale all'errore statistico (N_S è il numero di eventi di segnale, mentre N_B ed N_{BB} sono rispettivamente il numero di eventi di fondo continuo e di fondo dovuto a decadimenti $B\bar{B}$ generici).

4.6.1 Preselezione

Analizzando il singolo evento, partendo da tutte le combinazioni possibili dei mesoni $\pi^\pm$ e dei depositi di energia nel calorimetro elettromagnetico riconosciuti come fotoni, ricostruiamo due $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ed un $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$. Tutti i K_S^0 ricostruiti a partire da due tracce cariche identificate come $\pi^+\pi^-$ vengono accettati se soddisfano i seguenti requisiti:

- massa invariante del sistema $\pi^+\pi^-$ compresa fra 300 e 700 MeV/c^2 (prima di individuare il vertice del K_S^0 e assumendo l'origine dei quadrimpulsi dei mesoni π nel punto della traiettoria ricostruita più vicina all'asse z);
- $(0.47267 < m_{K_S^0} < 0.52267) GeV/c^2$ dopo aver eseguito il fit del vertice.

dove d'ora in poi con m_X indichiamo la massa della particella X . Invece i K_S^0 ricostruiti a partire dall'associazione di 2 fotoni vengono accettati purché soddisfino i seguenti requisiti:

- $E_\gamma > 30 MeV$;
- $(100 < m_{\pi^0} < 155) MeV/c^2$;
- $E_{\pi^0} > 200 MeV$;
- $\cos(\theta_{\pi^0\pi^0}^{HEL}) > 0.6$ dove l'angolo di elicità è qui definito come l'angolo fra la direzione di volo del B ed uno dei due π^0 , calcolato nel sistema del centro di massa del $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$.

- $(446 < m_{K_S^0} < 540) \text{ MeV}/c^2$ dopo aver applicato l'algoritmo di ricostruzione del vertice;
- $(0.8 < E_{K_S^0} < 6.0) \text{ GeV}$;
- $(0.05 < p_t(K_S^0) < 4.0) \text{ GeV}/c$ dove p_t è l'impulso del mesone K nel piano trasverso rispetto alla direzione dei fasci.

La lista dei candidati B così ottenuta viene filtrata richiedendo:

- $|m_{ES} - m_{PDG}^B| < 0.1 \text{ GeV}/c^2$, dove $m_{ES} = \sqrt{\frac{s/2 + \vec{p}_0 \cdot \vec{p}_B}{E_0^2} - p_B^2}$, che corrisponde alla massa del candidato B calcolata a partire dall'impulso ricostruito p_B ed usando l'energia E_0 e l'impulso $\vec{p}_0$ di produzione della $Y(4S)$ nel laboratorio, mentre s è il modulo quadro del quadrimpulso del sistema e^+e^- .
- $\Delta E < 0.45 \text{ GeV}$, dove $\Delta E = E_B^* - \sqrt{s}/2$, cioè la differenza fra l'energia del candidato B ricostruito ed l'energia dello stato iniziale e^+e^- .⁷
- $|\cos(\theta_{SPH})| < 0.95$, cioè come abbiamo già visto sull'angolo individuato fra l'asse di sfericità del mesone B di segnale e quello del resto dell'evento;
- energia totale dell'evento $< 20 \text{ GeV}$
- presenza di almeno una traccia carica dal resto dell'evento (RE)

e la richiesta addizionale che $\chi_{K_s}^2 > 10^{-6}$, dove $\chi_{K_s}^2$ è il valore del χ^2 restituito dalla procedura di interpolazione del vertice per ogni $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

In seguito all'applicazione di questi tagli, conserviamo il $(10.513 \pm 0.034)\%$ degli eventi di segnale, come stimato dal Monte Carlo di segnale, mentre sopravvive il $(5.440 \pm 0.009) \cdot 10^{-4}$ degli eventi di fondo continuo, come stimato dal rispettivo campione di Monte Carlo.

4.6.2 Ottimizzazione multidimensionale

Al fine di pulire il campione selezionato da combinazioni spurie di pioni neutri e carichi, applichiamo un ulteriore insieme di tagli a partire dal filtro costituito dalla procedura di preselezione appena descritta.

⁷ m_{ES} e ΔE costituiscono un set di variabili cinematiche analogo ad m_{MISS} ed m_{REC} , ma hanno generalmente un maggiore grado di correlazione.

La maggior parte di combinazioni spurie di questo genere proviene dai candidati $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, essendo molto più grande la probabilità di associare in maniera erronea dei fotoni ricostruiti a partire dai depositi di energia nel calorimetro, piuttosto che delle tracce cariche, di cui di solito si è in grado di ricostruire in modo accurato la traiettoria elicoidale tramite gli *hit* rilasciati nella camera a *drift*.

Il criterio di definizione del taglio ottimale è come detto quello di massimizzare la significanza statistica (come definita in Eq. 4.7).

Poiché le variabili prese in considerazione sono correlate in maniera significativa, si è scelto di eseguire una ottimizzazione multidimensionale su tutte le variabili ritenute utili per rigettare il fondo continuo ed il fondo derivante da altri decadimenti del B .

L'ottimizzazione multidimensionale consiste in un algoritmo che varia i tagli su un insieme di N variabili: poiché il numero di combinazioni possibili aumenta in maniera esponenziale con il numero di variabili considerate (se per ognuna delle N variabili consideriamo ad esempio 10 possibili tagli, il numero di combinazioni è N^{10}), si è sviluppato un algoritmo che varia i tagli ad uno ad uno, ma li considera tutti insieme in maniera correlata, tale da convergere verso il massimo di significanza statistica.

Per stimare il numero di eventi di segnale che passano una certa combinazione di tagli si è fatto uso del campione Monte Carlo, i cui eventi sono stati selezionati applicando la preselezione preliminare descritta in precedenza e riscaldati in accordo al *Branching Ratio* misurato in precedenza da *BABAR* per $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$, nel canale senza neutri nello stato finale, di $6.9 \cdot 10^{-6}$ [28]. La stima degli eventi di fondo è stata eseguita usando il campione di dati raccolto “on peak”, cioè ad una energia dei fasci pari alla risonanza della $Y(4S)$, richiedendo che essi non appartenessero alla regione di segnale.

Le variabili su cui è condotta l'ottimizzazione sono riportate in Tab. 4.1. Abbiamo scelto di usare direttamente il campione di dati per la stima del fondo, poichè dal confronto dati/MC è emerso un certo grado di discrepanza nel numero di $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ e di π^0 erroneamente ricostruiti, in maniera tale che nel Monte Carlo la contaminazione dovuta al fondo risulta maggiore che nei dati (ved. App. B).

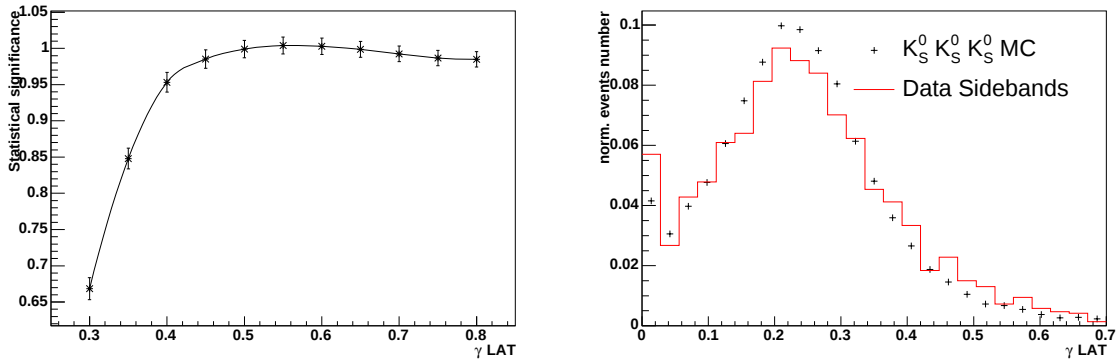
Questa scelta ha tuttavia lo svantaggio di limitare il numero di eventi a disposizione per la stima della significanza statistica, dato che gli eventi a disposizione nel campione di dati sono inferiori rispetto a quelli presenti nel campione Monte Carlo, il che si ripercuote sull'errore con cui la significanza statistica può essere determinata.

A partire da Fig. 4.4 fino a Fig. 5.4 viene mostrata la significanza statistica in funzione

Tipo di fondo da sopprimere	Variabile usata
$K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ spuri	LAT E_γ m_{π^0} $m_{K_{S00}^0}$
$K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ spuri	$m_{K_{S+-}^0}$ significanza sul tempo di volo del K_S^0 $R_{K_{S,dec}^0}$ (lunghezza di decadimento trasversa)
B^0 non correttamente ricostruiti	$\chi^2(B_{vtx}^0)$

Tabella 4.1: Variabili in ingresso per l’ottimizzazione multidimensionale

del taglio applicato, per ogni variabile su cui l’ottimizzazione viene fatta. Inoltre per facilitare la lettura del risultato, per ogni variabile viene graficata la distribuzione del segnale (ottenuta dal Monte Carlo) e per il fondo (dai dati), normalizzata all’intervallo in figura. In entrambi i casi, nel considerare ogni singola variabile, tutti i tagli sulle altre variabili vengono fissati ai valori ottenuti dall’ottimizzazione multidimensionale.

**Figura 4.4:** Significanza statistica (proiettata su 210 fb^{-1} , pari alla luminosità dei dati) come funzione del taglio superiore della variabile LAT (a sinistra) e distribuzione normalizzata della stessa variabile nel Monte Carlo di segnale (linea continua) e nelle “sideband” dei dati (linea tratteggiata).

Per la variabile LAT dei fotoni (Fig. 4.4) si è scelto un taglio di $LAT < 0.55$, cioè in prossimità del massimo di significanza statistica.

Per l’energia de fotoni (Fig. 4.5), considerando anche l’errore statistico in gioco, l’ottimizzazione sembrerebbe preferire valori approssimativamente tra 40 MeV e 50 MeV . Tenendo in conto i risultati ottenuti a *BABAR* nel caso dell’ottimizzazione sui decadimenti del B in due corpi senza *charm* nello stato finale, si è scelto di richiedere anche in

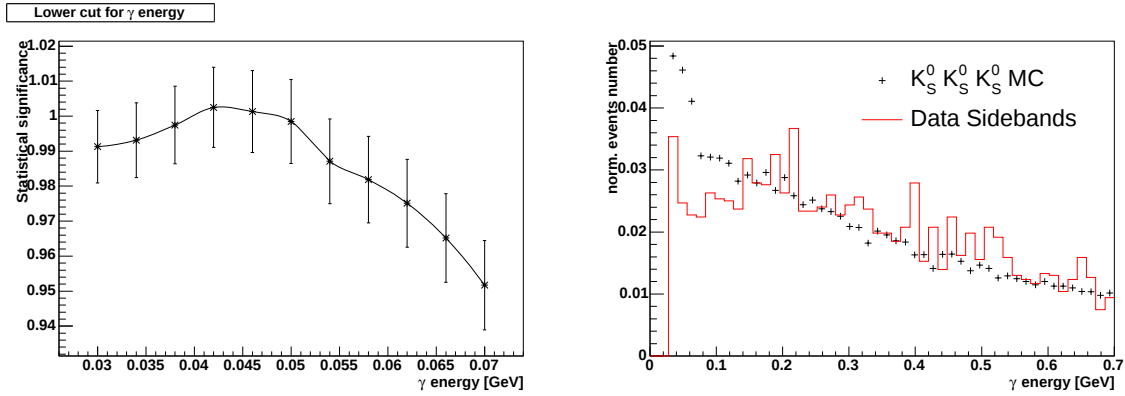


Figura 4.5: Significanza statistica (proiettata su 210 fb^{-1} , pari alla luminosità dei dati) come funzione del taglio superiore dell’energia dei fotoni (a sinistra) e distribuzione normalizzata della stessa variabile nel Monte Carlo di segnale (linea continua) e nelle “sideband” dei dati (linea tratteggiata).

questo caso un taglio di $E_\gamma > 50 \text{ MeV}$, che comunque risulta consistente con la nostra ottimizzazione. Nel corso dell’analisi si è anche notato che il taglio sull’energia dei fotoni è più efficiente sul segnale a parità di fondo rigettato rispetto ad un taglio sull’angolo fra la direzione di volo del K_S^0 nel sistema di riferimento del mesone B e quella di uno dei due π^0 figli nel sistema di riferimento del K_S^0 (distribuzione che deve essere piatta nel caso del segnale).

Per la massa del π^0 si è deciso di non stringere il taglio inferiore, che rimane fissato al valore di preselezione iniziale ($m_{\pi^0} > 100 \text{ MeV}/c^2$). Superiormente (ved. Fig. 4.6) si è invece adottato un taglio conservativo, richiedendo $m_{\pi^0} < 141 \text{ MeV}/c^2$, in modo da tenere in conto una eventuale discrepanza nella risoluzione nel campione di dati rispetto agli eventi simulati con il Monte Carlo.

Per la massa dei $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ richiediamo (Fig. 4.7) ($0.480 < m_{K_S^0} < 0.520 \text{ GeV}/c^2$), che è sostanzialmente un taglio simmetrico, poiché a causa della particolare procedura di produzione del vertice di decadimento del K_S^0 , la massa mostra un picco nella distribuzione attorno a $500 \text{ MeV}/c^2$.

Per i $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ si è partiti dalla selezione adottata con successo nel caso dei decadimenti a due corpi [27]. Tale selezione consiste in un taglio simmetrico sulla $m_{\pi^+ \pi^-}$ ed in un taglio inferiore sulla significanza statistica del tempo di decadimento $\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}}$.

Considerando che la distribuzione di massa dei $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ è in pratica simmetrica (Fig. 4.8) intorno al valore di massa riportato dal *PDG* di $(0.497648 \pm 0.000022) \text{ GeV}/c^2$, abbiamo infatti considerato nell’ottimizzazione direttamente un taglio su $|m_{\pi^+ \pi^-} - m_{K_S^0}^{PDG}|$,

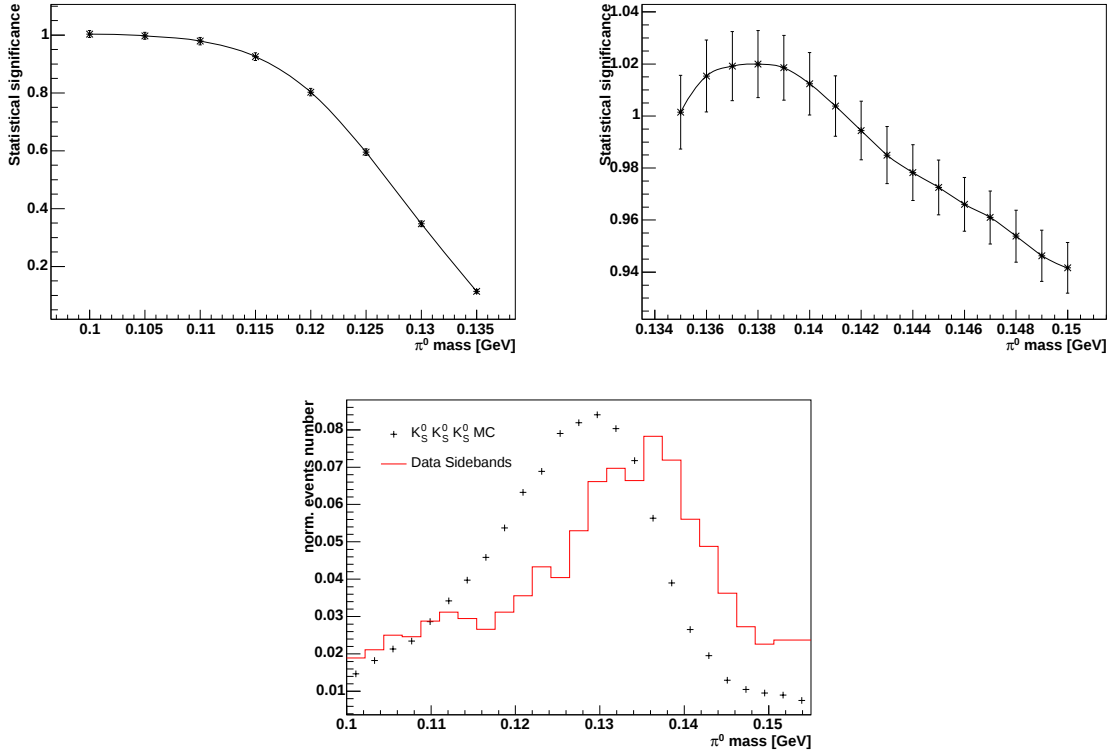


Figura 4.6: Significanza statistica (proiettata su 210 fb^{-1} , pari alla luminosità dei dati) come funzione del taglio inferiore su m_{π^0} (sopra a sinistra) e del taglio superiore su m_{π^0} (sopra a destra); e distribuzione normalizzata della stessa variabile nel Monte Carlo di segnale (crocette) e nelle “sideband” dei dati (linea continua).

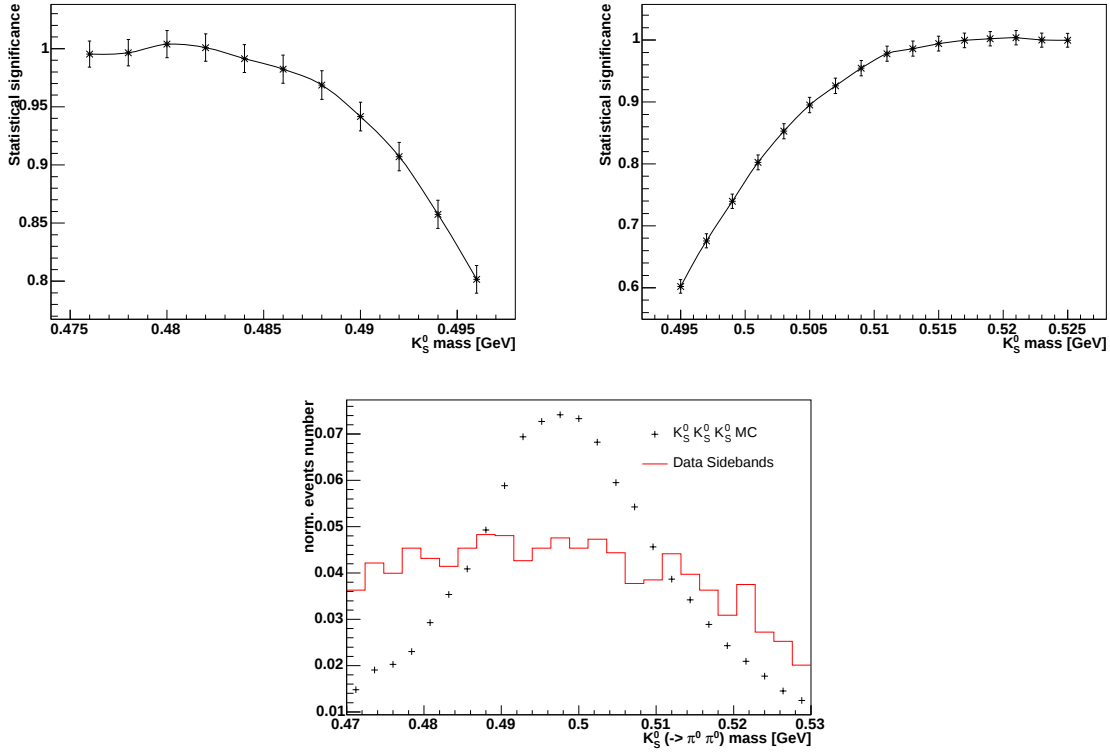


Figura 4.7: Significanza statistica (proiettata su 210 fb^{-1} , pari alla luminosità dei dati) come funzione del taglio superiore (sopra a sinistra) e del taglio inferiore su $m_{\pi^0 \pi^0}$ (sopra a destra) e distribuzione normalizzata della stessa variabile nel Monte Carlo di segnale (crocette) e nelle “sideband” dei dati (linea continua).

invece che due tagli superiori ed inferiori distinti. Il grafico di significanza statistica di Fig. 4.9 evidenzia una (non troppo marcata) preferenza per un taglio intorno a $12 \text{ MeV}/c^2$. La significanza statistica su $\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}}$ mostra un innalzamento netto fino a circa $5 - 6$, oltre cui l'andamento entro gli errori è in sostanza piatto; tenendo conto che (a parità di significanza statistica) scegliamo i valori dei tagli per i quali è massima l'efficienza di ricostruzione, si è optato di definire la soluzione come:

- $|m_{\pi^+\pi^-} - m_{K_S^0}^{PDG}| < 11 \text{ MeV}/c^2$
- $\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}} > 5$.
- $(0.15 < R_{K_S^0}^{dec} < 60)\text{cm}$ (ved. Fig. 4.10)

valori che coincidono sostanzialmente con le richieste usuali che si impongono nei decadimenti a 2 corpi: $|m_{\pi^+\pi^-} - m_{K_S^0}^{PDG}| < 11.2 \text{ MeV}/c^2$ e $\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}} > 5$.

È curioso notare come l'ottimizzazione multidimensionale suggerisca un taglio definito sulla significanza statistica sul tempo di volo dei K_S^0 , piuttosto che direttamente sulla sua lunghezza di decadimento trasverso (su cui vengono posti tagli ad efficienza ~ 1); questo implica che il taglio su $\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}}$, a parità di efficienza sul segnale, rigetta molto più fondo. L'effetto del taglio su questa quantità sulla distribuzione ad essa correlata $R_{K_S^0}^{dec}$ è ben visibile in Fig. 4.10, dove risulta evidente la capacità del taglio su $\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}}$ di diminuire notevolmente la contaminazione del fondo soprattutto a bassi valori di lunghezza di decadimento trasversa.

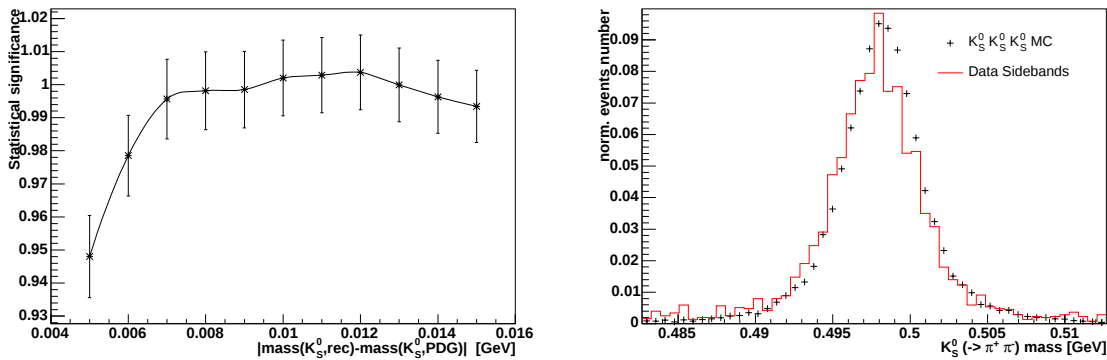


Figura 4.8: Significanza statistica (proiettata su 210 fb^{-1} , pari alla luminosità dei dati) come funzione di un taglio su $|m_{\pi^+\pi^-} - m_{K_S^0}^{PDG}|$ el taglio superiore (sopra a sinistra) e del taglio inferiore su $m_{\pi^+\pi^-}$ (sopra a destra) e distribuzione normalizzata della stessa variabile nel Monte Carlo di segnale (crocette) e nelle “sideband” dei dati (linea continua).

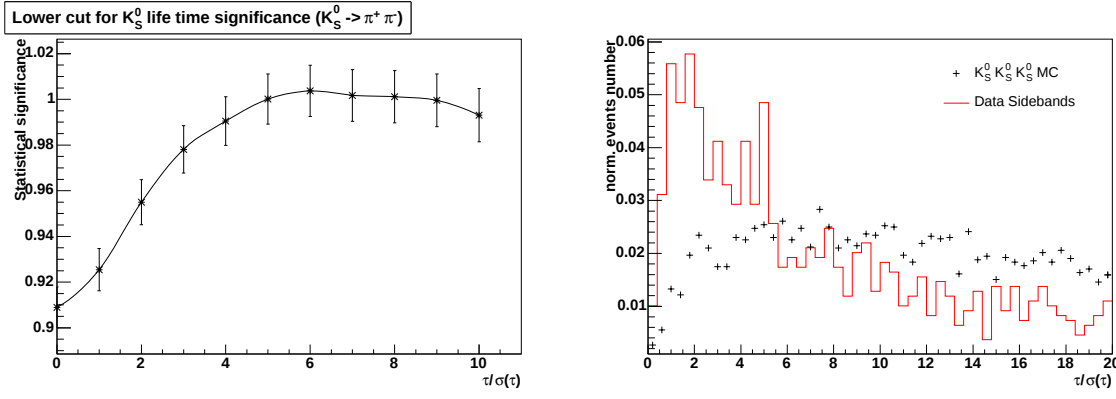


Figura 4.9: Significanza statistica (proiettata su 210 fb^{-1} , pari alla luminosità dei dati) come funzione del taglio inferiore su $\sigma_{\tau_{K_S^0}}/\tau_{K_S^0}$ (a sinistra) e distribuzione normalizzata della stessa variabile nel Monte Carlo di segnale (crocette) e nelle “sideband” dei dati (linea continua).

4.6.3 Selezione finale ed efficienze

Applicando i tagli elencati nella precedente sezione, insieme alle richieste sul valore del χ^2 della B la cui utilità verrà dimostrata in Sez. 5.3.1, selezioniamo il campione finale usato per il fit di massima verosimiglianza. I tagli applicati e le relative efficienze sono fornite in Tab. 4.2, insieme con i valori finali dell’efficienza, e sono normalizzate sull’intero campione di segnale Monte Carlo, che include tutti i modi di decadimento del $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$.

Selezione	Efficienza(%)
preselezione	10.513 ± 0.034
$ m_{REC} - m_{B^0}^{PDG} < 150 \text{ MeV}/c^2$	85.05 ± 0.12
$(5.11 < m_{MISS} < 5.31) \text{ GeV}/c^2$	99.491 ± 0.026
$LAT < 0.55$	91.65 ± 0.10
$(480 < m_{K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0} < 520) \text{ MeV}/c^2$	83.76 ± 0.14
$m_{\pi^0} < 141 \text{ MeV}/c^2$	89.81 ± 0.13
$E_\gamma > 50 \text{ MeV}$	85.90 ± 0.16
$ m_{K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} - m_{K_S^{PDG}} < 11 \text{ MeV}/c^2$	89.16 ± 0.15
$\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}} > 5$	89.99 ± 0.15
lung. di decad. trasv. $(0.15 < K_S^0 < 60) \text{ cm}$	99.354 ± 0.043
$\chi^2(B^0) < 20$	92.88 ± 0.14
veto su χ_c^0	83.78 ± 0.21
Efficienza complessiva	3.268 ± 0.020

Tabella 4.2: Efficienza di ricostruzione, così come stimata dagli eventi Monte Carlo.

Questa selezione è efficiente al $(5.627 \pm 0.090)10^{-6}$ per gli eventi $q\bar{q}$ ($q = u, d, s, c$) ed

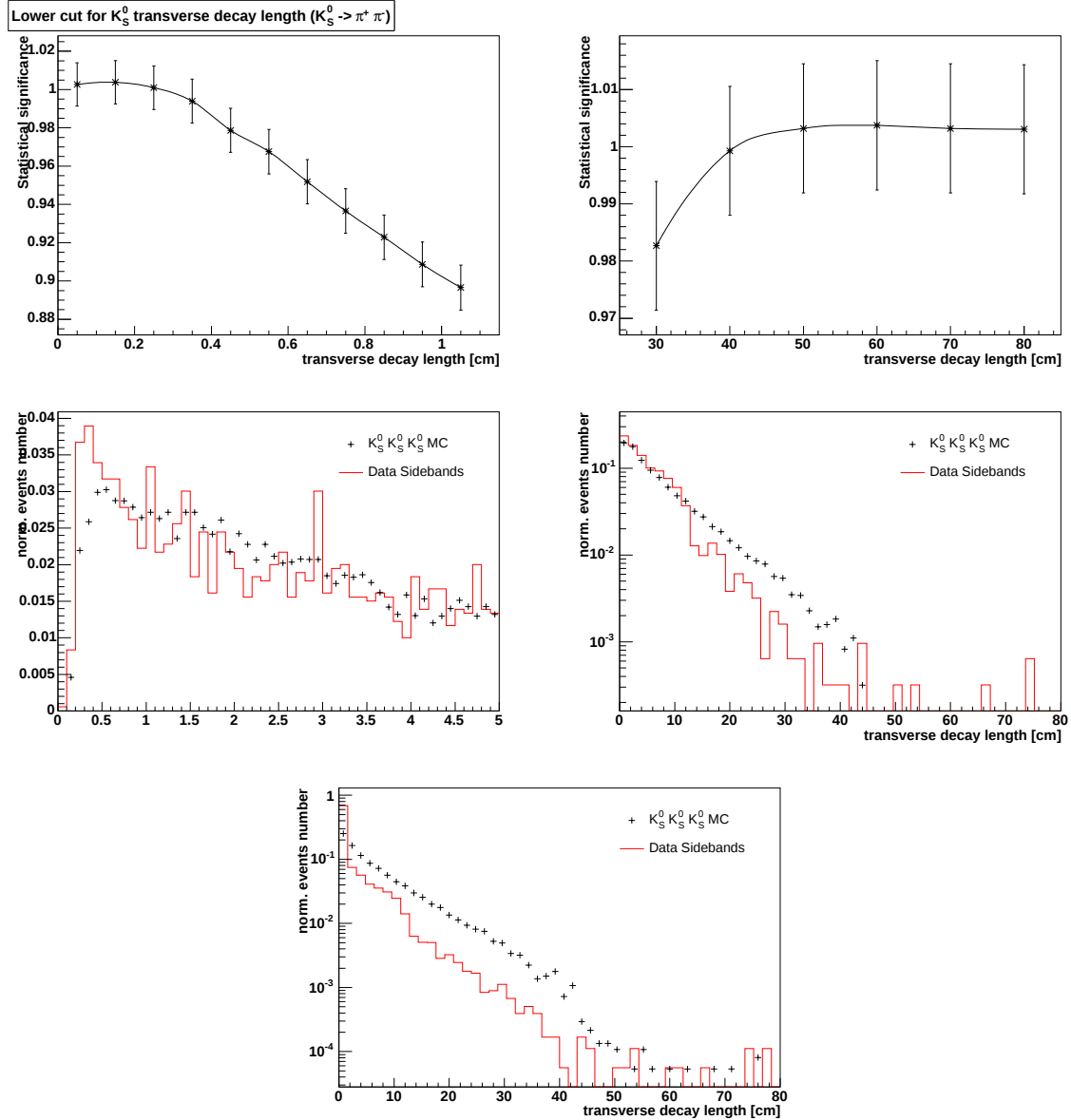


Figura 4.10: Significanza statistica (proiettata su 210 fb^{-1} , pari alla luminosità dei dati) come funzione del taglio inferiore (sopra a sinistra) e del taglio superiore (sopra a destra) su $R_{K_S^0}^{dec}$. In mezzo distribuzione normalizzata della stessa variabile a piccoli valori (a sinistra) e in tutto l'intervallo di definizione (a destra, in scala logaritmica), mentre in basso per completezza è riportata anche la stessa distribuzione, avendo applicato anche qui tutti gli altri tagli sulle altre variabili, ma escluso quello su $\tau_{K_S^0}/\sigma_{\tau_{K_S^0}}$, nel Monte Carlo di segnale (crocette) e nelle "sideband" dei dati (linea continua).

al $(3.17 \pm 0.18)10^{-7}$ per gli eventi di generico $B\bar{B}$, come stimato dai rispettivi campioni Monte Carlo.

4.6.4 Scelta del miglior candidato

A causa del fondo combinatorio, può capitare che, dopo aver applicato tutti i tagli elencati sopra, più di un candidato per evento sia stato ricostruito. In particolare, imponendo i tagli elencati in Tab. 4.2 sul campione di Monte Carlo di segnale, ricostruiamo in media 1.67 candidati per evento. Quando più di un candidato è presente, scegliamo il candidato con il valore più basso di

$$\chi_M^2 = \sum_{3K_S^0} \frac{(m - m^{PDG})^2}{\sigma_m^2}. \quad (4.8)$$

L'utilizzo del χ^2 invece della semplice somma degli scarti quadratici è particolarmente importante, data la differenza notevole di risoluzione sperimentale che esiste tra la ricostruzione di un $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ed un $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$. Sfruttando evento per evento la verità Monte Carlo, cioè le informazioni sull'albero di decadimento generato dal simulatore, confrontata con quanto ricostruito, si evidenzia come questo criterio di selezione restituisca il candidato giusto nell' $(81.5 \pm 0.9)\%$ dei casi. Questo valore è stato calcolato normalizzando il numero di miglior candidati correttamente scelti al numero degli eventi per i quali almeno uno dei candidati è riconosciuto correttamente abbinato.⁸

4.7 Soppressione del fondo $B\bar{B}$

Come già detto in precedenza, una ulteriore fonte di fondo è costituita dai decadimenti del mesone B in stati finali diversi da quello di segnale che stiamo cercando, che definiamo d'ora in poi semplicemente come decadimenti $B\bar{B}$. Tali eventi vengono distinti in una componente con mesoni con *charm* nello stato finale ed in una senza charm, tipicamente dominata da decadimenti a pinguino del tipo $b \rightarrow s$ analoghi al segnale. Il primo tipo è particolarmente pericoloso, giacché costituito da eventi $b \rightarrow c\bar{c}s$ che, con la loro struttura temporale che viola CP , possono fortemente diluire la nostra sensibilità ad una eventuale presenza di effetti di nuova fisica. Per stimare il numero di eventi di questo tipo di fondo che passano la nostra selezione, usiamo un campione di 464×10^6 eventi Monte Carlo di

⁸Quando nessun candidato ricostruito corrisponde al decadimento generato nel Monte Carlo, l'algoritmo di scelta del miglior candidato fallisce comunque. Dato ciò, è ragionevole ignorare questi eventi al fine di stimare la bontà del criterio scelto.

generico $B^0 \bar{B}^0$ e 471×10^6 eventi di generico $B^+ B^-$, che corrispondono approssimativamente agli eventi che ci aspetterebbe di avere in un campione di dati quattro volte piú grande rispetto a quello accumulato. Alcuni decadimenti del B in stati finali con *charm* possono produrre un fondo irriducibile per il modo di decadimento oggetto di questo studio; questi generano uno stato di risonanza *charmonio* che decade direttamente in $K_S^0 K_S^0$. Poiché i decadimenti $\chi_{c1} \rightarrow K_S^0 K_S^0$ ed $\eta_c \rightarrow K_S^0 K_S^0$ sono vietati per la conservazione del momento angolare (i due K_S^0 , dovendo obbedire alla statistica di Bose, sono in stato di momento angolare pari, quindi non possono avere origine da una particella con momento angolare pari ad uno, come la χ_{c1} , oppure da uno scalare di parità negativa come η_c ⁹), mentre i decadimenti $J/\psi \rightarrow K_S^0 K_S^0$ o $\Psi(2S) \rightarrow K_S^0 K_S^0$ sono fortemente soppressi dalla cosiddetta *twist leading accuracy* (che è esatta nel limite $m_b \rightarrow \infty$ [33]), le uniche risonanze con *charm* permesse sono χ_{c0} e χ_{c2} . In modo da ridurre tale contaminazione ad un livello trascurabile, applichiamo un veto su χ_{c0} , tagliando sulla massa invariante sia dei due $K_S^0(\pi^+\pi^-)K_S^0(\pi^0\pi^0)$, che su quella del $K_S^0(\pi^+\pi^-)K_S^0(\pi^+\pi^-)$, in maniera diversa poiché la risoluzione sull'energia e sull'impulso dei $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ è peggiore di quella dei $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$.

A partire da 18000 eventi Monte Carlo di $B \rightarrow \chi_{c0} K_S$, i tagli sono stati scelti attraverso un fit con una gaussiana alla distribuzione di massa della χ_{c0} (ved. Fig. 4.11) e applicando un *veto* a 2σ . In questa maniera otteniamo:

- $m(K_S^0(\pi^+\pi^-)K_S^0(\pi^0\pi^0)) < 3.300 \text{ GeV}/c^2$ e $m(K_S^0(\pi^+\pi^-)K_S^0(\pi^0\pi^0)) > 3.496 \text{ GeV}/c^2$
- $m(K_S^0(\pi^+\pi^-)K_S^0(\pi^+\pi^-)) < 3.385 \text{ GeV}/c^2$ e $m(K_S^0(\pi^+\pi^-)K_S^0(\pi^0\pi^0)) > 3.457 \text{ GeV}/c^2$

Il contributo atteso di eventi con una risonanza χ_{c2} è trascurabile anche senza applicare alcun veto specifico (ved. Tab. 4.5).

Applichiamo allora la selezione finale, includendo il *veto* sulla risonanza χ_{c0} sull'intero campione di $B^0 \bar{B}^0$ e di $B^+ B^-$. Le frazioni di eventi di $B\bar{B}$ che passano la procedura di selezione è mostrata in Tab. 4.3. Nella stessa tabella mostriamo la quantità effettiva di eventi selezionati nella regione di segnale.

La maggior parte dei decadimenti classificati in Tab. 4.3 come *altri* sono decadimenti $B \rightarrow DX$ e $B \rightarrow D^*X$, con tre o piú corpi nello stato finale. Queste componenti sono sommate a tutti gli altri decadimenti riportati in tabella (che sono in gran parte del tipo

⁹La parità è conservata nei decadimenti forti

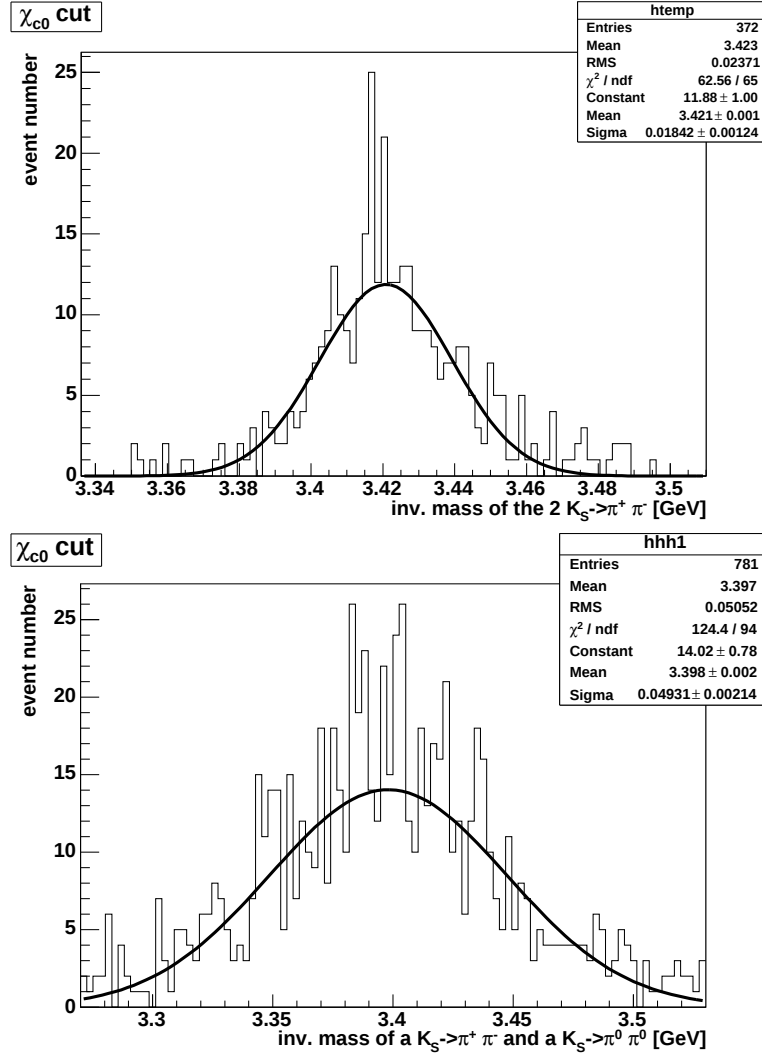


Figura 4.11: Massa invariante di $K_S^0 K_S^0$ come da Monte Carlo di $B^0 \rightarrow X_{c0} K_S^0$. A sinistra: combinazione $K_S^0(\pi^+ \pi^-) K_S^0(\pi^+ \pi^-)$. A destra: combinazioni di $K_S^0(\pi^+ \pi^-) K_S^0(\pi^0 \pi^0)$.

Canale	$\mathcal{BF}$	Ev. nella regione di fit	Ev. nella reg. di segnale
$K_S^0 K_S^0 K_S^0$	$(6.9_{-0.8}^{+0.9} \pm 0.6) \times 10^{-6}$	202.4 ± 1.3	160.8 ± 1.1
$\chi_{c2} K_S^0$	?	5 ± 2.2	4 ± 2
$\chi_{c0} K_S^0$	$< 2.5 \times 10^{-4}$	0 ± 1	0 ± 1
$a_0(1450) K_S^0$	?	1 ± 1	0 ± 1
$D^+ \rho^-$	$(7.7 \pm 1.3) \times 10^{-3}$	22 ± 4.7	1 ± 1
$D^+ K^{*-}$	$(3.8 \pm 1.5) \times 10^{-5}$	2 ± 1.4	0 ± 1
$D^0 K^{*0}$	$< 1.8 \times 10^{-5}$	9 ± 3	2 ± 1.4
$D^* \rho$	$(6.8 \pm 0.9) \times 10^{-5}$	22 ± 4.7	2 ± 1.4
$f_0(980) K_S^0 K_S^0$	?	1 ± 1	1 ± 1
$K^{*+} K_S^0 K_S^0$	?	2 ± 1.4	1 ± 1
$K^{*0} K_S^0 K_S^0$	?	14 ± 3.7	0 ± 1
$D^0 \rho^+$	$(1.34 \pm 0.18)\%$	18 ± 4.2	3 ± 1.7
$J/\psi K^*$	$(1.31 \pm 0.07) \times 10^{-3}$	2 ± 1.4	1 ± 1
<i>altri</i>		132 ± 11	10 ± 3.1

Tabella 4.3: Eventi selezionati in tutto il campione Monte Carlo di $B^0 \bar{B}^0$ e di $B^+ B^-$, per una luminosità equivalente di $\sim 844 \text{fb}^{-1}$ (approssimativamente quattro volte l'attuale campione di dati). I veti sulla risonanza con charm χ_{c0} sono qui già applicati.

$b \rightarrow c$), venendo così a formare una unica specie che indicheremo $B\bar{B}$ *not peaking*, cioè non caratterizzato da concentrazione di eventi nella regione di segnale. La parametrizzazione delle variabili che entrano nel fit finale nel caso di questa componente sarà estratto da un fit di massima verosimiglianza sugli eventi di Monte Carlo generico $B\bar{B}$ (vedi Fig.4.12), assumendo di poter descrivere con un polinomio di primo ordine la distribuzione di m_{REC} e con una funzione di spazio delle fasi Argus m_{MISS} , quest'ultima definita come [32]:

$$\frac{dN}{dN_{m_{MISS}}} = N \cdot x \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot \exp(-\xi \cdot (1-x^2)) \quad 0 < x < 1 \quad (4.9)$$

dove la variabile x esprime il rapporto tra il valore di m_{MISS} per l'evento considerato e il valore massimo per tale variabile m_0 , oltre il quale la funzione risulta identicamente nulla, mentre la variabile ξ ne condiziona la forma.

Si è inoltre considerata una componente che, data la topologia molto simile a quella del segnale, presenta un picco nella distribuzione di m_{MISS} in prossimità della regione di segnale (Fig. 4.13), mettendo assieme i seguenti modi di decadimento:

- $\chi_{c2} K_S^0$
- $\chi_{c0} K_S^0$
- $K^{*+} K_S^0 K_S^0$

- $K^{*0}K_S^0K_S^0$.

Tipo di fondo	Eventi nella regione di <i>likelihood</i>	Eventi nella regione di segnale
<i>not peaking</i>	208 ± 14 (51.4 ± 3.5)	23 ± 4.8 (5.7 ± 1.2)
<i>peaking</i>	21 ± 4.5 (5.2 ± 1.1)	5 ± 2.2 (1.2 ± 0.6)

Tabella 4.4: Eventi *peaking* e non *peaking* dopo aver applicato la selezione in 850 fb^{-1} di generico Monte Carlo $B\bar{B}$ (e proiettati sui 210 fb^{-1} della luminosità dei nostri dati)

Generando 20000 eventi Monte Carlo per ognuno di questi modi di decadimento ed applicando su di essi i nostri criteri di selezione, abbiamo riscontrato che il loro contributo (così come inizialmente considerato sul Monte Carlo generico $B\bar{B}$) non è correttamente stimato a causa dell'errata ipotesi sui BR . Come viene mostrato in Tab. 4.5, usando le informazioni sperimentali attualmente a disposizione per questi canali, ci aspettiamo che meno di 1.5 eventi superino la nostra selezione nell'intera regione di *fit* e che meno di ~ 0.5 eventi finiscano nella regione di segnale (questo anche grazie al fatto che la distribuzione in m_{REC} per $K^{*(+0)}K_S^0K_S^0$ è spostata rispetto al segnale, come visto in Fig. 4.1). Questi contributi non verranno quindi considerati nel *fit* finale.

Modo di decad.	$\mathcal{BF}$	Efficienza	Ev. nella regione di fit (di segnale)
$\chi_{c0}K_S^0$	$< 2.5 \times 10^{-4}$ (90 % C.L.)	$(3.35 \pm 0.41) \times 10^{-3}$	$< 0.406 \pm 0.050$ (0.13 ± 0.02)
$\chi_{c2}K_S^0$	$< 2.0 \times 10^{-5}$ (90 % C.L.)	$(3.43 \pm 0.14) \times 10^{-2}$	$< 0.114 \pm 0.005$ (0.10 ± 0.03)
$K^{*+}K_S^0K_S^0$	$< 1 \times 10^{-5}$	$(8.33 \pm 0.22) \times 10^{-3}$	< 0.6 (0 ± 0.02)
$K^{*0}K_S^0K_S^0$	$< 1 \times 10^{-5}$	$(1.16 \pm 0.25) \times 10^{-4}$	< 0.4 (0.06 ± 0.04)

Tabella 4.5: Eventi di fondo $B\bar{B}$ di tipo *peaking* in m_{MISS} così come selezionati sui campioni di Monte Carlo esclusivi, riscaldati ad una luminosità di 210 fb^{-1} . Il veto sulla risonanza χ_{c0} è già stato applicato.

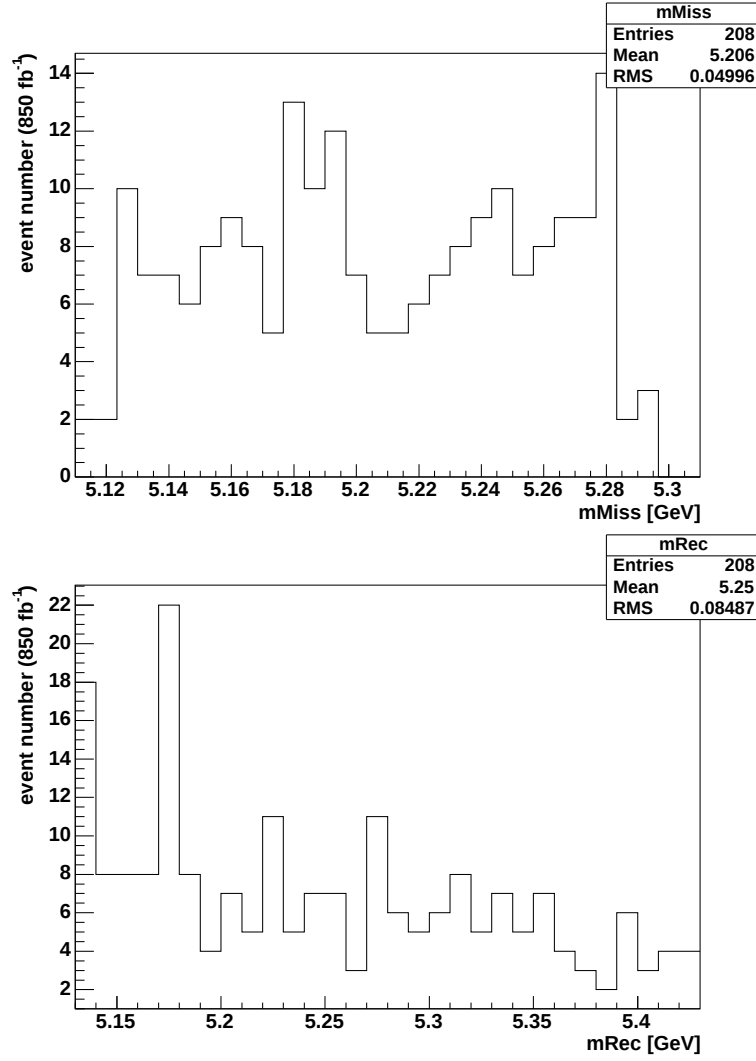


Figura 4.12: Eventi di fondo *not peaking* $B\bar{B}$ selezionati nella regione di *fit*. La selezione è applicata sull'intero campione Monte Carlo di $B^0\bar{B}^0$ e di B^+B^- .

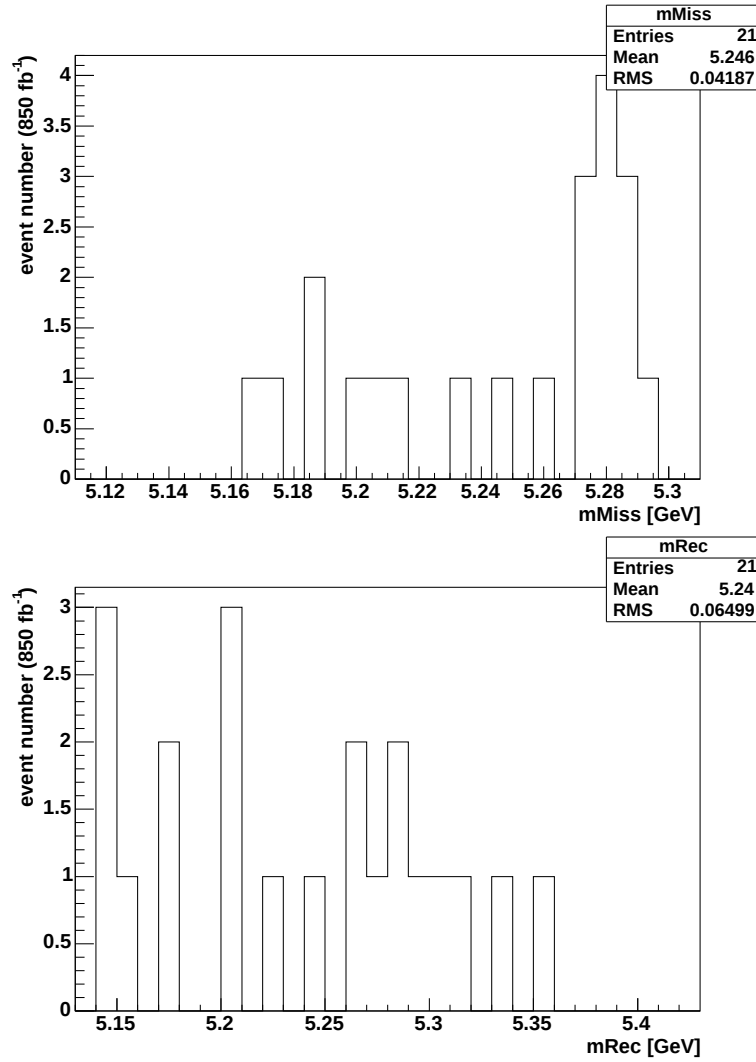


Figura 4.13: Eventi di fondo $B\bar{B}$ esclusivi di tipo *peaking* in m_{MISS} , come elencati in Tab. 4.5

Capitolo 5

Flavor tagging e ricostruzione di Δt

Il metodo più semplice che si può immaginare per misurare la violazione di CP nei sistemi $B\bar{B}$ è quello di misurare l'asimmetria nel numero di decadimenti che si osservano fra i decadimenti del B^0 e del $\bar{B}^0$ in due stati CP coniugati f ed $\bar{f}$)

$$\mathcal{A}_{CP} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}) - \Gamma(B^0 \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f}) + \Gamma(B^0 \rightarrow f)}. \quad (5.1)$$

Una volta ricostruito il candidato B nel modo di decadimento considerato, questo tipo di misura necessita dell'ulteriore informazione sul sapore dell'altra B , restituita dalla cosiddetta procedura di *tagging*. Il valore di $\mathcal{A}_{CP}$ coincide con il valore del parametro C (definito in Eq. 1.89), ottenuto integrando l'asimmetria dipendente dal tempo presentata in Eq. 1.88.

Tuttavia, nel caso dei decadimenti del mesone B neutro, come anticipato nel Cap. 1, possiamo estrarre una ulteriore e più interessante informazione, il coefficiente S che moltiplica $\sin(\Delta m_d \Delta t)$, che permette di estrarre la violazione di CP nel mescolamento fra decadimento e *mixing* e di ottenere in questo caso una misura diretta di $\sin(2\beta)$.

Sperimentalmente si può ottenere l'informazione su Δt misurando la distanza Δz tra il vertice di decadimento della B di segnale e il vertice di decadimento della B dal lato opposto, che definiamo di *tag*, usando la relazione¹

$$\Delta z = \beta \gamma \Delta t. \quad (5.2)$$

5.1 *Flavor tagging*

Ricostruire in maniera completa la B di *tag* è una procedura costosa in termini di efficienza, perciò quello che viene fatto a *BABAR* è solamente una ricostruzione parziale, condotta

¹Nella formula qui riportata viene ignorata la correzione dovuta all'impulso non nullo del mesone B .

cercando particelle di cariche tali da poter essere prodotte unicamente a partire o da un mesone B^0 o da un mesone $\bar{B}^0$. L'algoritmo di *tagging* classifica gli eventi in categorie, in base alla presenza di certe particelle fra quelle non associate al segnale. Ogni categoria di *tag* è caratterizzata da una diversa probabilità di riconoscere in maniera erranea il sapore della B , cosa che influenzerà l'estrazione dell'asimmetria.

L'algoritmo che permette di individuare il sapore della B di tag viene studiato attraverso simulazioni MC di decadimenti generici del mesone B , ma le sue prestazioni vengono valutate direttamente sui dati. In tale maniera si può avere una stima delle seguenti quantità:

- L'efficienza di *tag* ϵ , definita come la frazione di eventi per i quali è possibile individuare il sapore della B per mezzo di una certa categoria di eventi
- La probabilità di *mistag*, ovvero la frazione di eventi in cui l'algoritmo fallisce, sempre categoria per categoria

Ora descriviamo in breve le varie categorie di *tag*.

Leptoni

In questo caso si usa la carica dei leptoni carichi, elettroni o muoni, per individuare il sapore della B (nel caso di un mesone $\bar{B}$ prevalgono i processi $b \rightarrow cl^- \bar{\nu}_l$, dato che, considerata la gerarchia CKM , $|V_{cb}| \gg |V_{ub}|$). È fondamentale, perché questo possa avvenire, distinguere se il leptone carico individuato proviene dal vertice primario (decadimento della B) o dal vertice di decadimento secondario ($D^\pm$ o D^0). Nel caso di un vertice primario, un leptone carico positivamente implica la ricostruzione di una B^0 , mentre uno carico negativamente da indicazione della ricostruzione di una $\bar{B}^0$. Nel secondo caso avviene invece esattamente l'opposto. L'algoritmo deve essere allora in grado di distinguere gli elettroni (o muoni) a seconda del vertice di decadimento da cui provengono. Dato che il decadimento della B di *tag* non viene ricostruito completamente, per far ciò si usa essenzialmente l'impulso del leptone nel centro di massa, poiché le particelle provenienti dal vertice primario hanno impulsi più elevati ($p_l > 1 \text{ GeV}/c$) di quelle provenienti da quello secondario. Si usa inoltre l'informazione sull'elicità delle particelle prodotte.

Kaoni

La maggior parte dei kaoni prodotti nei decadimenti del mesone B è dovuta a processi del tipo $b \rightarrow c \rightarrow s$, che danno luoghi a kaoni con carica determinata a seconda del sapore della B (in particolare un K^+ per decadimenti del mesone B^0 e K^- per $\bar{B}^0$). Tuttavia esistono svariate altre maniere di produrre kaoni e non tutte sono caratterizzate da questa regola, per cui non è possibile usare alcuna informazione cinematica oltre a quella sull'identificazione della particella come kaone.

Esiste tuttavia un insieme di eventi per i quali i due algoritmi di identificazione del sapore a partire da leptoni e kaoni danno il medesimo risultato, con una probabilità di fallire molto piccola. L'efficienza ϵ associata a questi eventi è piccola, ma in questa classe la contaminazione dovuta ad eventi $q\bar{q}$ è estremamente ridotta, a tal punto da far sì che sia proprio questo sottoinsieme di eventi a dare la maggior parte delle informazioni su S e C nelle analisi sui decadimenti senza *charm* nello stato finale.

Pioni soffici

I pioni con impulsi dell'ordine di $100 - 400 \text{ MeV}/c$ provenienti dai decadimenti ad alto BR del mesone vettore D^* ($D^{*\pm} \rightarrow D^0\pi^\pm$), possono essere usati per caratterizzare il sapore della B . A carica del pione negativa corrisponde una B^0 e viceversa, esattamente il contrario che per la categoria kaonica. A causa della limitata frazione di spazio delle fasi disponibile nel decadimento della $D^{*\pm}$, il mesone D^0 ed il pione $\pi^\pm$ vengono prodotti essenzialmente fermi nel centro di massa della D^* e pertanto risultano sottoposti ad un *boost* di Lorentz nella stessa direzione del sistema del laboratorio. La presenza di un pione soffice lungo la direzione della B ricostruita nel sistema di riferimento della $Y(4S)$ e le altre tracce provenienti dal resto dell'evento sono una indicazione di questo tipo di decadimento.

Eventi ad alto impulso nel centro di massa

Altri eventi non godono di una correlazione netta con il sapore della B da cui vengono. Si può però usare una strategia diversa, selezionando per esempio tracce con il più alto impulso nel sistema del centro di massa del decadimento della coppia $B\bar{B}$. In genere si tratta di pioni energetici provenienti da eventi $B^0 \rightarrow D^*\pi$ e leptoni rifiutati dalle altre categorie. Ad essi risulta associata un'alta probabilità di *mistag*.

Correlazioni “fast slow” e decadimenti del barione Λ

L’algoritmo sviluppato nell’estate 2004 a *BABAR* prevede inoltre due nuove modalità di individuazione del sapore:

- individuazione delle correlazioni “fast slow”, cioè degli eventi in cui nel sistema di riferimento del mesone B un pione soffice (proveniente da una $D^{*\pm}$) è trovato in combinazione con una traccia di carica opposta che proviene dallo scambio del bosone W . La correlazione angolare permette di capire se le due particelle puntano in direzioni opposte, come richiesto, o meno.
- individuazione della Λ : poiché la presenza di un Λ indica con buona probabilità che si tratti di una transizione $b \rightarrow c \rightarrow s$, un Λ (ricostruito a partire da $p\pi^-$), indica che è decaduto un B^0 , mentre un $\bar{\Lambda}$ (ricostruito a partire da $\bar{p}\pi^+$) indica che è decaduto un $\bar{B}^0$.

5.1.1 Algoritmo di *tag*

Il valore restituito da ognuno dei sette algoritmi di *tag*, ottimizzati per ciascuna categoria, è un numero nell’intervallo $[-1, 1]$, dove l’approssimarsi a uno indica la probabilità che un mesone B sia un B^0 . Questo output viene ulteriormente combinato per ottenere, nel nostro caso, un unico valore finale (*btgtag*), modulato in base alla categoria di *tag*. Come si può dedurre da Tab. 5.1, in base ad un taglio su *btgtag* e su *ElectronTag* e *MuonTag*, viene dedotta la modalità con cui è avvenuta l’individuazione del sapore della B opposta al lato di segnale. A questa va ovviamente aggiunta nella funzione di verosimiglianza una ulteriore categoria (*NoTag*), che raccoglie tutti gli eventi per i quali la procedura di *tagging* è fallita.

La qualità dell’algoritmo di tagging è misurata attraverso un fattore di qualità Q , che è legato alle efficienze ϵ e alle frazioni di *mistag* ω delle varie categorie tramite la relazione

$$Q = \sum_i \epsilon_i (1 - 2\omega_i)^2 \quad (5.3)$$

A *BABAR* questa quantità è particolarmente elevata (30.7 ± 0.2 %). L’errore statistico atteso sul coefficiente S dell’asimmetria di CP dipendente dal tempo è proporzionale a $\sqrt{\frac{1}{Q}}$, in quanto $A_{CP}^{mis} \sim (1 - 2\omega)A_{CP}^{vero}$.

In Tab. 5.2 sono riportate per ogni categoria di *tag* le prestazioni dell’algoritmo di *tag*, stimate sul Monte Carlo di segnale, e le asimmetrie dell’algoritmo nel riconoscere il sapore

di una B^0 e di una $\bar{B}^0$. In particolare se ϵ e ω sono l'efficienza e la frazione di eventi in cui l'algoritmo ha fallito per una B^0 e $\bar{\epsilon}$ ed $\bar{\omega}$ sono le rispettive quantità per una $\bar{B}^0$, vengono definite le quantità

$$\begin{aligned}\Delta\epsilon &= \epsilon - \bar{\epsilon} \\ \Delta\omega &= \omega - \bar{\omega}\end{aligned}\tag{5.4}$$

Il restante 24 % degli eventi, non riportato nella tabella, confluisce nella categoria *NoTag*.

5.2 Funzione di risoluzione di Δt del segnale

Per estrarre in maniera corretta l'informazione su Δt dobbiamo tenere in conto in maniera accurata degli effetti della risoluzione sperimentale sulla determinazione dei vertici delle due B di *segnale* e di *tag*. La funzione di risoluzione, che dipende dal residuo ($\delta_t = \Delta t - \Delta t_{true}$),² è descritta da una funzione densità di probabilità (*pdf*) modellizzata da una tripla gaussiana

$$\mathcal{R}(\delta_t; \hat{a}) = \sum_{k=1}^2 \frac{f_k}{S_k \sigma_{\Delta t} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\delta_t - b_k \sigma_{\Delta t})^2}{2(S_k \sigma_{\Delta t})^2}\right) + \frac{f_3}{\sigma_3 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\delta_t^2}{2\sigma_3^2}\right), \tag{5.5}$$

dove $\sigma_{\Delta t}$ rappresenta l'errore sperimentale dovuto alla procedura di interpolazione del vertice. Sulle due gaussiane centrali viene consentito uno spostamento rispetto al valore centrale zero e vengono previste delle larghezze che scalano con la $\sigma_{\Delta t}$ misurata evento per evento, per tenere in conto la correlazione osservata tra δ_t e $\sigma_{\Delta t}$, mentre la terza gaussiana, usata per modellizzare gli eventi sulle code, ha dei parametri assoluti.

La deviazione negativa rispetto al valore centrale zero che caratterizza la distribuzione di Δt è solitamente detto *charm bias* ed è dovuto alla ricostruzione del vertice della B di rinculo, la cui ricostruzione seminclusiva avviene a partire da tutte le tracce cariche ad esso riconducibili. Poiché il decadimento di gran lunga più frequente è $B \rightarrow D^{(*)}X$, la maggior parte delle tracce cariche provengono dalla $D^{(*)}$, il che fa sì che nel calcolo del vertice venga trascurata la vita media di questo prodotto di decadimento. Questo provoca mediamente uno spostamento verso sinistra della quantità $z_{B_{segnale}} - z_{B_{tag}}$ rispetto a quella reale (ved. ad esempio Fig. 5.3). Poiché, come intuibile, vi è una dipendenza abbastanza netta di questo spostamento dalla categoria di *tag* della B di rinculo, la variabile che

² Δt_{true} è il valore vero incognito

esprime lo spostamento delle due gaussiane centrali della funzione di risoluzione viene fatta dipendere dalla categoria di *tag*.

Il modello fisico descritto da Eq. 1.86 viene ad essere modificata nel momento in cui prendiamo in considerazione la probabilità di *mistag*. Introducendo il fattore di diluizione $\mathcal{D}$, definito come $\mathcal{D} = 1 - 2\omega$, otteniamo

$$f_{\pm}(\Delta t)P(l^{\pm}X^{\mp}, f; \Delta t) \propto |A_l|^2|A_f|^2 \exp(\Gamma_B|\Delta t|) \cdot \left[\frac{1 + |\lambda_f|^2}{2} + \mathcal{D} \left[\mp \frac{1 - |\lambda_f|^2}{2} \cos(\Delta m_d \Delta t) \pm \text{Im}(\lambda_f) \sin(\Delta m_d \Delta t) \right] \right] \quad (5.6)$$

La *pdf* che verrà considerata nel *fit di likelihood* al fine di estrarre i parametri S e C dell'asimmetria di CP sarà quindi data dalla convoluzione $\mathcal{F}_{\pm}(\Delta t)$ del modello fisico $f_{\pm}(\Delta t)$ (ved. Eq. 5.6) con la funzione di risoluzione $\mathcal{R}(\delta_t)$ appena descritta:

$$\mathcal{F}_{\pm}(\Delta t; l^{\pm}X^{\mp}; S, C) = f_{\pm} \otimes \mathcal{R}(\delta_t; \hat{a}) \quad (5.7)$$

Riportiamo a titolo di esempio in Fig. 5.1 la differenza nella distribuzione Δt per i mesoni B e $\bar{B}$ senza e con l'effetto della risoluzione sperimentale e delle probabilità di *mistag*.

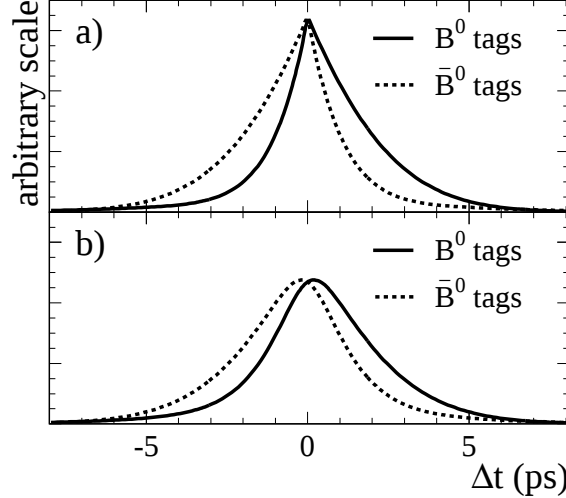


Figura 5.1: Distribuzione di Δt per il mesone B^0 e $\bar{B}^0$ nel caso di una procedura di *tagging* ideale senza errori (in alto) e con gli effetti tipici della risoluzione sperimentale e della erronea identificazione del sapore e della risoluzione sperimentale (in basso).

I parametri del modello che è stato usato per la prima volta a *BABAR* per la funzione di risoluzione nell'analisi dipendente dal tempo effettuata sui decadimenti $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$,

vengono determinati direttamente da un campione di dati molto pulito, detto *B-reco*, che include essenzialmente i decadimenti $B \rightarrow D^{(*)}(\pi^+, \rho^+, a_1^+)$ e $B \rightarrow J/\psi K^{*0}$. Questi modi di decadimento hanno la particolarità che, con la sola richiesta dell'identificazione del kaone attraverso le informazioni provenienti dal DIRC (ved. Sez. 3.3), si ottiene una contaminazione trascurabile del segnale e da essi è possibile ottenere attraverso un fit di *likelihood* una stima dei parametri della funzione di risoluzione direttamente sui dati. La funzione di risoluzione per tutti questi campioni è infatti sostanzialmente identica a quella che ci si attende per $B \rightarrow J/\psi K_S^0$, poiché le variazioni sull'errore nella determinazione del vertice della B di segnale, determinato in tutti questi casi attraverso un fit cinematico a partire dalle tracce cariche prodotte dal vertice primario, risultano trascurabili rispetto all'errore tipico ottenuto sul vertice della B di *tag*.³

In questa analisi tuttavia, poiché lo stato finale del decadimento è $K_S^0 K_S^0 K_S^0$, è necessario ricostruire il vertice della B di segnale a partire dalla direzione di volo dei K_S^0 che decadono in $\pi^+ \pi^-$. I K_S^0 , prima di decadere, al contrario di particelle come la D , volano per lunghezze considerevoli nel rivelatore⁴, il che rende necessario l'uso di una tecnica di ricostruzione del vertice recentemente sviluppata a BABAR, detta *Beam Spot Constrained (BC)*.

Per questo motivo nella prima analisi *BC* effettuata a BABAR, cioè in $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$, è stato fatto uno studio di validazione sulla nuova procedura di fit: si è ricostruito un campione di decadimenti del $B \rightarrow J/\psi K_S^0$, ricostruendo il vertice della B^0 prima con l'usuale fit geometrico⁵, mentre successivamente, rinunciando all'informazione proveniente dalle tracce cariche, si è ricostruito il vertice primario direttamente a partire dalla direzione di volo del $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, usando la nuova tecnica *BC*.

Nel corso di questo studio si è mostrato che la funzione di risoluzione per Δt , così come determinata sul campione di *B-reco*, non viene significativamente modificata dalla nuova procedura di interpolazione del vertice. Questo essenzialmente per due ragioni:

- gli errori restituiti dal nuovo metodo di interpolazione dei vertici non sono apprezzabilmente diversi da quelli restituiti dall'analogo fit geometrico;
- l'errore che prevale nella determinazione di $\Delta z = z_{B_{segnale}} - z_{B_{tag}}$, anche in questo

³Il fatto che $\sigma_{z_{tag}} \gg \sigma_{z_{sig}}$ è dovuto al modo seminclusivo con cui viene ricostruita la B di *tag*

⁴La lunghezza di volo media di un K_S^0 nel rivelatore, considerato il *boost* di Lorentz, è dell'ordine di 5 cm, contro per esempio i circa 0.2 cm di una D^0

⁵Essendo la J/ψ una risonanza molto stretta che decade forte, la vita media è del tutto trascurabile

caso, è l'errore sulla posizione della B di tag^6

Se riusciamo a dimostrare che le distribuzioni degli errori sulla determinazione del vertice della B di segnale presentano caratteristiche e forme analoghe nei decadimenti $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ rispetto ai decadimenti $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$, possiamo allora assumere la validazione già fatta ed adottare direttamente la parametrizzazione della funzione di risoluzione su Δt così come determinata dal campione di $B-reco$.

5.3 Ricostruzione di Δt

Il principio su cui si basa la tecnica BC è il seguente: in una $B - factory$ asimmetrica, grazie al *boost* di Lorentz, l'impulso del mesone B nel sistema del laboratorio risulta fortemente proiettato in avanti (cioè in sostanza $p_{\perp}^{B^0} \ll P_z^{B^0}$). A causa di ciò si può trascurare il moto del mesone B^0 sul piano trasverso (che è in media $30\mu m$) e stimare la posizione del vertice di decadimento della B intersecando le direzioni di volo dei due $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ presenti nel decadimento con la traiettoria del fascio.

Poiché la larghezza della sezione dei fasci è dell'ordine di $200\mu m$ in x e di circa $4\mu m$ in y , quindi circa un ordine di grandezza meno della lunghezza di decadimento del mesone B , l'errore sulla coordinata y del vertice viene opportunamente gonfiato⁷. Questo non è tuttavia sufficiente ad evitare una deviazione nella distribuzione di $z_{mis} - z_{vero}$, dovuto al fatto che si sta assumendo che l'errore è gaussiano, quando invece una lunghezza di decadimento ha una *pdf* di tipo esponenzialmente decrescente. Questo si ripercuote nella presenza di una curva nella distribuzione dei residui $\Delta t_{mis} - \Delta t_{vero}$ in funzione di Δt . Illustriamo questo andamento in Fig. 5.2, relativa alla prima analisi realizzata a *BABAR* sui decadimenti $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$.

Per evitare ciò in *BABAR* è stato sviluppato un nuovo algoritmo di fit del vertice basato su un filtro di Kalman, detto *TreeFitter* [25], la cui principale caratteristica è di trattare simultaneamente in un fit geometrico tutto l'albero di decadimento della $Y(4S)$. In questo modo è possibile porre un vincolo direttamente sul vertice di produzione della B di segnale, invece che sul suo vertice di decadimento, senza quindi trascurare la sua vita media, e compensando il più debole vincolo che così si ottiene sul posizionamento della B

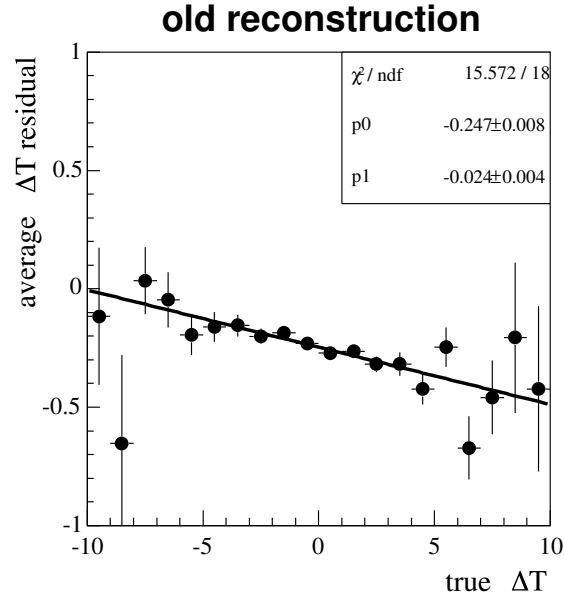
⁶Questo è vero, pur di eliminare dal campione usato per il fit di CP , come vedremo in Sez. 5.3.2, quegli eventi per i quali nessuno dei K_S^0 è decaduto entro il rivelatore di vertice

⁷Usiamo qui il sistema di riferimento standard di *BABAR*, come descritto nel Cap. 3.

Categoria	Definizione
<i>Leptone</i>	$ btgtag > 0.8$ e ($ ElectronTag > 0.7$ oppure. $ MuonTag > 0.7$)
<i>Kaone I</i>	$ btgtag > 0.8$ e ($ ElectronTag < 0.7$ e. $ MuonTag < 0.7$)
<i>Kaone II</i>	$0.6 < btgtag < 0.8$
<i>Kaone&Pione</i>	$0.4 < btgtag < 0.6$
<i>Pione</i>	$0.2 < btgtag < 0.4$
<i>Altro</i>	$0.1 < btgtag < 0.2$

Tabella 5.1: Definizione delle categorie usate da *Tag04*.

Category	$\epsilon(\%)$	$\Delta\epsilon(\%)$	$\omega(\%)$	$\Delta\omega(\%)$	$Q(\%)$	$\Delta Q(\%)$
Leptons	9.3 ± 0.1	0.1 ± 0.2	2.8 ± 0.1	0.1 ± 0.3	8.3 ± 0.1	0.0 ± 0.2
Kaon 1	11.7 ± 0.1	-0.1 ± 0.2	6.2 ± 0.2	0.3 ± 0.4	9.0 ± 0.1	-0.2 ± 0.2
Kaon 2	17.7 ± 0.1	0.3 ± 0.2	15.6 ± 0.2	-0.2 ± 0.5	8.4 ± 0.1	0.2 ± 0.3
Kaons and Pions	14.0 ± 0.1	0.3 ± 0.2	25.5 ± 0.3	-1.7 ± 0.6	3.4 ± 0.1	0.5 ± 0.2
Pions	14.1 ± 0.1	-0.4 ± 0.2	34.8 ± 0.3	7.2 ± 0.7	1.4 ± 0.1	-1.3 ± 0.1
Others	9.3 ± 0.1	0.0 ± 0.2	41.9 ± 0.4	4.8 ± 0.9	0.3 ± 0.0	-0.3 ± 0.1
Total	76.0 ± 0.2	0.0 ± 0.5			30.7 ± 0.2	-1.0 ± 0.4

Tabella 5.2: Prestazioni dell'algoritmo di tag *Tag04* stimate sul Monte Carlo con un taglio su $\Delta t < 20ps$ e $\sigma(\Delta t) < 2.5ps$ **Figura 5.2:** Curva nella distribuzione dei residui $\Delta t_{mis} - \Delta t_{vero}$ in funzione di Δt dovuta alla vecchia procedura di ricostruzione del vertice, qui riportata dall'analisi di riferimento per la tecnica *BC* del decadimento $B \rightarrow K_s^0 \pi^0$.

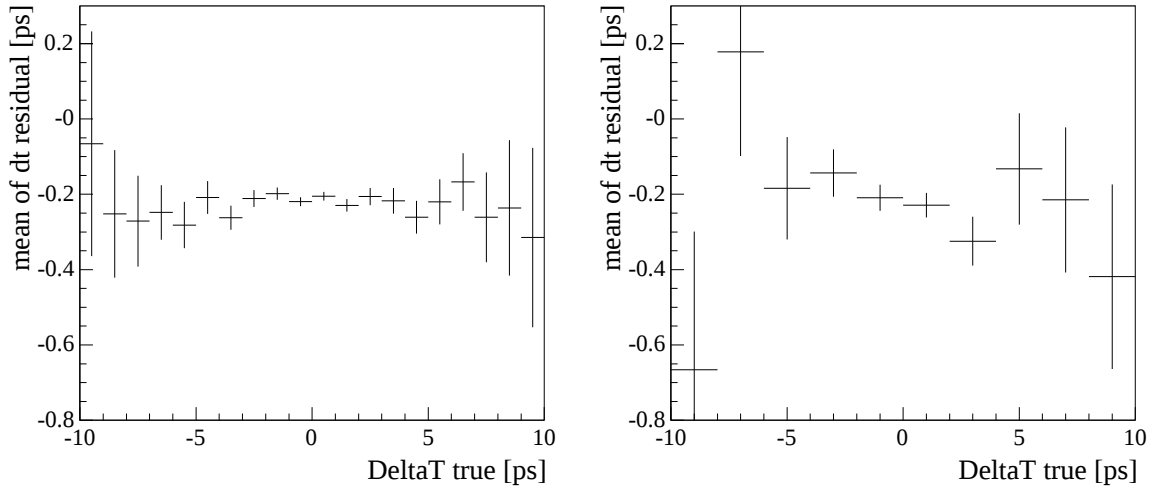


Figura 5.3: Curva nella distribuzione dei residui $\Delta t_{mis} - \Delta t_{vero}$ in funzione di Δt , ottenuta con la procedura di ricostruzione del vertice *Beam Spot Constrained* implementata nella presente analisi, a partire da simulazioni Monte Carlo di $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$ (campione di controllo, a sinistra) e di $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (a destra)

di segnale lungo l’asse z , con un vincolo sulla somma delle lunghezze di decadimento delle due B , quella di segnale e quella di *tag*, a partire dal vertice di produzione della $Y(4S)$.

Gli analoghi grafici di correlazione prodotti in questa analisi sui campioni MC di $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ e sul campione di controllo di $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$ sono mostrati in Fig. 5.3, in cui la nuova procedura di interpolazione fa sì che la distribuzione risulti uniforme entro gli errori.

Poiché il nuovo algoritmo di fit del vertice non include in sé il riconoscimento del sapore della B proveniente dal resto dell’evento, la procedura completa è strutturata in tre passi:

- Interpolazione con la tecnica del “Beam Spot Constraint” della B ricostruita.
- Interpolazione del vertice della B del resto dell’evento e riconoscimento della categoria di tag
- Interpolazione simultanea dell’albero della $\Upsilon(4S)$, con un vincolo sulla somma delle vite medie delle due B (cui viene associato un errore gaussiano pari a $\sqrt{2}\tau_B$).

Inoltre è importante notare che, per evitare un alto tasso di fit falliti del vertice della B (a causa in particolare dell’alto numero di gradi di libertà che il filtro di Kalman di

TreeFitter deve gestire), si è deciso di rinunciare alla ben povera informazione sul vertice che uno può estrarre a partire dal $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$.⁸

Resta quindi da dimostrare la consistenza della nostra implementazione dell'interpolazione del vertice *Beam Spot Constrained* confrontando come essa agisce sul Monte Carlo di segnale di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$ e sul campione Monte Carlo dei decadimenti del $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$, che viene usato qui come campione di controllo, per il quale si è implementato un selettore con caratteristiche in grado di riprodurre quasi perfettamente la selezione ottimizzata nel corso di quella analisi. Si è fatto quindi uno studio di tutte quelle distribuzioni utili a evidenziare eventuali anomalie nella distribuzione di Δt e dell'errore ad esso associato.

5.3.1 Taglio sul χ^2

In Fig. 5.4, è riportata la distribuzione del χ^2 ottenuto dall'interpolazione del vertice della B . È presente una coda a valori alti (corrispondenti a valori di probabilità del χ^2 molto bassi), in corrispondenza di quegli eventi per i quali la procedura di interpolazione non è riuscita a convergere. Questi eventi sono tipicamente associati alla erronea ricostruzione di uno dei K_S^0 presenti nello stato finale, essenzialmente di quelli che decadono in $\pi^+ \pi^-$, dopo aver rinunciato alle informazioni provenienti dai $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$.

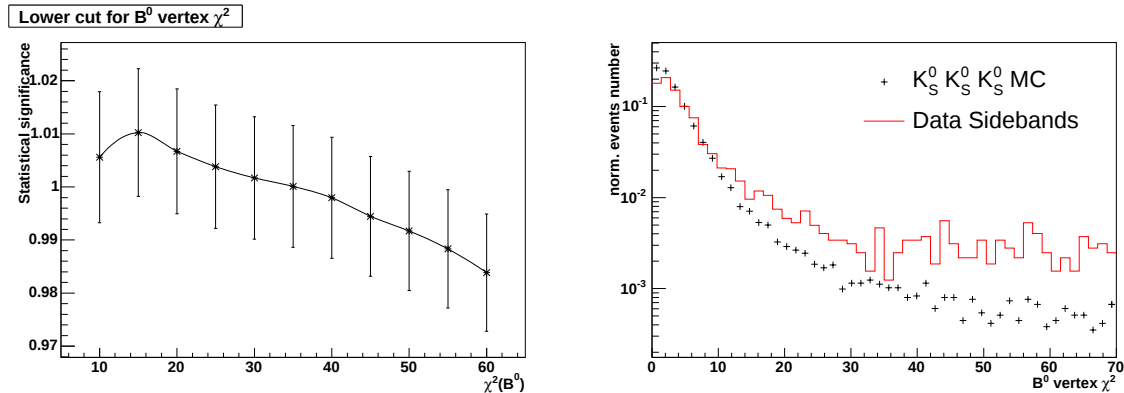


Figura 5.4: Significanza statistica come funzione di un taglio superiore sul χ^2 del vertice della B (sinistra) e distribuzione normalizzata della stessa variabile da un campione di eventi di Monte Carlo di $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (crocette) e dalle “sideband” dei dati (linea tratteggiata).

Per questo motivo un taglio inferiore sul χ^2 del vertice della B riduce in maniera consistente la contaminazione dovuta al fondo.

⁸Questa scelta permette anche di evitare che il fondo combinatorio sul segnale, dovuto in gran parte ai $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, condizioni la distribuzione di Δt .

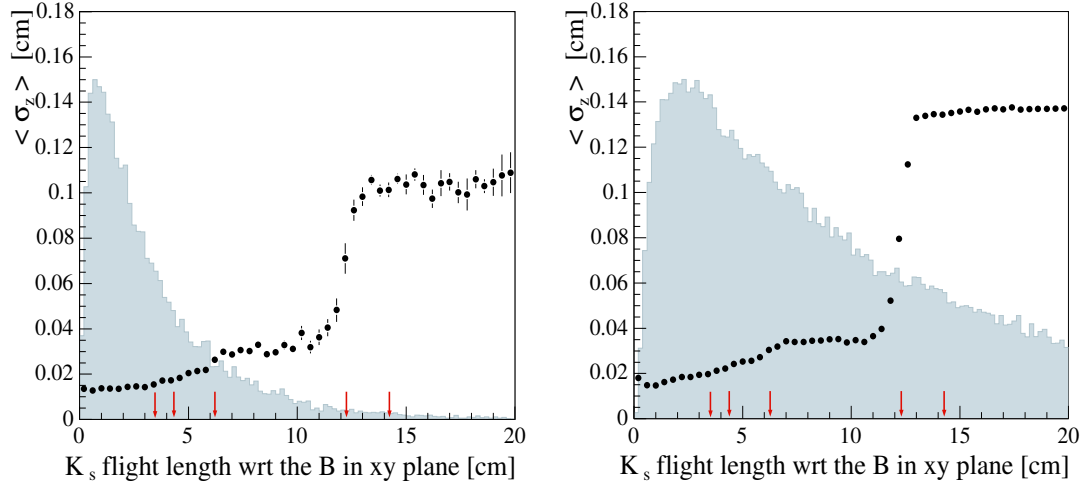


Figura 5.5: $\sigma(\Delta z)$ come funzione della lunghezza di volo del K_S^0 nel piano x-y, per il Monte Carlo di segnale rispettivamente di $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (sinistra) e di $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$ (destra). Nel caso di $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$, fra i due K_S^0 si è scelto quello più vicino alla direzione di volo del B sul piano trasverso. Le frecce indicano la posizione dei layer del rivelatore di vertice.

In particolare, applicando la richiesta $\chi^2 < 20$, equivalente a $P(\chi^2) > 1.25 \cdot 10^{-3}$, rimuoviamo il $(33.58 \pm 0.57)\%$ degli eventi $q\bar{q}$ e il $(48.89 \pm 1.92)\%$ degli eventi di fondo $B\bar{B}$, conservando invece il $(92.88 \pm 0.14)\%$ degli eventi di segnale (come stimato sui rispettivi campioni Monte Carlo).

5.3.2 Definizione delle classi

Poiché mediante la tecnica BC , il vertice della B^0 di segnale è ricostruito a partire dalla direzione di volo dei K_S^0 , la risoluzione nella determinazione del vertice stesso dipende fortemente dal punto in cui il K_S^0 decade all'interno del sistema di tracciamento di $BABAR$. In particolare, la forma di $\sigma(\Delta z)$ evidenzia un comportamento a gradino, in corrispondenza della posizione dei *layer* del rivelatore di vertice a silicio (vedi Fig 5.5).

Poiché quindi la precisione con cui viene individuata la posizione del vertice della B dipende in maniera essenziale dal punto in cui i due $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ decadono, questi vengono suddivisi in 4 differenti classi, a seconda degli *hit*, cioè impronte, che essi rilasciano nel rivelatore al silicio (SVT):

- Classe I (rosso) – K_S^0 con entrambi i pioni con almeno un *hit* nella coordinata ϕ e nella coordinata z in uno qualsiasi degli strati più interni del rivelatore di vertice.

- Classe II (blu) – K_S^0 con entrambi i pioni aventi almeno un *hit* nella coordinata ϕ e z , ma che non appartengono alla classe I.
- Class III (nero) – K_S^0 che hanno almeno un pione con almeno un *hit* nell'SVT, ma che non soddisfano i requisiti della classe I o II.
- Class IV (verde) – K_S^0 che non hanno nessun pione con degli *hit* nell'SVT.

Le quattro classi sono numerate dalla migliore alla peggiore, dal punto di vista delle informazioni sul vertice.

Una volta che i due $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ del candidato B considerato sono associati alle corrispondenti classi, il candidato B viene associato alla migliore delle due.

Consideriamo allora tutti i candidati B aventi

- $|\Delta t| < 20 \text{ ps}$ (efficienza sul Monte Carlo di segnale del $(99.401 \pm 0.047)\%$)
- $\sigma(\Delta t) < 2.5 \text{ ps}$ (efficienza del $(91.54 \pm 0.17)\%$)
- almeno uno dei due $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ appartenenti alla classe I o II (efficienza del $(98.839 \pm 0.069)\%$ rispetto ai precedenti due tagli)

come candidati buoni (*good*) per il fit di asimmetria dipendente dal tempo (in totale il $(89.94 \pm 0.18)\%$ degli eventi di segnale). Tutti i candidati B che passano la selezione, ma che non soddisfano i tre requisiti sopra descritti vengono considerati come cattivi (*bad*) e vengono usati insieme ai precedenti per la sola determinazione del parametro di violazione diretta di CP $A_{CP} = C$.

Le frazioni di eventi che rientrano nelle quattro categorie, sia per i candidati K_S^0 che per i candidati B^0 sono dati in Tab. 5.3. I valori, riscalati al corretto numero di $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, sono in buon accordo con i valori delle stesse quantità riscontrati in altre analisi *Beam Spot Constrained* e confermano la dipendenza di queste frazioni specifiche dallo spettro dei K_S^0 , che è in questo caso più simile a $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ che a $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$.

Classe	K_S^0	B^0
I	0.531 ± 0.002	0.790 ± 0.002
II	0.225 ± 0.002	0.156 ± 0.002
III	0.053 ± 0.001	0.023 ± 0.001
IV	0.190 ± 0.002	0.030 ± 0.001

Tabella 5.3: Frazioni di K_S^0 e di B^0 in ognuna delle quattro categorie di selezione descritte nel testo.

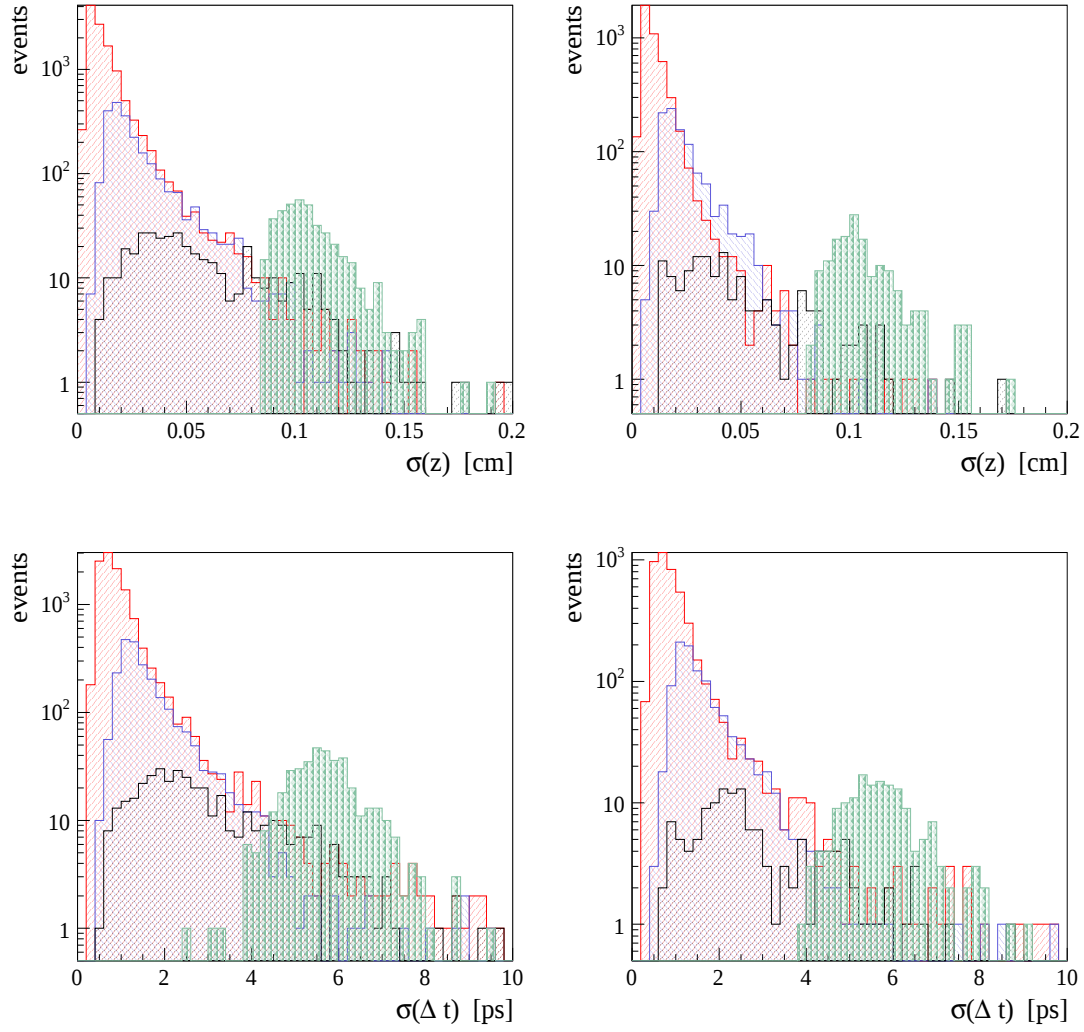


Figura 5.6: Distribuzione dell'incertezza stimata per Δz (in alto) e Δt (in basso) in $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (a sinistra) e in $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$ (a destra) per le differenti selezioni dei K_S^0 (Classe I rosso, Classe II blu, Classe III nero e classe IV verde). Nel caso di $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$, l'evento è associato alla classe del migliore dei due $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

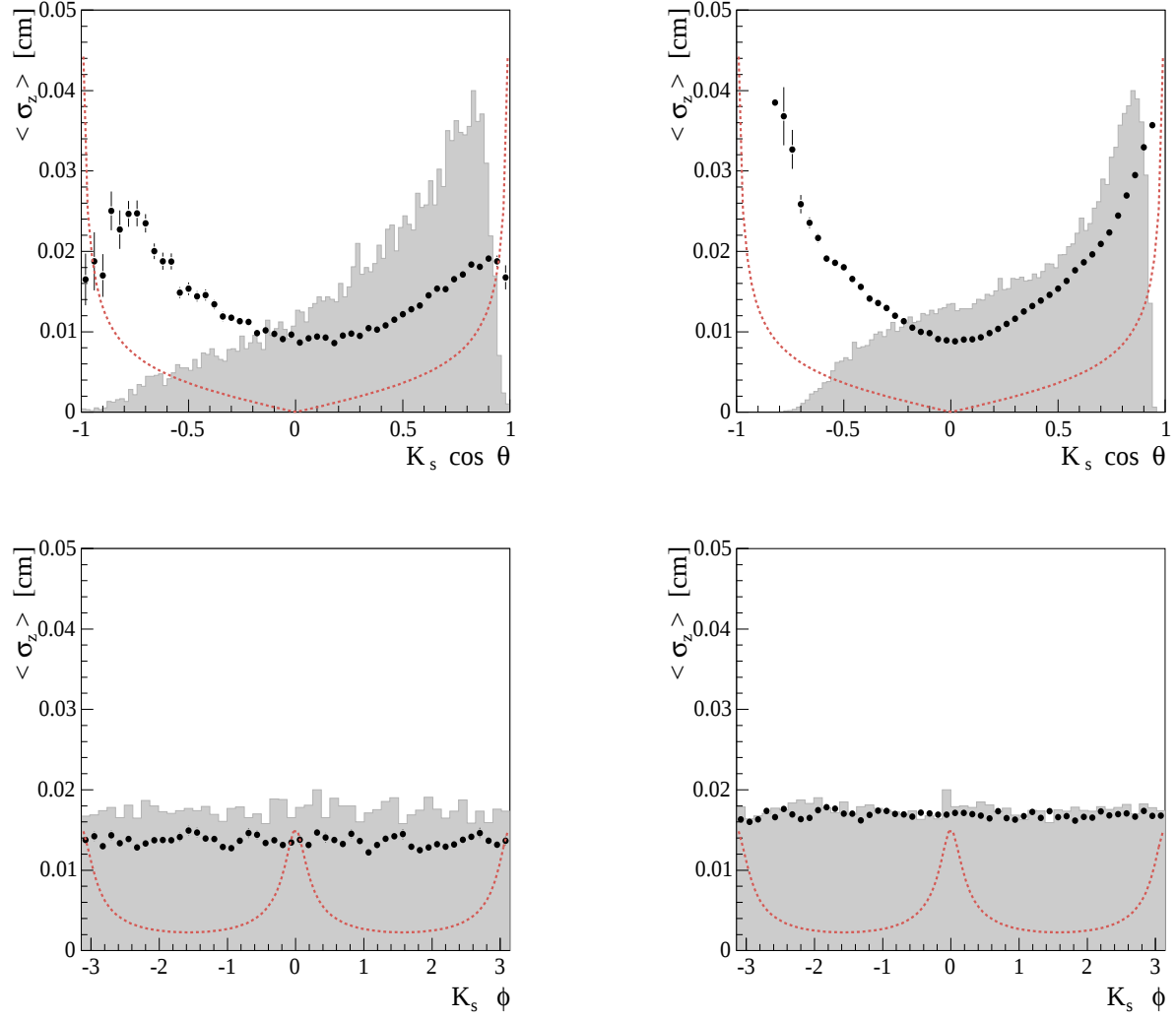


Figura 5.7: Errore medio stimato (punti) in z_{B^0} come funzione dell'angolo polare del K_S^0 (in alto) e dell'angolo azimutale (in basso) per i decadimenti della $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (a sinistra) e per $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$ (a destra). Gli istogrammi sovrainposti mostrano la distribuzione angolare, con scala arbitraria. Le linee tratteggiate denotano il contributo all'incertezza dovuta al solo metodo di “Beam Spot Constraint”.

La procedura è stata validata confrontando le caratteristiche del campione Monte Carlo di segnale selezionato con il caso di $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$. Nella figura 5.7, il valore medio di $\sigma(\Delta z)$ come funzione degli angoli polari ed azimutali dei K_S^0 “buoni” (*good*) sono confrontate alle stesse distribuzioni ottenute sul Monte Carlo di $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$. Da un punto di vista qualitativo, si è trovato un buon accordo tra i due campioni. Tuttavia, a causa della presenza di due $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ nello stato finale, il nostro canale mostra un deterioramento meno netto della risoluzione del vertice quando uno dei due K_S^0 è prodotto nelle due regioni anteriori e posteriori.

Lo studio della risoluzione di Δt come funzione della distribuzione angolare, così come in funzione della lunghezza di volo dei K_S^0 nel piano trasverso, non mostra deviazioni rilevanti nella Δt ricostruita rispetto al caso di $J/\psi K_S^0$ o di $K_S^0 \pi^0$.

Per dimostrare che la funzione di risoluzione standard di *BABAR* può essere usata anche per i candidati B ottenuti tramite la tecnica “Beam Constrained”, dobbiamo verificare inoltre

- che la distribuzione di Δt sia compatibile con quella del campione di B -*reco*
- che i residui su Δt abbiano la stessa correlazione con la $\sigma(\Delta t)$

In Fig.5.8 mostriamo che, una volta effettuato il taglio su $\chi^2(B^0) < 20$, la distribuzione di Δt del segnale Monte Carlo per il nostro canale è in buon accordo con la funzione di risoluzione parametrizzata sul campione di B -*reco*, rappresentata nei grafici dalla curva sovrainposta.

In Fig.5.9 mostriamo il valore medio e la larghezza dei residui di Δt , in funzione di $\sigma(\Delta t)$. Insieme con le curve ottenute dal Monte Carlo di segnale di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$, mostriamo gli analoghi grafici per $K_S^0 \pi^0$.

Riportiamo infine le distribuzioni finali di Δt ricostruite sul campione Monte Carlo, con sovrainposta la curva che esprime la parametrizzazione ricavata sul campione di B -*reco* e la distribuzione dell'errore associato alla medesima variabile (Fig. 5.3.2).

Poiché nei limiti della statistica a disposizione per il Monte Carlo non osserviamo differenze rilevanti fra le distribuzioni ottenute per Δt e Δz per $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ e per $B \rightarrow K_S^0 \pi^0$, assumiamo la validità dello studio fatto per $K_S^0 \pi^0$.

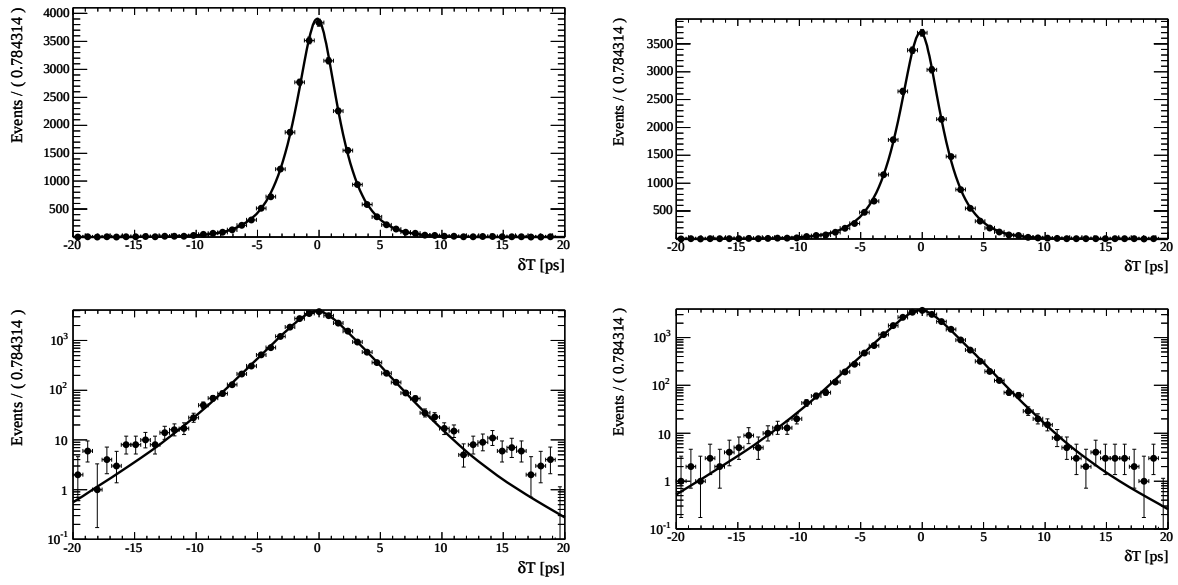


Figura 5.8: Distribuzione di Δt prima (a sinistra) e dopo (a destra) aver imposto il taglio $\chi^2_{B^0}$, con sovrainposta la curva per il pull su Δt ricavata dal campione di *B-reco*.

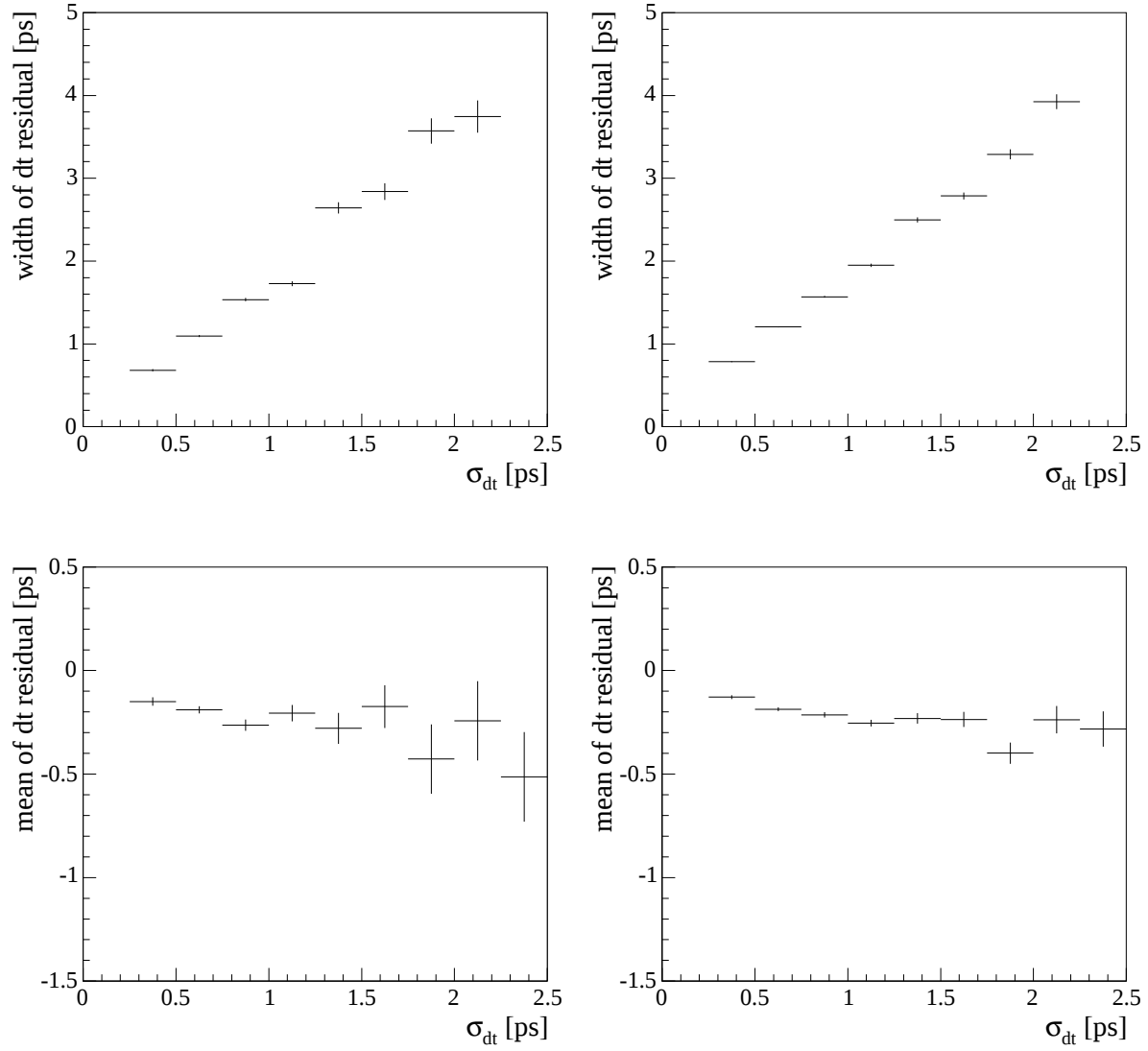


Figura 5.9: Media (in alto) e larghezza (in basso) dei residui su Δt $\Delta t - \Delta t_{\text{true}}$, in funzione di $\sigma_{\Delta t}$ per il Monte Carlo di $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (a sinistra) e di $B^0 \rightarrow K_S^0 \pi^0$ (a destra).

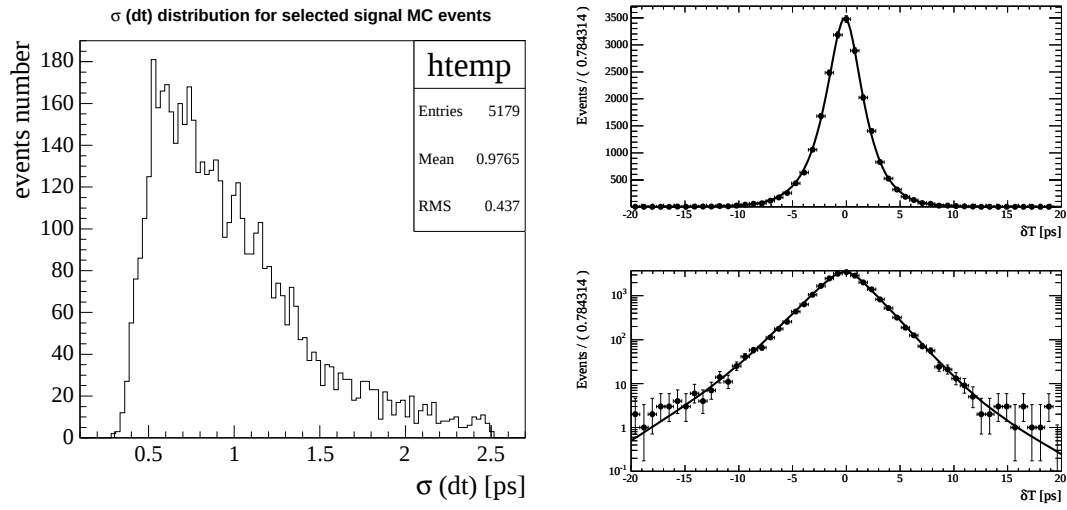


Figura 5.10: Distribuzione dell'errore su Δt (a sinistra) e del *pull* su Δt per gli eventi di segnale Monte Carlo, con la parameterization di *B-reco* sovrainposta (a destra).

Capitolo 6

Misura dell'asimmetria di CP

6.1 Definizione della *likelihood*

Per estrarre il numero di eventi di segnale ed i parametri della violazione di CP usiamo un fit di massima verosimiglianza, in cui la funzione di *likelihood* viene massimizzata in funzione dei parametri che si vogliono misurare nei dati. Le variabili che scegliamo di parametrizzare nel fit di *likelihood*, al duplice scopo di separare il segnale dal fondo e di estrarre dai dati il valore dell'asimmetria di CP , sono:

- Variabili cinematiche: (m_{MISS}, m_{REC}) ;
- Variabili topologiche: il rapporto dei momenti di Legendre $l_2 = \mathcal{L}_2/\mathcal{L}_0$;
- Dipendenza dal tempo: Δt ottenuta dall'interpolazione del vertice col metodo BC .

Ognuna di queste variabili è parametrizzata nel fit di *likelihood*, componente per componente, attraverso una funzione densità di probabilità (*pdf*). La *pdf* totale, componente per componente¹, entra nella *likelihood* come:

$$PDF_{tot} = \prod_j PDF_j \quad (6.1)$$

cioè assumiamo che le variabili abbiano distribuzioni fra loro scorrelate.

Questo è il motivo per cui abbiamo scelto di usare come variabili cinematiche m_{MISS} ed m_{REC} . Il piccolo grado di correlazione, che ci aspettiamo a causa degli effetti di correlazione fra energia ed impulso dovuti al non completo contenimento dello sciame nel calorimetro elettromagnetico, viene da noi verificato controllando direttamente sul Monte

¹A meno di ulteriori sottocategorie in cui scegliamo di suddividere le distribuzioni, quando queste mostrano differenze evidenti al passaggio da una sottocategoria all'altra

	m_{MISS}	m_{REC}	l_2	Δt
m_{MISS}	1	-0.86%	-3.48%	-0.39%
m_{REC}	-	1	0.99%	-1.93%
l_2	-	-	1	0.41 %
Δt	-	-	-	1.

Tabella 6.1: Coefficienti di correlazione fra le variabili che entrano nella *likelihood* calcolati sul campione Monte Carlo di segnale.

	m_{MISS}	m_{REC}	l_2	Δt
m_{MISS}	1	1.64%	-2.39%	-0.39%
m_{REC}	-	1	-0.17%	1.23%
l_2	-	-	1	-2.97 %
Δt	-	-	-	1.

Tabella 6.2: Coefficienti di correlazione fra le variabili della *likelihood* trovati nel campione di dati *on resonance*.

Carlo di segnale e sul campione di dati *on resonance*² la correlazione tra le distribuzioni di queste variabili. Queste sono riportate insieme alle altre in Tab. 6.1 (per il Monte Carlo) ed in Tab. 6.2 (per i dati). La correlazione tra ognuna delle variabili è sempre minore del 5 %, quindi la nostra assunzione è soddisfatta.

Per evitare gli effetti dovuti alla scelta particolare della suddivisione delle variabili in intervalli, si sceglie inoltre di effettuare un fit in cui la *likelihood* è la somma delle probabilità discrete calcolate evento per evento.

La funzione di verosimiglianza che usiamo è definita come:

$$\begin{aligned}
L = \frac{e^{-(N_S+N_B+N_{BB})}}{N_{tot}!} & \sum_{i \in \text{good}}^{N_{\text{good}}} \{ N_S f_{\text{good}}^S \epsilon_{c_i}^S \cdot P_S(m_{REC,i}) P_S(m_{MISS,i}) P_S^c(l_{2i}) P_S^c(\Delta t_i, T | \sigma_{\Delta t_i}) + \\
& N_B f_{\text{good}}^B \epsilon_{c_i}^B \cdot P_B(m_{REC,i}) P_B(m_{MISS,i}) P_B(l_{2i}) P_B^c(\Delta t_i, T | \sigma_{\Delta t_i}) + \\
& N_{BB} f_{\text{good}}^{BB} \epsilon_{c_i}^{BB} \cdot P_{BB}(m_{REC,i}) P_{BB}(m_{MISS,i}) P_{BB}^c(l_{2i}) P_{BB}^c(\Delta t_i, T | \sigma_{\Delta t_i}) \} + \\
& \sum_{i \in \text{bad}}^{N_{\text{bad}}} \{ N_S (1 - f_{\text{good}}^S) \epsilon_{c_i}^S \cdot P_S(m_{REC,i}) P_S(m_{MISS,i}) P_S(l_{2i}) P_S^c(T) + \\
& N_B (1 - f_{\text{good}}^B) \epsilon_{c_i}^B \cdot P_B(m_{REC,i}) P_B(m_{MISS,i}) P_B(l_{2i}) + \\
& N_{BB} (1 - f_{\text{good}}^{BB}) \epsilon_{c_i}^{BB} \cdot P_{BB}(m_{REC,i}) P_{BB}(m_{MISS,i}) P_{BB}(l_{2i}) P_S^c(T) \}, \quad (6.2)
\end{aligned}$$

dove

²Cioè nel campione di dati raccolto ad energia dei fasci tale da produrre la risonanza $Y(4S)$.

- i è l'indice che rappresenta il singolo evento;
- $N_{S,B,B\bar{B}}$ sono il numero di eventi rispettivamente di segnale, di fondo continuo e di tipo $B\bar{B}$;
- N_{tot} è il numero totale di eventi del campione
- c_i rappresentano le categorie di *tag* (Cat1,Cat2,...,NoTag);
- $\epsilon_{c_i}^{S,B,B\bar{B}}$ sono le efficienze di *tag* per il segnale e per il fondo;
- f_{good}^Y rappresenta le frazioni eventi con almeno un K_S^0 *good* per la componente di eventi Y .

La funzione di verosimiglianza è suddivisa in due parti: nella prima confluiscono gli eventi che, in base alla classe di appartenenza dei K_S^0 , sono considerati *good* ed in essa la dipendenza da S e C entra per definizione attraverso $P_S^c(\Delta t_i, T | \sigma_{\Delta t_i})$, che è la quantità che abbiamo definito in Eq. 5.7, mentre nella seconda confluiscono gli eventi considerati *bad*, che dipendono unicamente da C attraverso $P_S^c(T)$, che è una *pdf* discreta che dipende solo dalla categoria di *tag*. La *likelihood* mostra una dipendenza parametrica dalla $\sigma_{\Delta t}$.

6.1.1 Parametrizzazione del segnale

Le *pdf* del segnale sono state inizialmente parametrizzate attraverso un fit di massima verosimiglianza condotto sul campione Monte Carlo di segnale. Per parametrizzare m_{REC} ed m_{MISS} si è fatto uso della seguente *pdf*:

$$f_{Cruijff}(x; m, \sigma_{L,R}, \alpha_{L,R}) = \exp \left[-\frac{(x - m)^2}{2\sigma_{\pm}^2 + \alpha_{\pm}(x - m)^2} \right] \quad (6.3)$$

in cui i parametri $\alpha_{L,R}$ sono in grado di tenere in conto con un ottimo grado di approssimazione le code non gaussiane della distribuzione, mentre si è fatto uso di una doppia gaussiana per l_2 (Fig. 6.1), con le rispettive medie definite come μ_1 e μ_2 , gli errori definiti come σ_1 e σ_2 e la frazione di area della seconda gaussiana rispetto alla prima come f_1 .

Inoltre, poiché si sono notate differenze nella distribuzione di l_2 a seconda della categoria di *tag*, si è permesso ai parametri di l_2 di assumere valori diversi in funzione della categoria di *tag*. I parametri usati per le variabili cinematiche sono riassunte in Tab. 6.3, mentre quelle usate per l_2 sono mostrate in Tab. 6.4.

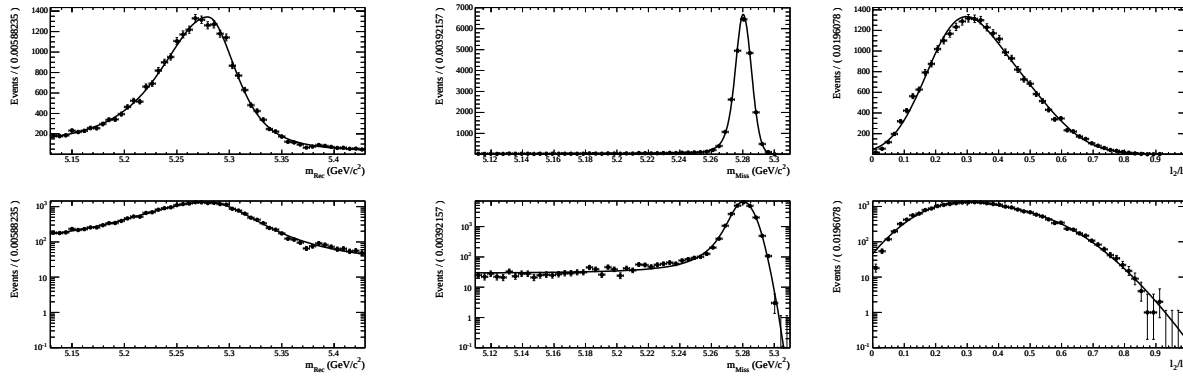


Figura 6.1: Distribuzioni di probabilità usate nella *likelihood* per m_{REC} (a sinistra), m_{MISS} (al centro), ed l_2 (destra), in scala lineare (in alto) e logaritmica (in basso). La parametrizzazione delle variabili cinematiche è ottenuta con una funzione di Cruijff, mentre quella per l_2 è ottenuta con una doppia gaussiana.

È importante notare che la forma della distribuzione di probabilità di m_{REC} è affetta da variazioni abbastanza vistose, che dipendono dal particolare periodo di presa dati che si sta considerando, a causa delle diverse versioni del codice di ricostruzione del calorimetro (Sez. 3.4). Questo dipende dalla maniera diversa in cui si sono implementate le correzioni alla misura dei depositi di energia nel calorimetro elettromagnetico nei vari periodi di presa dati (ved. Fig. 6.2). A causa di ciò, il campione di eventi di segnale Monte Carlo usato è una combinazione pesata di eventi delle simulazioni dei quattro periodi di presa dati.

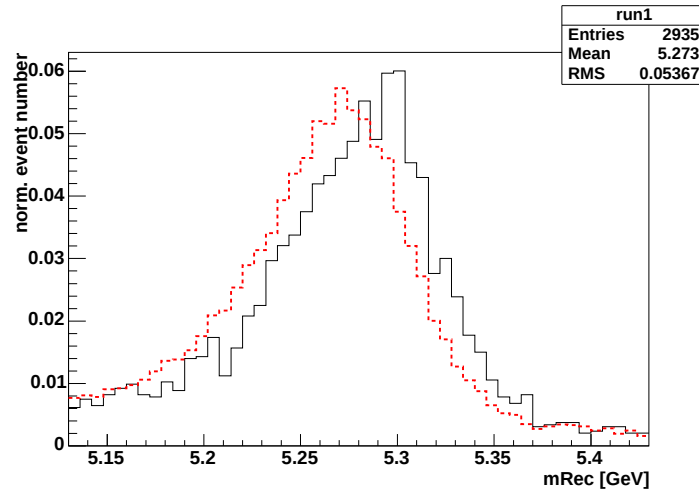


Figura 6.2: Distribuzioni di m_{REC} sul segnale (normalizzata all'area) per run 1 (linea tratteggiata) e per i run da 2 a 4 (linea continua), così come stimate dalle simulazioni Monte Carlo.

m_{MISS} (funzione di Cruijff)	$m = 5.28020 \pm 0.00011$	
	$\sigma_L = 0.004697 \pm 0.000067$	$\sigma_R = 0.005253 \pm 0.00013$
	$\alpha_L = 0.1831 \pm 0.0011$	$\alpha_R = 0.0074 \pm 0.0099$
m_{REC} (funzione di Cruijff)	$m = 5.2794 \pm 0.0011$	
	$\sigma_L = 0.0415 \pm 0.0012$	$\sigma_R = 0.02524 \pm 0.00073$
	$\alpha_L = 0.325 \pm 0.012$	$\alpha_R = 0.2373 \pm 0.0064$

Tabella 6.3: Parametrizzazione della funzione densità di probabilità per le variabili cinematiche che entrano nella funzione di verosimiglianza

l_2 (doppia gaussiana)	$\mu_{1Cat1} = 0.475 \pm 0.020$	
	$\mu_{1Cat2} = 0.393 \pm 0.023$	$\mu_{1Cat3} = 0.424 \pm 0.028$
	$\mu_{1Cat4} = 0.412 \pm 0.023$	$\mu_{1Cat5} = 0.407 \pm 0.023$
	$\mu_{1Cat6} = 0.504 \pm 0.026$	
	$\mu_{1NoTag} = 0.410 \pm 0.017$	
	$\mu_{2Cat1} = 0.2025 \pm 0.0094$	
	$\mu_{2Cat2} = 0.205 \pm 0.010$	$\mu_{2Cat3} = 0.262 \pm 0.011$
	$\mu_{2Cat4} = 0.261 \pm 0.010$	$\mu_{2Cat5} = 0.250 \pm 0.011$
	$\mu_{2Cat6} = 0.2940 \pm 0.0099$	$\mu_{2NoTag} = 0.2792 \pm 0.0083$
	$\sigma_{1Cat1} = 0.1416 \pm 0.0091$	
	$\sigma_{1Cat2} = 0.1532 \pm 0.0052$	$\sigma_{1Cat3} = 0.1416 \pm 0.0078$
	$\sigma_{1Cat4} = 0.1368 \pm 0.0067$	$\sigma_{1Cat5} = 0.1346 \pm 0.0071$
	$\sigma_{1Cat6} = 0.099 \pm 0.0093$	$\sigma_{1NoTag} = 0.1321 \pm 0.0046$
	$\sigma_{2Cat1} = 0.0984 \pm 0.0063$	
	$\sigma_{2Cat2} = 0.0835 \pm 0.0077$	$\sigma_{2Cat3} = 0.1057 \pm 0.0057$
	$\sigma_{2Cat4} = 0.0995 \pm 0.0056$	$\sigma_{2Cat5} = 0.0992 \pm 0.0058$
	$\sigma_{2Cat6} = 0.1006 \pm 0.0049$	$\sigma_{2NoTag} = 0.0987 \pm 0.0044$
	$f1_{Cat1} = 0.488 \pm 0.053$	
	$f1_{Cat2} = 0.735 \pm 0.055$	$f1_{Cat3} = 0.49 \pm 0.11$
	$f1_{Cat4} = 0.53 \pm 0.10$	$f1_{Cat5} = 0.57 \pm 0.10$
	$f1_{Cat6} = 0.247 \pm 0.064$	$f1_{NoTag} = 0.514 \pm 0.087$

Tabella 6.4: Parametrizzazione della funzione densità di probabilità per l_2 di segnale sul Monte Carlo.

Questo però porta a credere nell'esistenza di una discrepanza fra dati e Monte Carlo. A questo proposito si è eseguito uno studio di validazione utilizzando come campione di controllo i decadimenti $B \rightarrow J/\psi K_S^0$, che presentano una contaminazione dovuta al fondo molto piccola e ci permettono perciò di estrarre le distribuzioni cinematiche di m_{MISS} ed m_{REC} direttamente dai dati (ved. Sez. 6.2).

6.1.2 Parametrizzazione del fondo continuo

La scelta delle funzioni con cui parametrizzare le *pdf* delle tre variabili cinematiche che entrano nella funzione di verosimiglianza per la componente di fondo continuo è stata fatta utilizzando il relativo campione di controllo a disposizione, ottenuto a partire da simulazioni Monte Carlo. Tuttavia ai parametri del fondo viene consentito di variare nel fit finale, in modo che la forma delle distribuzioni del fondo continuo viene determinata direttamente sui dati. Questo equivale in pratica a determinare il fondo direttamente da un fit sul campione di dati selezionando soltanto gli eventi al di fuori della regione di segnale. Per m_{MISS} si è deciso di fare uso di una funzione ARGUS (ved. Eq. 4.9), la cui forma viene fatta dipendere dalla categoria di tag. m_{REC} è stata invece parametrizzata usando un polinomio del secondo ordine, mentre per l_2 usiamo una doppia gaussiana. Il risultato del fit di massima verosimiglianza sul campione di fondo continuo, ottenuto assumendo queste forme funzionali per le distribuzioni delle variabili, è dato in Fig. 6.3, sovrapposto alle distribuzioni delle varie variabili.

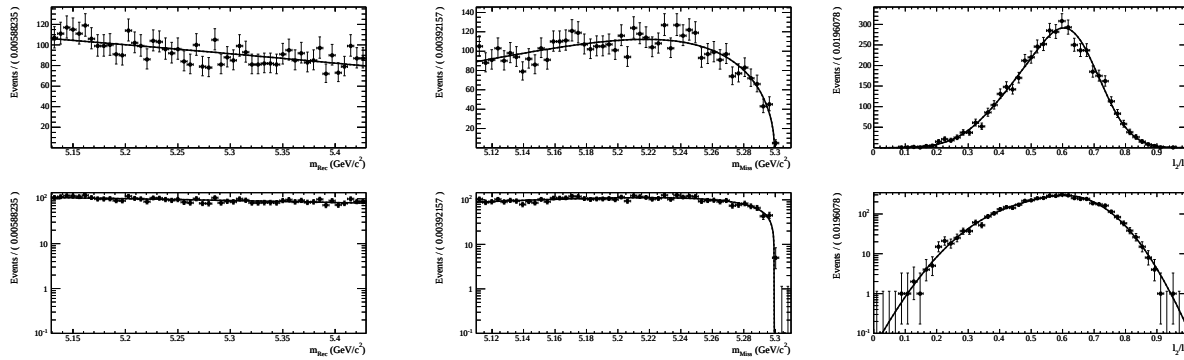


Figura 6.3: Proiezione della funzione di verosimiglianza ottenuta da un fit sul Monte Carlo di fondo continuo: m_{REC} (a sinistra), m_{MISS} (al centro), ed l_2 (destra), in scala lineare (in alto) e logaritmica (in basso).

I parametri ottenuti sul campione di controllo sono mostrati in Tab. 6.5 per le variabili cinematiche e in Tab. 6.6 per l_2 .

La funzione densità di probabilità per Δt per gli eventi di fondo continuo è stata parametrizzata con tre gaussiane, la più ampia delle quali dà conto degli eventi sulle code. La componente di Δt per il fondo continuo fa uso anche essa dei parametri di asimmetria di tag μ (dove definiamo qui $\mu = \Delta\epsilon$ in base all'Eq. 5.4), che sono differenziati a seconda

m_{MISS} (funzione Argus)	$m_0 = 5.29940 \pm 0.00031$ $\xi = -15.45 \pm 0.77$
m_{REC} (polinomio di II ordine)	$p1 = 1.870 \pm 0.50$ $p2 = -0.334 \pm 0.082$

Tabella 6.5: Parametrizzazione delle funzioni densità di probabilità per le variabili cinematiche che entrano nella *likelihood*.

l_2 (doppia gaussiana)	$\mu_1 = 0.492 \pm 0.021$ $\mu_2 = 0.633 \pm 0.0083$ $\sigma_1 = 0.1231 \pm 0.0058$ $\sigma_2 = 0.0923 \pm 0.0041$ $f1 = 0.479 \pm 0.095$
--------------------------	---

Tabella 6.6: Parametrizzazione della funzione densità di probabilità di l_2 per il fondo continuo.

delle categorie di tag. Tutti questi parametri sono anch'essi determinati direttamente nel fit finale sui dati.

Il numero totale di parametri liberi per la parametrizzazione del fondo continuo è 20. In Fig. 6.4 è mostrata la distribuzione per gli eventi Monte Carlo di fondo continuo, insieme alle funzioni densità di probabilità restituite dal fit e la distribuzione di $\sigma_{\Delta t}$.

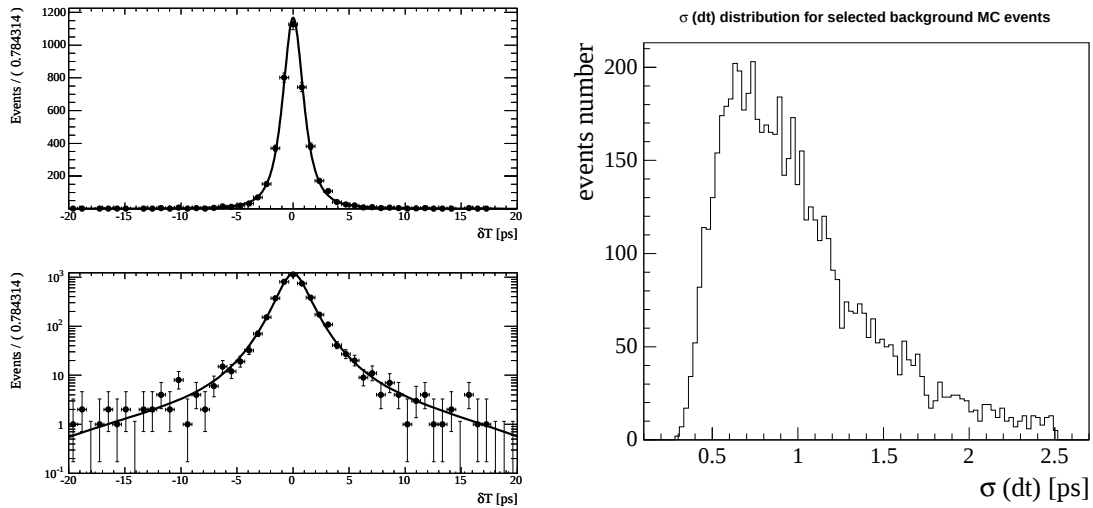


Figura 6.4: Distribuzione del pull su Δt (a sinistra) e dell'errore su Δt (a destra) per gli eventi Monte Carlo di fondo continuo

m_{MISS} (funzione Argus)	$m_0 = 5.2974 \pm 0.0018$ $\xi = -22.42 \pm 5.39$
m_{REC} (polinomio di primo ordine)	$p1 = -0.1803 \pm 0.0024$

Tabella 6.7: Parametrizzazione della funzione densità di probabilità per il fondo $B\bar{B}$ per le variabili cinematiche che entrano nella funzione di verosimiglianza.

l_2 (gaussiana biforcata)	$mean = 0.366 \pm 0.029$ $sigmaL = 0.113 \pm 0.018$ $sigmaR = 0.157 \pm 0.018$
-----------------------------	--

Tabella 6.8: Parametrizzazione della funzione densità di probabilità per l_2 del fondo $B\bar{B}$.

6.1.3 Parametrizzazione del fondo $B\bar{B}$

La parametrizzazione del fondo $B\bar{B}$ è ottenuta attraverso un fit sul campione disponibile di Monte Carlo di generico $B\bar{B}$, come già discusso. Usiamo le seguenti funzioni densità di probabilità:

- un polinomio di primo grado per m_{REC}
- una funzione Argus per m_{MISS} (Eq. 4.9)
- una gaussiana biforcata (cioè con errori asimmetrici $\sigma_{\pm}$ a destra e a sinistra) per l_2

I parametri risultanti sono mostrati in Tab. 6.7 per le variabili cinematiche ed in Tab. 6.8 per l_2 , mentre i grafici delle distribuzioni sono riportati in Fig. 6.5.

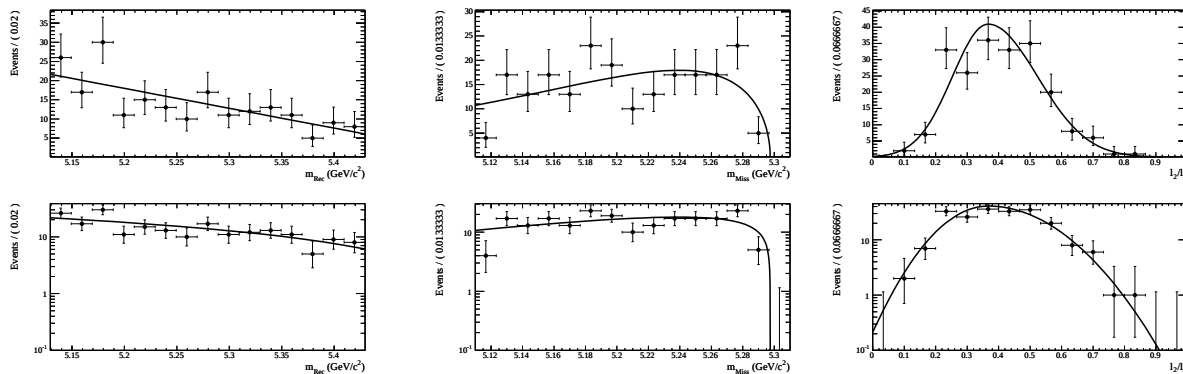


Figura 6.5: Proiezione della funzione di massima verosimiglianza da un fit sul Monte Carlo di generico $B\bar{B}$ sulle seguenti variabili: m_{REC} (a sinistra), m_{MISS} (al centro) ed l_2 (a destra), in scala lineare (in alto) e logaritmica (in basso).

6.2 Confronto Dati/Monte Carlo

Al fine di stimare la capacità del Monte Carlo di descrivere le variabili cinematiche usate nel fit, ricostruiamo degli eventi $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ sia sul Monte Carlo che sui dati, applicando una selezione standard sui candidati J/ψ , ma applicando la selezione propria di $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ per i $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$.

La J/ψ viene ricostruita a partire da coppie di elettroni e positroni o coppie di muoni carichi.

I vari selettori per gli elettroni disponibili a *BABAR*, in base a richieste fatte su variabili come la perdita di energia per ionizzazione per unità di lunghezza $\frac{dE}{dx}$, E/p e LAT (descritta in Sez. 4.5) e le informazioni provenienti dal DIRC, hanno caratteristiche che in sostanza sono sempre un compromesso fra efficienza di rivelazione e probabilità di erronea identificazione. L'efficienza di rivelazione degli elettroni usata qui è $> 96\%$, in corrispondenza di una probabilità di erronea identificazione pari all' $1 - 2\%$.

Per i muoni si usano invece variabili come l'energia rilasciata nel calorimetro, il numero di tracce lasciate nell'IFR e la differenza fra le lunghezze di interazione λ sperimentalmente attraversate nell'IFR e quelle attese λ_{exp} . L'efficienza di ricostruzione è $\sim 93\%$ (nel *forward endcap* dell'IFR), con una probabilità di erronea identificazione pari al $\sim 23\%$ (Sez. 3.5).

In aggiunta, richiediamo che $|\cos(\theta_{SPH})| < 0.95$, in modo da essere consistenti con la preselezione applicata a $K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (anche se questo taglio influenza soltanto la forma della distribuzione di l_2 , a causa della correlazione tra le due variabili).

Su m_{MISS} ed m_{REC} vengono applicati gli stessi tagli usati per il segnale, definiti in Tab. 4.2.

Una volta effettuata la selezione, parametrizziamo le distribuzioni assumendo gli stessi modelli per le *pdf* usate per il Monte Carlo di $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ e ne determiniamo i parametri attraverso un fit di massima verosimiglianza. Nel caso dei dati, aggiungiamo anche una componente di fondo, che viene determinata contemporaneamente agli eventi di segnale. Per quest'ultima adottiamo una funzione di Argus su m_{MISS} e un polinomio di secondo ordine su m_{REC} .

Nel caso di m_{MISS} , le distribuzioni del segnale Monte Carlo e dei dati sono mostrate in Fig. 6.6. Si può notare la diversità delle due distribuzioni, a causa di un certo spostamento e di una distribuzione leggermente più stretta nel Monte Carlo rispetto ai dati.

m_{MISS} (funzione di Cruijff)	Dati	Monte Carlo	Monte Carlo $K_S^0 K_S^0 K_S^0$
m	5.2812 ± 0.0009	5.28090 ± 0.00004	5.28020 ± 0.00011
σ_L	0.0062 ± 0.0006	0.00602 ± 0.00003	0.004697 ± 0.000067
σ_R	0.0064 ± 0.0006	0.00508 ± 0.00004	0.005253 ± 0.00013
α_L	0.001 ± 0.046	0.1341 ± 0.0006	0.1831 ± 0.0011
α_R	0.000 ± 0.020	0.020 ± 0.003	0.0074 ± 0.0099

Tabella 6.9: Confronto fra la parametrizzazione di m_{MISS} per il segnale Monte Carlo ed i dati.

Questo è riassunto in Tab. 6.9 e rappresentato in Fig. 6.7, in cui, per comodità, le due distribuzioni sono normalizzate e sovrapposte. Nella stessa figura è visibile anche la differenza fra le distribuzioni ottenute sul Monte Carlo per $J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ e $K_S^0 K_S^0 K_S^0(\pi^0\pi^0)$. Si evince con chiarezza che il differente contenuto in termini di stato finale (cioè J/ψ contro $2K_S^0(\pi^+\pi^-)$) non condiziona in maniera significativa la distribuzione. Questo fa sì che la parametrizzazione ottenuta attraverso un fit sui dati di $J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ può essere considerata rappresentativa anche della forma della distribuzione degli eventi $K_S^0 K_S^0 K_S^0(\pi^0\pi^0)$ nel nostro campione di dati. Per risolvere quindi il problema della discrepanza fra dati e Monte Carlo su m_{MISS} nel nostro fit nominale useremo i dieci parametri che vengono dal fit effettuato sul campione di dati $J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ e gli errori ad essi associati per la stima delle sistematiche.

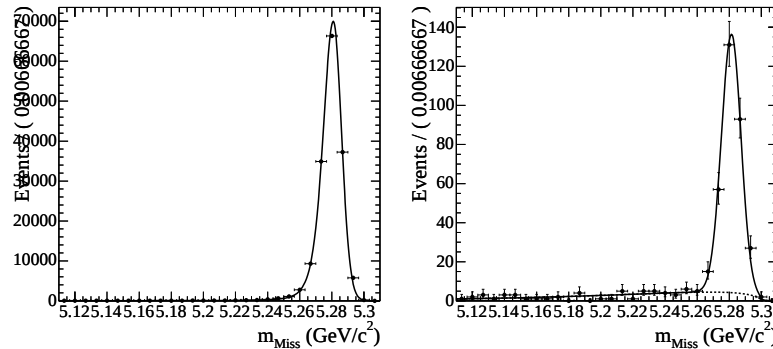


Figura 6.6: Distribuzione di m_{MISS} , così come ottenuta da un campione Monte Carlo di eventi $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ (a sinistra) e dai dati (a destra). La curva sovrainposta è ottenuta da un fit sui rispettivi campioni con la funzione di Eq. 6.3. Nel caso dei dati, aggiungiamo anche una componente di fondo, parametrizzata attraverso una funzione Argus (Eq. 4.9).

Nel caso di m_{REC} , troviamo una differenza considerevole tra la forma delle distribuzioni sul segnale Monte Carlo e sui dati. In particolare la simulazione non è in grado di riprodurre correttamente la media della distribuzione. Per quanto riguarda il resto dei

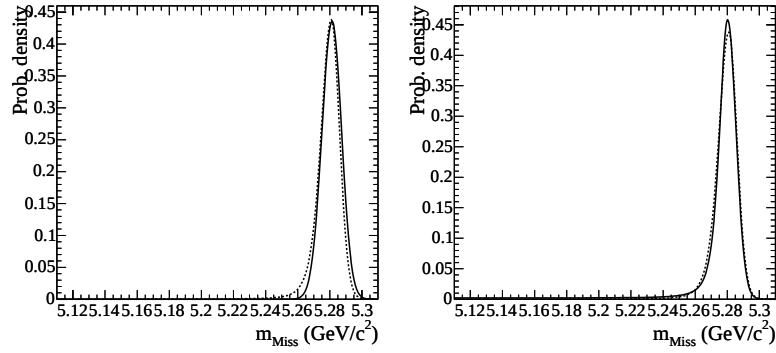


Figura 6.7: Confronto delle distribuzioni di m_{MISS} : a sinistra Monte Carlo (linea continua) e dati (linea tratteggiata) di $J/\psi K_S^0$, a destra Monte Carlo di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (linea continua) e di $J/\psi K_S^0$ (linea tratteggiata).

parametri, una fit di massima verosimiglianza di tutti e quattro gli altri parametri (σ_L , σ_R, α_L ed α_R della funzione di Cruijff) sui dati è impossibile. Eseguiamo pertanto un fit sui dati fissando i due parametri α_L e α_R al valore ottenuto sul Monte Carlo ed usiamo la variazione su σ_L e σ_R come stima di un eventuale disaccordo. In Fig. 6.8 mostriamo il risultato del fit in entrambi i casi, mentre in Tab. 6.10 confrontiamo i parametri ottenuti nei due suddetti fit con i valori analoghi ottenuti sul Monte Carlo di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$.

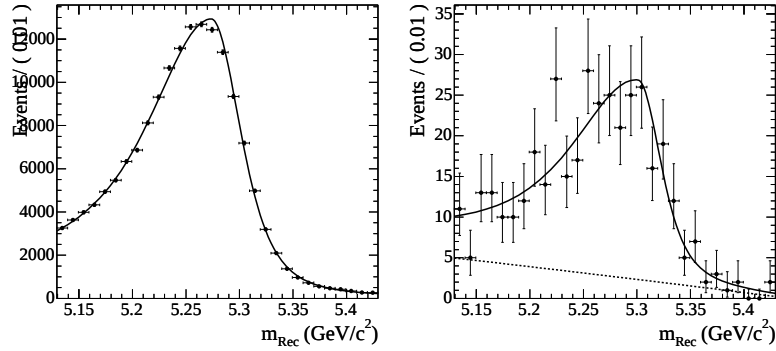


Figura 6.8: Distribuzione di m_{REC} , così come ottenuta da un campione di segnale Monte Carlo $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0 (\pi^0 \pi^0)$ (a sinistra) e sui dati (a destra). La curva sovrainposta è ottenuta da un fit su un campione con una funzione di Cruijff. Nel caso dei dati, aggiungiamo anche una componente di fondo, parametrizzata attraverso un polinomio del secondo ordine.

Considerando il fatto che il valore medio nel caso del Monte Carlo di segnale del nostro canale non è affidabile in quanto la scala assoluta di energia non è ben simulata, decidiamo quindi di prenderlo direttamente così come viene estratto dal campione di dati $J/\psi K_S^0$. L'errore associato è inoltre tale da coprire la differenza tra i valori medi ottenuti

m_{REC} (Funzione di Cruijff)	Dati	Monte Carlo	Monte Carlo $K_S^0 K_S^0 K_S^0$
m	5.3016 ± 0.0081	5.2735 ± 0.0001	5.2794 ± 0.0011
σ_L	0.058 ± 0.009	0.0555 ± 0.0005	0.0416 ± 0.0012
σ_R	0.020 ± 0.004	0.0259 ± 0.0002	0.02524 ± 0.00073
α_L	0.4075	0.4075 ± 0.0090	0.325 ± 0.012
α_R	0.1915	0.1915 ± 0.0015	0.2373 ± 0.0064

Tabella 6.10: Confronto fra la parametrizzazione di m_{REC} dal segnale Monte Carlo e dai dati.

sul Monte Carlo di $J/\psi K_S^0$ e su quello di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$. D'altra parte, mentre la differenza fra la forma delle *pdf* ottenute per il Monte Carlo e per il campione di dati su $J/\psi K_S^0$ è assai ridotta (cosa resa evidente non appena le due funzioni vengono traslate l'una rispetto all'altra in modo da avere lo stesso valore centrale come in Fig. 6.9), c'è invece una differenza consistente fra i due campioni Monte Carlo di $J/\psi K_S^0$ e $K_S^0 K_S^0 K_S^0$. Quindi la forma assunta da m_{REC} sui dati $J/\psi K_S^0$ non può essere considerata rappresentativa per il nostro campione di dati $K_S^0 K_S^0 K_S^0$. Tenuto conto ciò e considerato che la differenza fra dati e Monte Carlo di $J/\psi K_S^0$ sui parametri σ_L e σ_R non è statisticamente diversa da zero, concludiamo che possiamo usare per il fit nominale i valori di $\alpha_L, \alpha_R, \sigma_L$ e σ_R , così come determinati sul Monte Carlo di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$. Per la stima dell'errore sistematico, invece, associamo ad ogni parametro un errore pari al massimo fra le differenze riscontrate tra i due campioni Monte Carlo di $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ e $J/\psi K_S^0$ e la differenza tra i dati ed il Monte Carlo di $J/\psi K_S^0$ (cioè i tre fit di Tab. 6.10).

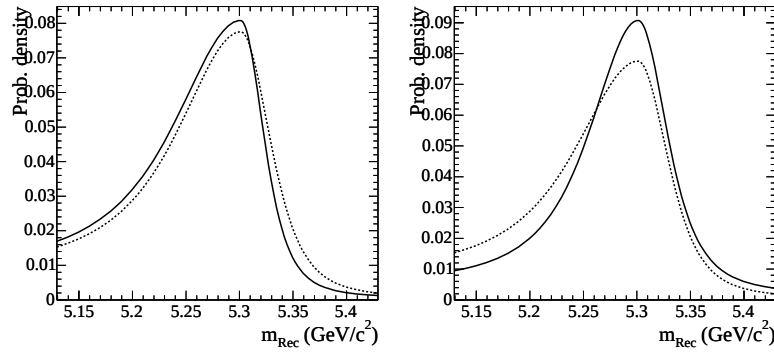


Figura 6.9: Confronto fra le distribuzioni di m_{Rec} : a sinistra, per i dati (linea continua) ed il Monte Carlo (linea tratteggiata); a destra, per il Monte Carlo di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (linea continua) e di $J/\psi K_S^0$ (linea tratteggiata).

In Tab 6.11, sono riassunti i parametri usati nel fit nominale sui dati.

m_{MISS} (funzione di Cruijff)	$m = 5.2812 \pm 0.0009$	
	$\sigma_L = 0.0062 \pm 0.0006$	$\sigma_R = 0.0064 \pm 0.0006$
	$\alpha_L = 0.00 \pm 0.046$	$\alpha_R = 0.00 \pm 0.020$
m_{REC} (funzione di Cruijff)	$m = 5.3016 \pm 0.0008$	
	$\sigma_L = 0.0416 \pm 0.0009$	$\sigma_R = 0.0252 \pm 0.0006$
	$\alpha_L = 0.325 \pm 0.012$	$\alpha_R = 0.237 \pm 0.006$

Tabella 6.11: Riassunto delle parametrizzazioni di m_{MISS} e di m_{REC} usate nel fit nominale per le componenti di segnale.

Queste parametrizzazioni non vengono usate nei test di validazione in cui si usa il Monte Carlo di segnale, poiché in questo modo potrebbero essere introdotte delle deviazioni dalla distribuzione attesa nel fit, in quanto questi valori non descrivono correttamente le forme delle distribuzioni generate nelle simulazioni Monte Carlo.

Seguendo l'approccio seguito per validare la tecnica *Beam Spot Constrained* per l'analisi $K_S^0\pi^0$, usando un campione di eventi $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0(\pi^+\pi^-)$ ricostruiti sia secondo la tecnica standard di *BABAR* che con la nuova di tipo *BC*, come descritto in Sez. 5.2, possiamo affermare che, anche se la parametrizzazione di *B-reco* è in grado di descrivere la forma di Δt in maniera ragionevolmente buona (ved. Fig. 5.3.2), possono tuttavia sorgere dei problemi a causa delle peculiarità del nuovo metodo di interpolazione del vertice. Per valutare la differenza fra questi due casi definiamo allora la quantità:

$$\chi^2(\Delta t) = \frac{\Delta t_{BC} - \Delta t_{nom}}{\sqrt{\sigma_{\Delta t_{BC}}^2 - \sigma_{\Delta t_{nom}}^2}}, \quad (6.4)$$

che, assumendo la ricostruzione nominale di Δt come una stima del valore vero, è una variabile dalla distribuzione gaussiana con valore medio zero e di larghezza unitaria.

Fig. 6.10 mostra la distribuzione di $\chi^2(\Delta t)$ per i dati e per il MC e per le classi I e II di eventi nel caso di $J/\psi K_S^0$. Le distribuzioni sui dati sono circa il 10% più larghe che il MC. Questa differenza verrà usata per scalare la funzione di risoluzione (prendendo in considerazione il differente comportamento per eventi di Classe I e II) in modo da avere una stima dell'errore sistematico compiuto su *S* e *C*.

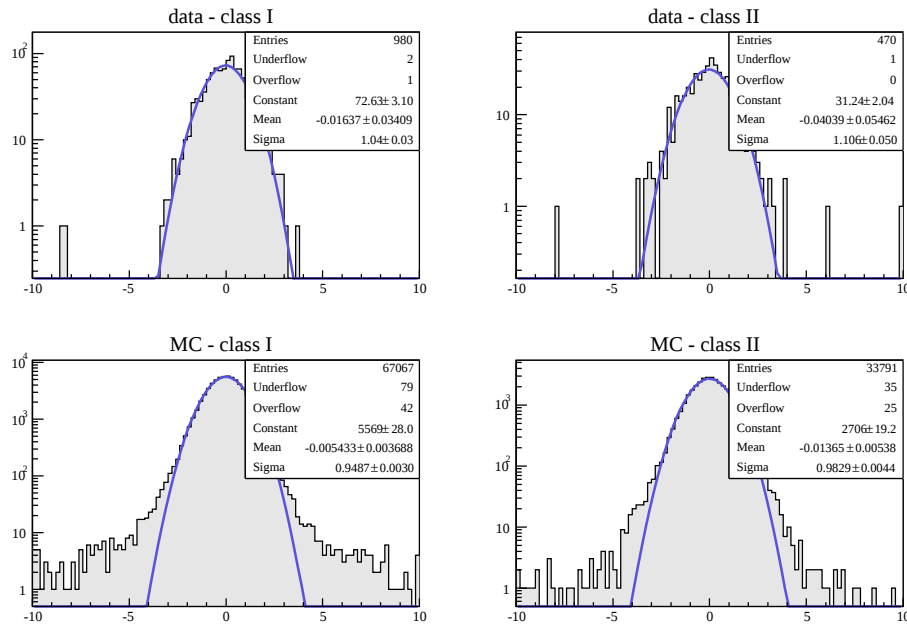


Figura 6.10: Scarto fra valore nominale e valore da metodo BC per Δt in $B^0 \rightarrow K/\psi K_S^0$ nei dati (in alto) e nel MC (in basso) per eventi di Classe I (a sinistra) e di classe II (a destra) (Fig. 29 di [27]). Vedere la referenza per dettagli sulla selezione degli eventi.

6.3 Studi di validazione del fit

Prima di tutto una verifica è stata fatta sui campioni di controllo a disposizione: abbiamo eseguito un fit di massima verosimiglianza³ separatamente sul Monte Carlo di segnale, di fondo continuo e generico fondo $B\bar{B}$, fissando la parametrizzazione delle altre due componenti, ma lasciando libera la normalizzazione di tutte e tre le componenti e i parametri S e C .

Con questa prova stimiamo che, proiettando i risultati sulla luminosità del campione di dati a disposizione per il fit nominale, meno di due eventi di segnale potrebbero essere individuati erroneamente come eventi di fondo $B\bar{B}$. Al contrario questo effetto non sembra affliggere il fondo continuo. Comunque l'impatto di questa caratteristica sui valori individuati dal fit di S e C è stimato negli esperimenti con *toy* Monte Carlo, come descritto nel resto della sezione.

Si è quindi passato ad effettuare degli studi di validazione dell'algoritmo di fit attraverso un alto numero di esperimenti effettuati con dei *toy Monte Carlo* prima e poi con dei *Mock Fit*.

³il fit viene eseguito nella configurazione finale che sarà usata nel fit sui dati

	N_{sig}	N_{bkg}	N_{bb}	S	C
segnale MC ($S = 0$ $C = 0$)	23970 ± 159	$37.21^{+24.2}_{-18.8}$	763.94 ± 48.7	-0.002 ± 0.026	-0.025 ± 0.016
segnale MC ($S = -0.7$ $C = 0$)	19021 ± 141	$22.43^{+19.4}_{-17.4}$	589.3 ± 43.1	-0.713 ± 0.027	-0.012 ± 0.018
fondo continuo (MC)	$29.7^{+22.0}_{-19.5}$	5092.6 ± 73.5	$-33.6^{+19.2}_{-13.7}$	-13 ± 12	—
fondo $B\bar{B}$ (MC)	$11.84^{+5.41}_{-4.57}$	$7.33^{+10.8}_{-9.63}$	$188.84^{+17.8}_{-17.1}$	—	—

Tabella 6.12: Riassunto dei risultati dei fit effettuati sui campioni di controllo per il numero di eventi delle categorie di segnale e fondo e per i parametri S e C dell'asimmetria di CP).

Nei *toy Monte Carlo* si generano più esperimenti con le componenti di segnale, di fondo $B\bar{B}$ e di fondo continuo generate in accordo alle loro *pdf*, usando un numero di eventi distribuito in maniera poissoniana attorno al valore aspettato su una luminosità pari a quella dei dati, e poi si esegue sul campione di eventi così ottenuto un fit di *likelihood* del tutto analogo a quello che verrà effettuato sui dati. Generando un gran numero di esperimenti si può studiare la consistenza del fit di *likelihood* studiando i *pull* di ciascuna variabile che vogliamo stimare attraverso il fit, definiti come

$$pull = \frac{v_{fit} - v_{gen}}{\sigma_v}, \quad (6.5)$$

dove v_{fit} è il valore della variabile v restituita dal fit, v_{gen} è quello usato in generazione (e quindi corrispondente al valore vero) e σ_v l'errore ad essa associato. Possiamo così testare la consistenza delle loro distribuzioni con una distribuzione gaussiana con valore medio zero e varianza unitaria.

Nei *Mock Fit* la procedura è analoga, ma invece di generare la componente di segnale in base alle *pdf* della funzione di verosimiglianza, si prendono gli eventi direttamente dal campione Monte Carlo di segnale. Queste ulteriori verifiche sono utili per valutare l'effetto di correlazioni eventualmente trascurate fra le variabili che entrano nel fit di *likelihood* e per essere sicuri del buon accordo parametrizzazioni/forme effettive delle distribuzioni nel Monte Carlo. Per la componente di fondo continuo e $B\bar{B}$ questo non è possibile a causa del numero ridotto di eventi Monte Carlo a disposizione rispetto al numero richiesto per singolo esperimento.

In questa maniera generiamo (o per i *Mock Fit* prendiamo in maniera casuale dal campione di eventi Monte Carlo di segnale) 52 eventi di segnale, e generiamo (sia per i *toy* che per i *Mock Fit*) 34 eventi di fondo $B\bar{B}$ e 2663 eventi di fondo continuo. Gli eventi di segnale nei *toy* sono generati con $S = -0.7$ e $C = 0$, approssimativamente i valori di aspettazione del Modello Standard, e con $S = 0.0$ e $C = 0.0$. Il fondo costituito da coppie $B\bar{B}$ può esibire sia violazione diretta di CP che violazione di CP indotta dal mixing fra B^0 e $\bar{B}^0$, per cui queste componenti sono generate con i valori di $S = 0.099 \pm 0.360$

	μ_{Pull}	σ_{Pull}	Errore medio
$N_{K_S^0 K_S^0 K_S^0}$	-0.048 ± 0.021	1.02 ± 0.02	10.16
$N_{q\bar{q}}$	0.058 ± 0.021	1.01 ± 0.02	56.53
$N_{B\bar{B}}$	-0.1825	1.051 ± 0.018	23.91
C	0.008 ± 0.022	1.089 ± 0.017	0.481
S	-0.142 ± 0.025	1.173 ± 0.019	0.808

Tabella 6.13: *Sommario dei risultati degli esperimenti da toy Monte Carlo sul numero di eventi su S e C (quando generiamo $S=-0.7$ e $C=0.0$)*

e di $C = 0.073 \pm 0.192$, così come determinati sul Monte Carlo generico. I parametri C ed S dell'asimmetria per questa componente verrà variato in maniera conservativa nell'intervallo $[-0.5 \div 0.5]$, il che contribuirà all'errore sistematico totale.

La Tab. 6.13 mostra i risultati per gli studi di validazione effettuati con dei *toy* nel caso in cui generiamo 2465 esperimenti con valori dell'asimmetria per il segnale $S=-0.7$ e $C=0.0$. I grafici per i *pull* e gli errori medi per il numero di eventi e per i parametri della violazione di CP sono mostrati in Fig. 6.11 per il numero di eventi aspettati ed in Fig. 6.12 per S e C . Ci aspettiamo un errore di 0.81 (0.48) su S (C), che scala correttamente con la luminosità aspettata. Questi valori così larghi, che derivano in buona parte dal basso numero di eventi di segnale, generano una seconda componente gaussiana nel *pull*, che lo fa deviare dalla forma attesa, data da una singola gaussiana con varianza unitaria. Questo effetto è dovuto a quegli esperimenti che hanno valori di S e C restituiti dal fit ai limiti (o al di fuori) della regione fisica, il che causa una distorsione negli errori. Questo è già stato verificato in altre analisi di *BABAR* ma l'effetto qui diventa particolarmente rilevante a causa della poca statistica a disposizione. È questo stesso effetto ad avere ripercussioni anche sulla linearità del fit, come verrà discusso nel seguito.

Per convincersi che l'effetto viene dalla presenza del limite della regione che ha significato fisico per S e C , riportiamo una ulteriore verifica simile alla precedente, ma condotta usando del segnale Monte Carlo generato con $S = C = 0$. In questo caso la distorsione dovrebbe essere più piccola e ci si aspetta una riduzione del numero di esperimenti che finiscono sulle code della distribuzione del *pull*. Inoltre è ragionevole attendersi che l'errore atteso su C sia più piccolo, essendo determinato anche a partire dagli eventi di tipo *bad*. In Tab. 6.14 e nei grafici di Fig. 6.13 e Fig. 6.14 vengono presentati i risultati di questo test condotto su circa 2500 esperimenti virtuali: è evidente che l'effetto risulta ridotto, in

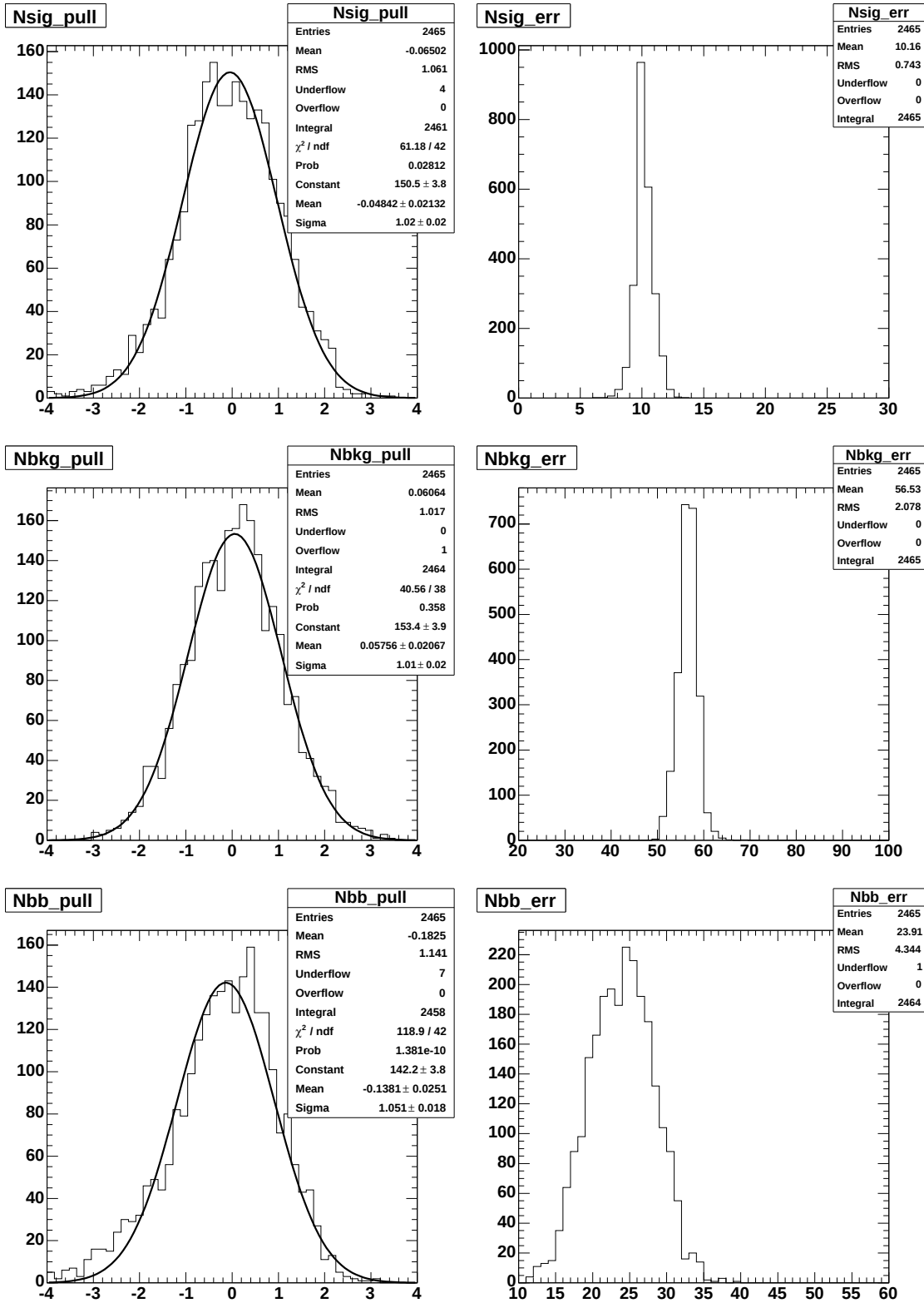


Figura 6.11: Risultati di 2465 esperimenti da *toy Monte Carlo* sul numero di eventi ($S=-0.7$ e $C=0.0$). In alto: numero di eventi di segnale. In mezzo: numero di eventi di fondo continuo. In basso: fondo BB .

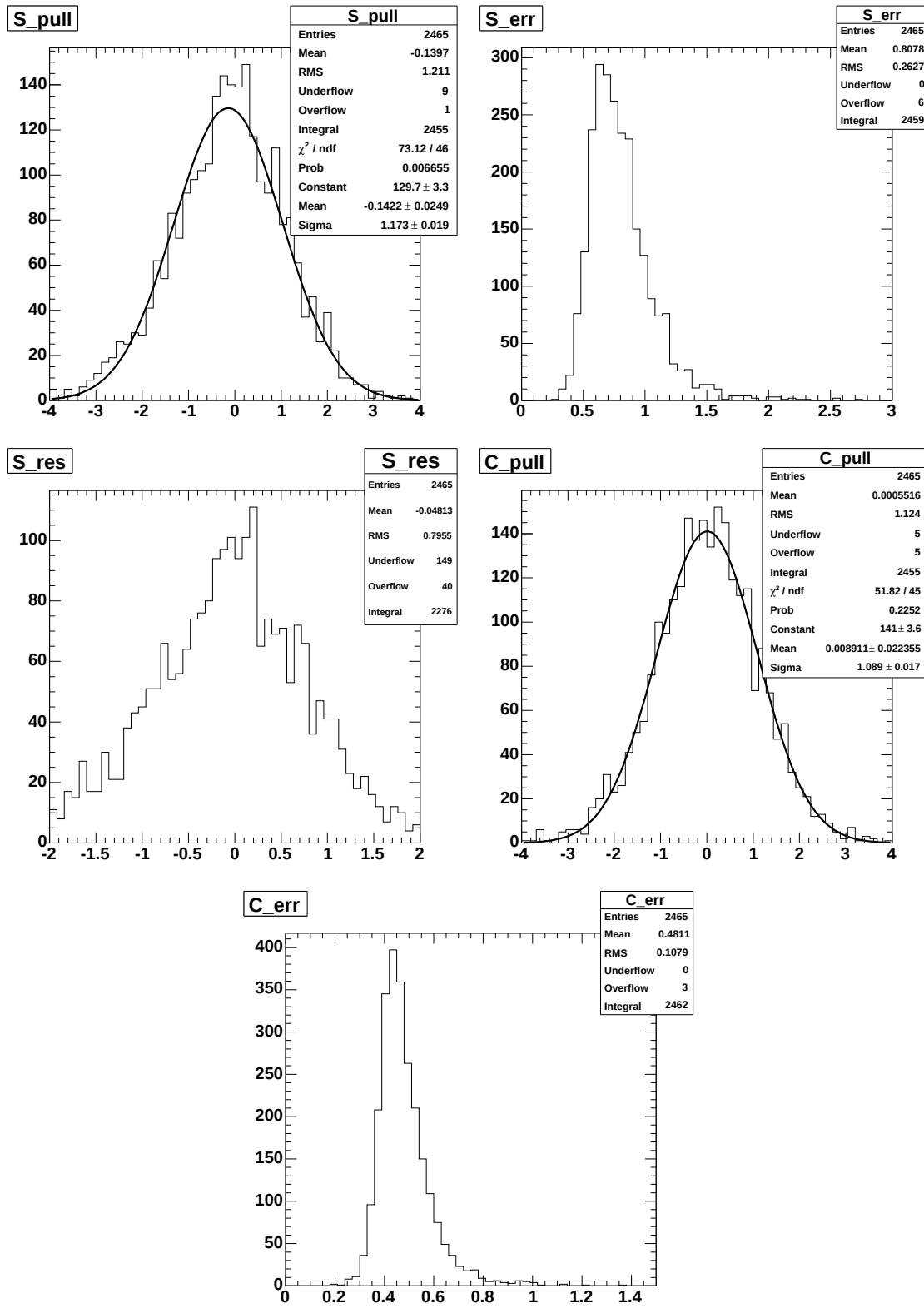


Figura 6.12: Risultati di 2465 esperimenti da *toy Monte Carlo* sul numero di eventi ($S=-0.7$ e $C=0.0$). In alto: S. In basso: C.

	μ_{Pull}	σ_{Pull}	Errore medio
$N_{K_S^0 K_S^0 K_S^0}$	0.015 ± 0.021	0.991 ± 0.016	10.21
$N_{q\bar{q}}$	0.003 ± 0.021	1.012 ± 0.015	56.56
$N_{B\bar{B}}$	-0.1733	1.062 ± 0.019	24.01
C	0.003 ± 0.023	1.098 ± 0.019	0.481
S	-0.000 ± 0.023	1.114 ± 0.019	0.799

Tabella 6.14: *Sommario dei risultati di 2432 esperimenti da toy Monte Carlo sui parametri dell'asimmetria di CP su S e C (quando generiamo S=0.0 e C=0.0)*

	μ_{Pull}	σ_{Pull}	Errore medio
$N_{K_S^0 K_S^0 K_S^0}$	-0.124 ± 0.019	0.985 ± 0.013	10.08
$N_{q\bar{q}}$	0.113 ± 0.018	1.015 ± 0.012	56.41
$N_{B\bar{B}}$	-0.381	1.126 ± 0.017	23.25
C	-0.013 ± 0.020	1.109 ± 0.016	0.472
S	-0.16 ± 0.02	1.18 ± 0.02	0.746

Tabella 6.15: *Sommario dei risultati dei Mock Fit sul numero di eventi di fondo e segnale e su S e C (con valori di S=-0.7 e C=0.0)*

	μ_{Pull}	σ_{Pull}	Errore medio
$N_{K_S^0 K_S^0 K_S^0}$	-0.004 ± 0.021	0.999 ± 0.0017	10.2
$N_{q\bar{q}}$	0.091 ± 0.020	0.992 ± 0.014	56.42
$N_{B\bar{B}}$	-0.312	1.067 ± 0.018	23.39
C	0.003 ± 0.023	1.101 ± 0.017	0.464
S	-0.021 ± 0.023	1.136 ± 0.018	0.717

Tabella 6.16: *Sommario dei risultati dei Mock Fit per il numero di eventi di segnale e fondo e per i valori dell'asimmetria di CP S e C (S=0.0 e C=0.0)*

particolare considerando il valore della σ del *pull* su S.

La Tab. 6.15 mostra i risultati per i *Mock Fit* nel caso in cui generiamo S=-0.7 e C=0.0, ottenuti da 3225 esperimenti. I grafici per il *pull* e per gli errori medi per il numero di eventi di segnale e fondo sono mostrati in Fig. 6.15, mentre per i parametri della violazione di CP sono mostrati in Fig. 6.16. In Tab. 6.16 e nei grafici di Fig. 6.17 e Fig. 6.18 presentiamo i corrispondenti risultati nel caso di 2464 *mock fit* con S=0.0 e C=0.0.

Vediamo anche in questo caso una deviazione del valore medio rispetto al valore centrale, nel caso di quegli esperimenti che restituiscono un valore di S e C al di fuori o al

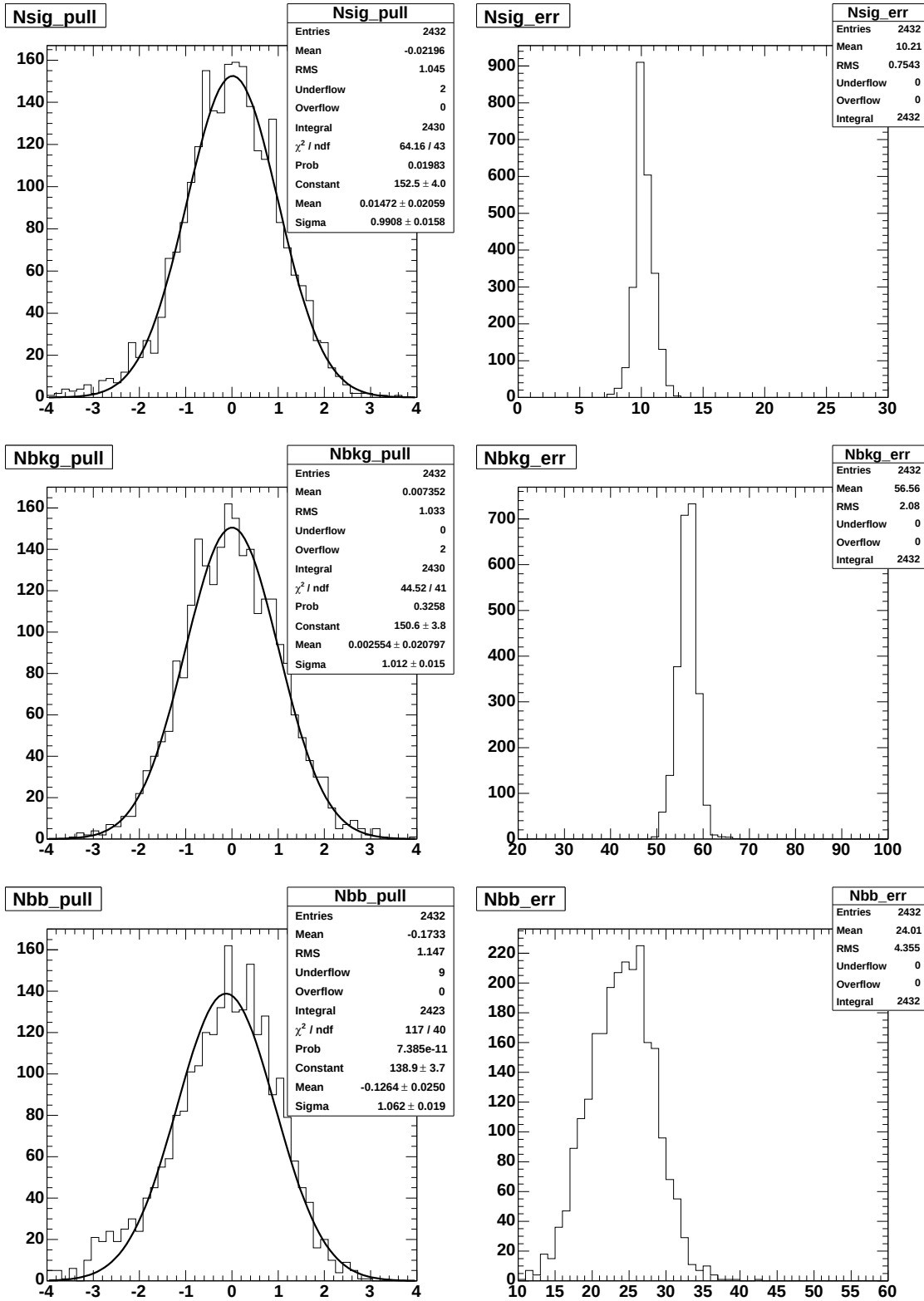


Figura 6.13: Risultati di 2432 esperimenti da *toy Monte Carlo* sul numero di eventi ($S=0.0$ e $C=0.0$). In alto: numero di eventi di segnale. In mezzo: numero di eventi di fondo continuo. In basso: fondo BB .

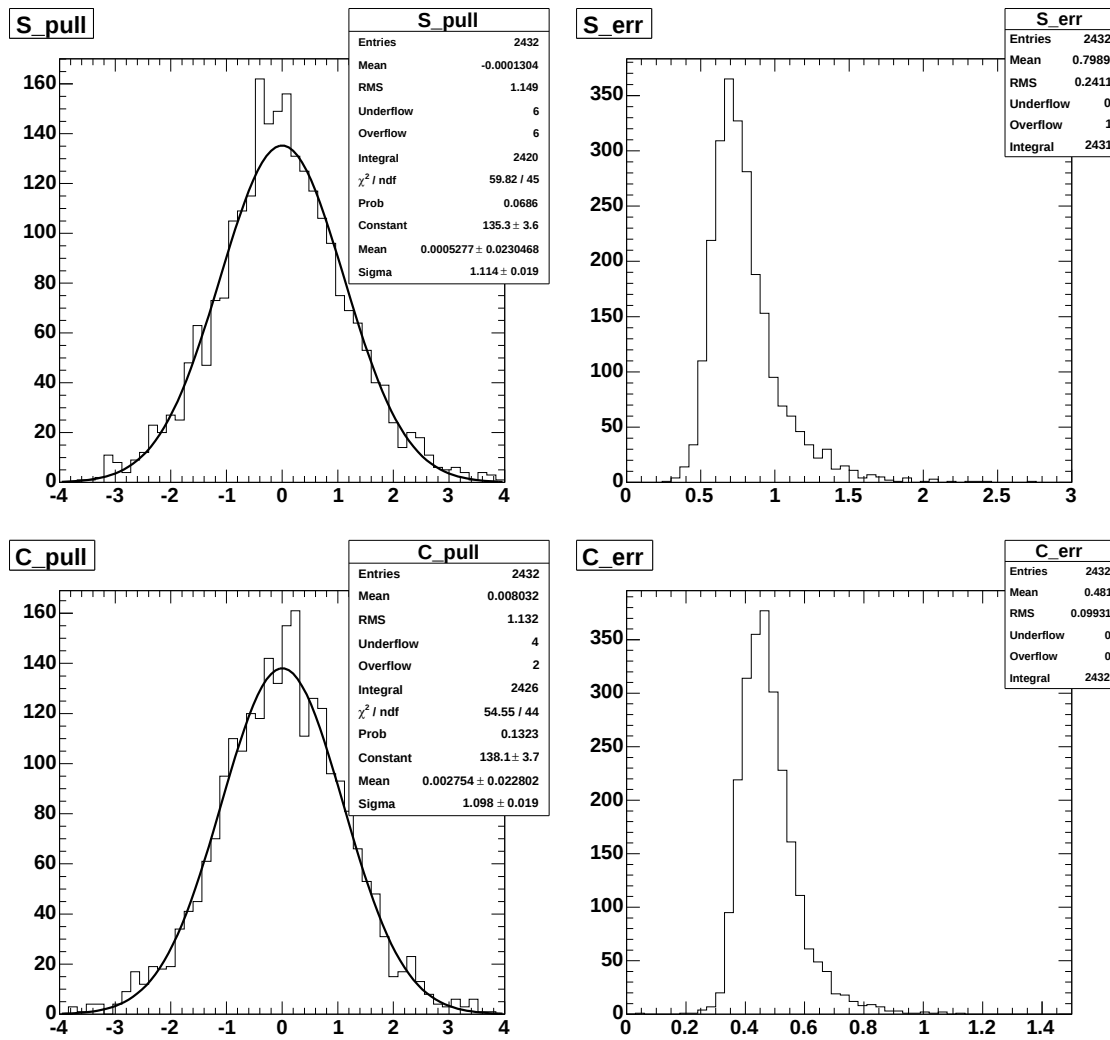


Figura 6.14: Risultati di 2432 esperimenti da *toy Monte Carlo* sui parametri dell'asimmetria di CP ($S=0.0$ e $C=0.0$). In alto: S . In basso: C .

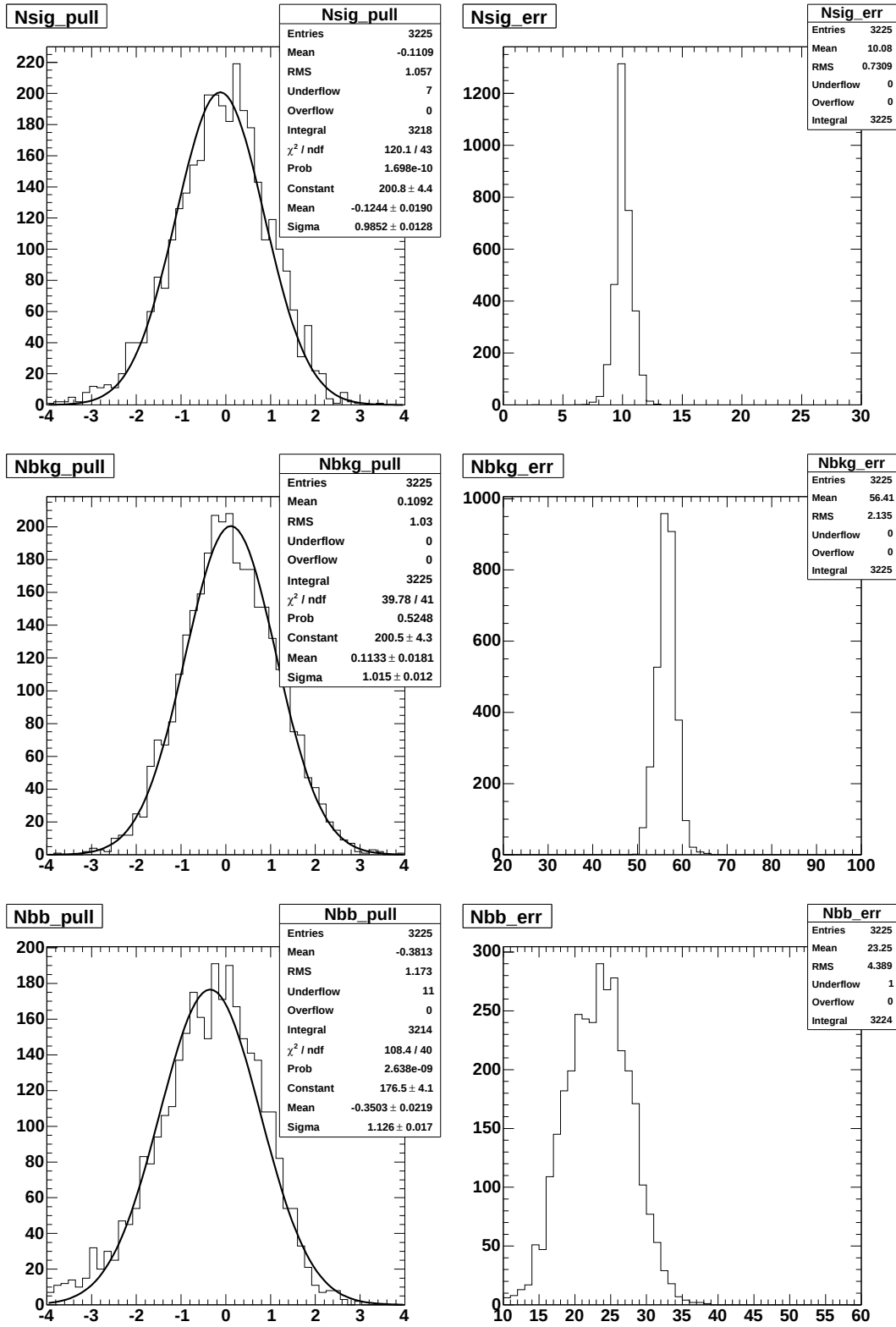


Figura 6.15: Risultati di 3225 *Mock Fit* sul numero di eventi di segnale ($S=-0.7$ e $C=0.0$). In alto: numero di eventi di segnale. In mezzo: numero di eventi di fondo continuo. In basso: fondo $B\bar{B}$.

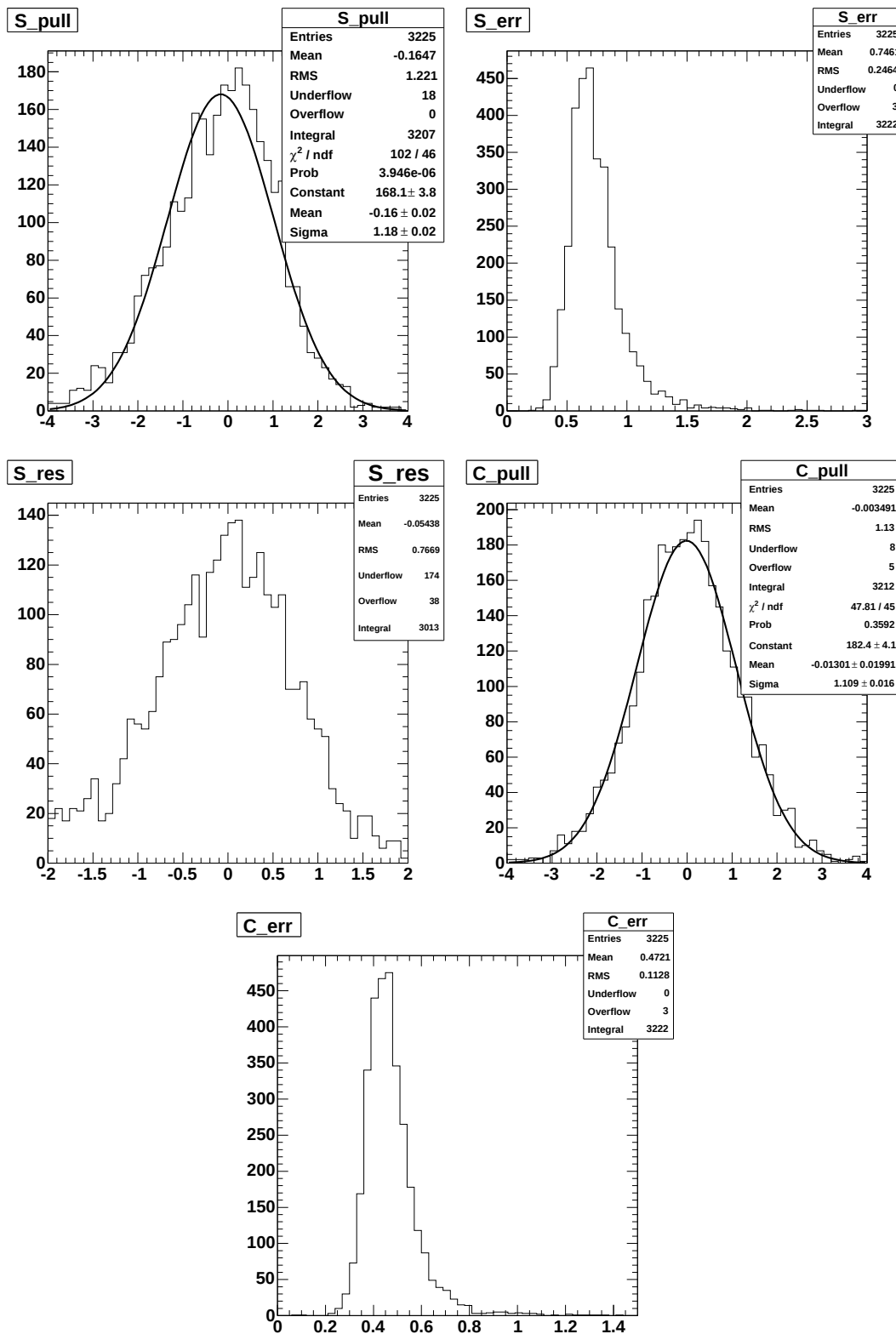


Figura 6.16: Risultati di 3225 *Mock Fit* sui parametri dell'asimmetria di *CP* ($S=0.0$ e $C=0.0$). In alto: *S*. In basso: *C*.

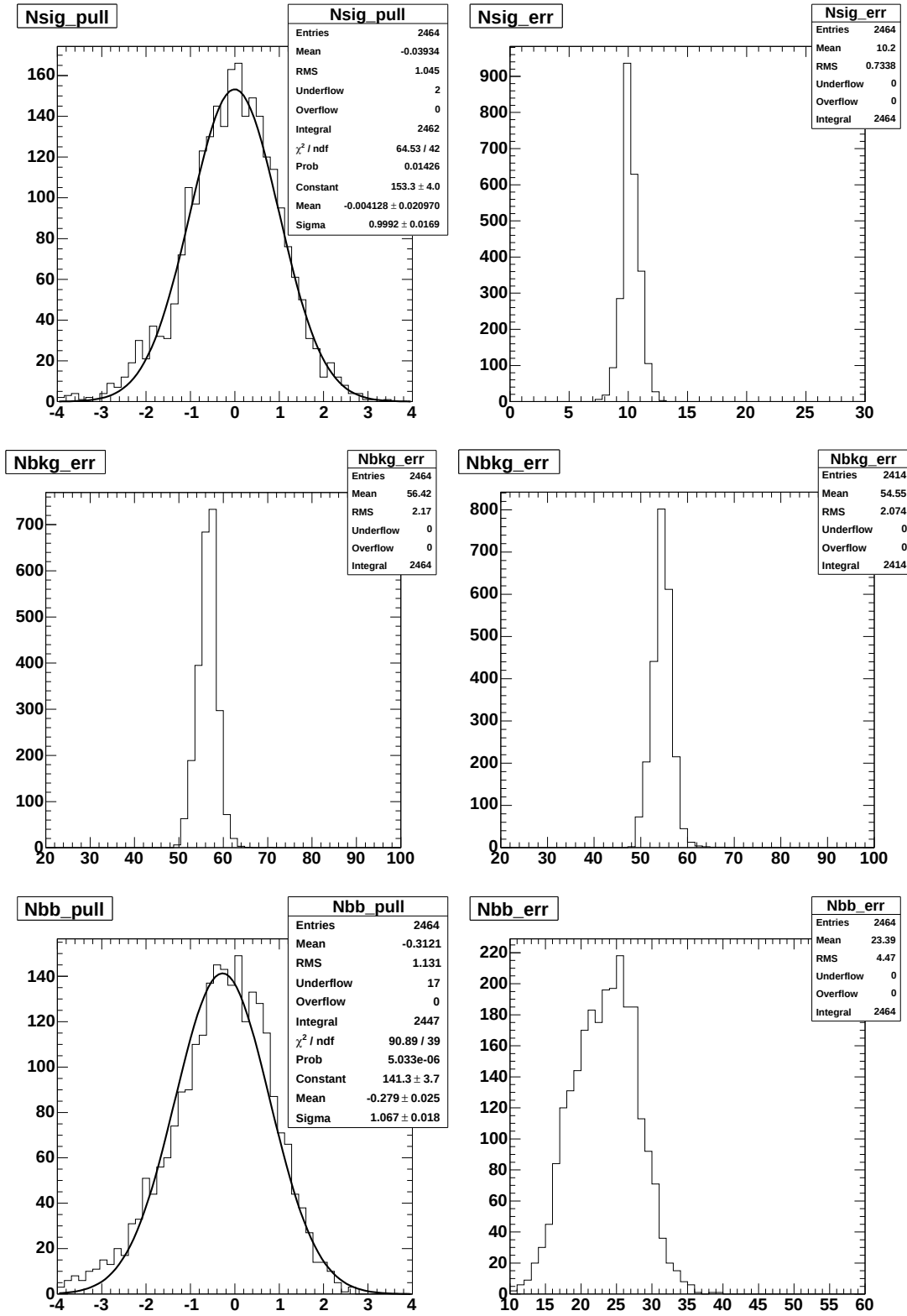


Figura 6.17: Risultati di 2464 *Mock Fit* sul numero di eventi di segnale ($S=0.0$ e $C=0.0$). In alto: numero di eventi di segnale. In mezzo: numero di eventi di fondo continuo. In basso: fondo $B\bar{B}$.

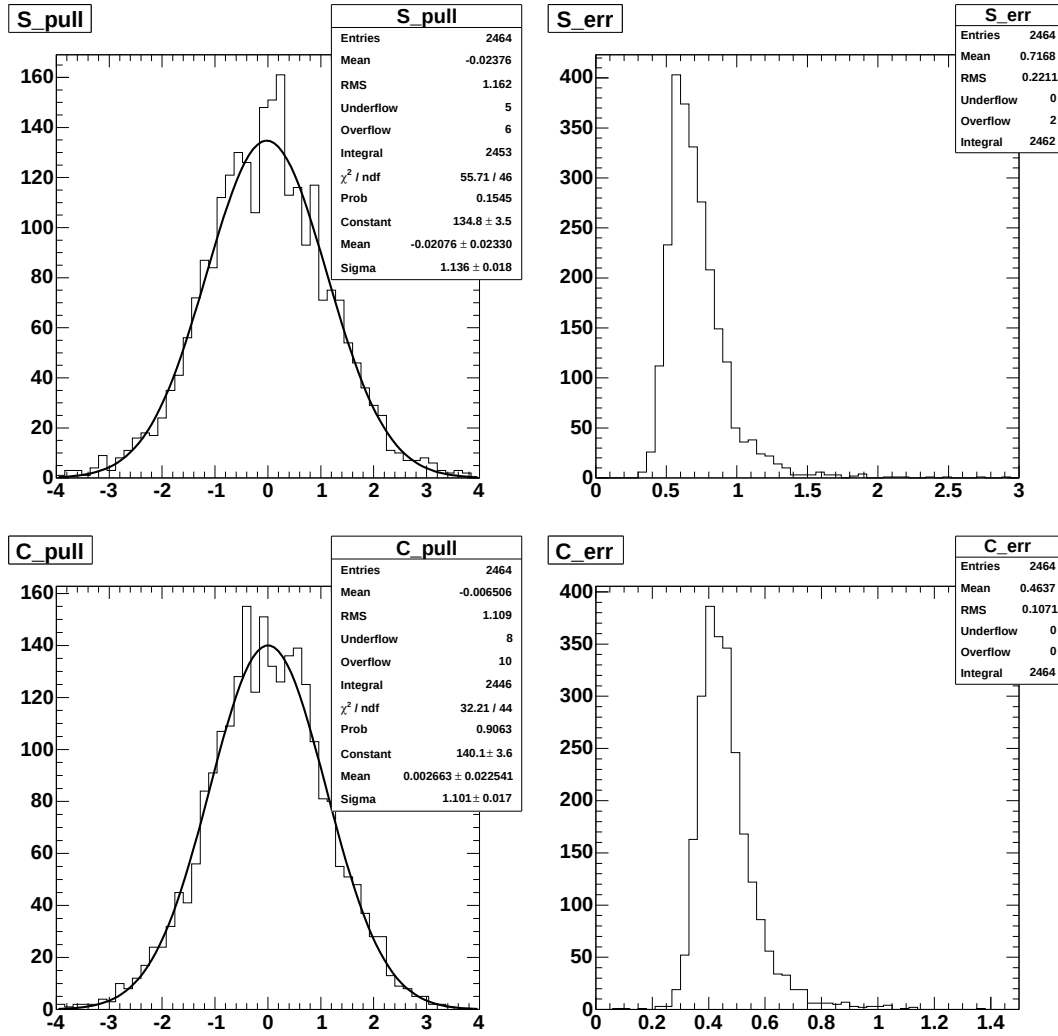


Figura 6.18: Risultati di 3225 *Mock Fit* sui parametri dell'asimmetria di CP ($S=0.0$ e $C=0.0$). In alto: S . In basso: C .

limite della regione di validità fisica. Inoltre anche qui l'effetto è più piccolo quando il valore vero è $S = 0$ e $C = 0$, quindi valori più distanti dal limite della regione di validità fisica. Poiché la distorsione dei *pull* dipende dal valore vero di S e C , essa condiziona la linearità del fit. L'uso della funzione di massima verosimiglianza come estimatore del valore vero di S e C non ha a questo punto più lo stesso livello di accuratezza in regioni diverse dello spazio dei parametri ed abbiamo bisogno di correggere il risultato finale in funzione del valore centrale restituito. Per fare questo bisogna effettuare un alto numero di esperimenti virtuali generando S e C in maniera casuale nello spazio dei parametri ($S^2 + C^2 \leq 1$), in maniera da ottenere il valore medio (con annesso errore) di S_{fit} e C_{fit} per valori differenti di S_{vero} e di C_{vero} . Poiché S e C possono essere assunti come scorrelati, si possono ottenere le correzioni separatamente. In particolare, un fit lineare nei due piani $S_{fit} - S_{vero}$ e $C_{fit} - C_{vero}$ ci dà una buona rappresentazione di questa relazione. Più è grande questo effetto di non linearità, più grande sarà la deviazione della distribuzione dalla diagonale.

Generiamo allora un numero elevato di esperimenti con tecnica *toy* Monte Carlo con valori generati di S e C distribuiti in maniera uniforme nello spazio dei parametri fisicamente permesso. In figura 6.19 sono mostrati il valore estratto dal fit in funzione di quello generato sia di S che di C , così come i valori dei *pull* di S e C in funzione dei valori generati. La deviazione dalle relazioni attese ($S_{fit} = S_{vero}$ e $C_{fit} = C_{vero}$) sono evidenti nei punti vicini al limite della regione di validità fisica. Inoltre, poiché l'errore statistico (in particolare per S) è così largo, anche gli esperimenti generati lontani da tale regione possono facilmente dare risultati al di fuori di essa.

Quindi dovremo correggere il risultato finale del fit usando la relazione S_{fit} vs S_{true} e C_{fit} vs C_{true} . Tuttavia è importante sottolineare che combinando la nostra analisi con quella recentemente effettuata a *BABAR* su $B^0 \rightarrow 3K_S^0(\pi^+\pi^-)$ l'entità della correzione verrà ridotta, grazie alla maggiore statistica a disposizione.

Come ultima nota di questi test di validazione, bisogna anche dire che, a causa del numero ridotto di eventi aspettati per lo *yield* del segnale e del fondo $B\bar{B}$, siamo sensibili a ampie fluttuazioni di natura poissoniana, che rendono meno simmetriche le distribuzioni dei *pull*. Poiché non siamo interessati a misurare un rapporto di decadimento e, al tempo stesso, pensiamo che questa sia una caratteristica intrinseca del campione che abbiamo a disposizione (a causa della bassa statistica), non assegniamo ad essa alcuna sistematica.

Per convincerci una volta per tutte che queste deviazioni dai valori aspettati sia nei

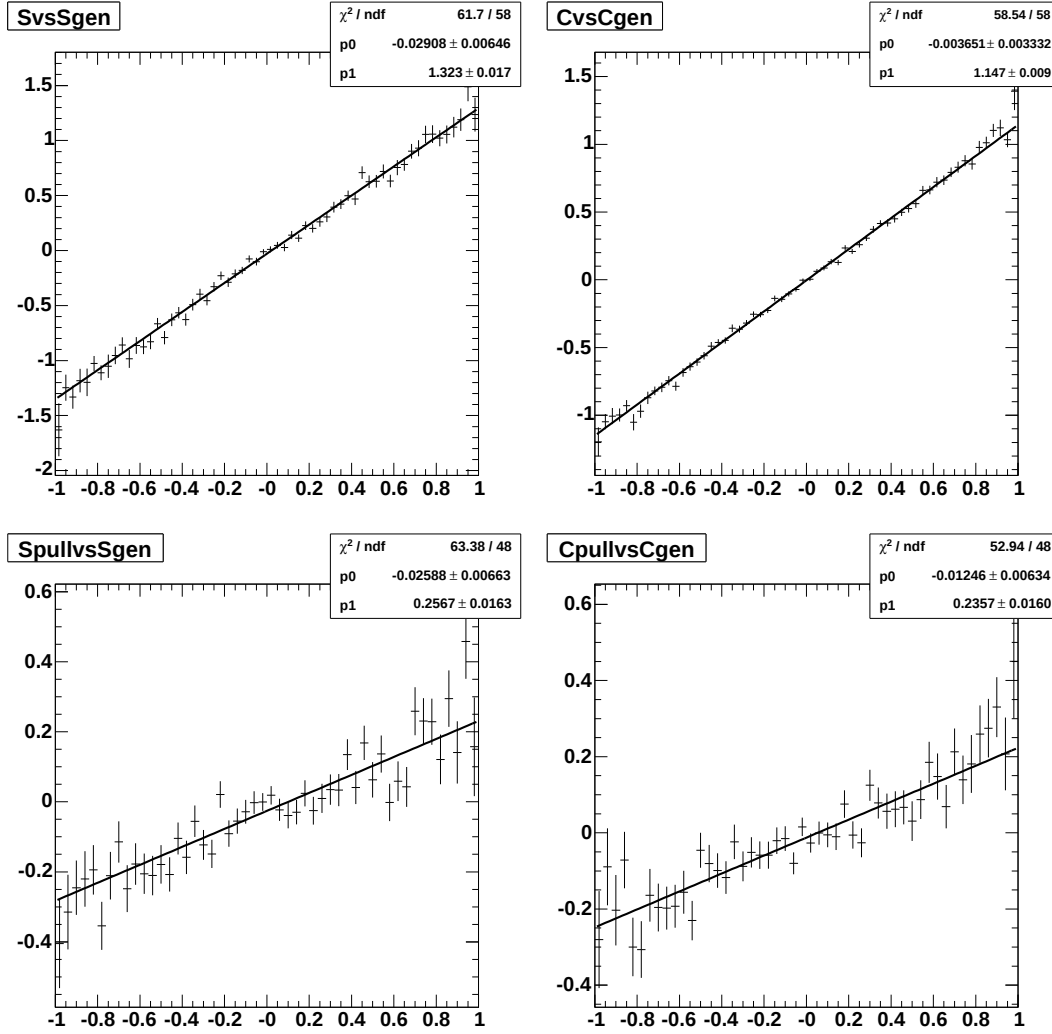


Figura 6.19: Grafici di correlazione (*profile plot*) con i valori fittati contro i valori generati (in alto) ed i *pull* contro valori generati (in basso) per S (a sinistra) e C (a destra), in base a 32460 esperimenti di tipo *toy Monte Carlo* generati con valori di S e C nella regione fisicamente accettabile ($S^2 + C^2 = 1$).

pull che nel fit di *linearità* su S e C derivano da un problema comune di bassa statistica, facciamo tre ulteriori test ad alta statistica:

- Eseguiamo dei *toy* Monte Carlo usando la nostra funzione di massima verosimiglianza, ma assumendo come valori aspettati per il numero di eventi quelli propri dell'analisi $B^0 \rightarrow 3K_S^0(\pi^+\pi^-)$ ($N_{sig} = 90$, $N_{bkg} = 440$, $N_{bb} = 0$) (ved. Fig. 6.20)
- Eseguiamo un test Monte Carlo assumendo come numero di eventi aspettati per il segnale quelli dell'analisi $B^0 \rightarrow 3K_S^0(\pi^+\pi^-)$, ma scalando di conseguenza il numero di eventi attesi per il fondo $B\bar{B}$ e continuo (ved. Fig. 6.21).
- Ripetiamo la scansione su tutti i valori dei parametri S e C con metodo *toy* Monte Carlo nel limite di statistica infinita, assumendo un numero di eventi atteso cinque volte maggiore di quello atteso sui dati ($N_{sig} = 260$, $N_{bkg} = 13315$, $N_{bb} = 170$) (ved. Fig. 6.22).

Da queste verifiche risulta evidente che un fattore due nel numero di eventi aspettati è sufficiente per ridurre l'effetto allo stesso ordine di grandezza osservato in altre analisi di *BABAR*. Il primo caso, per ovvi motivi, è ottimistico, nel senso che riduce il numero di fondo ad un livello che questa analisi (a causa della presenza dei due π^0) non avrà mai. Tuttavia è sufficiente a dimostrare che questa è una caratteristica intrinseca della procedura di fit. Il secondo test dimostra che il problema può essere risolto con la statistica che *BABAR* avrà a disposizione nel giro di un anno, presumibilmente nell'estate del 2006: infatti il semplice raddoppio del numero di eventi consente di portare la deviazione dalla linearità entro limiti ragionevoli.

Questo significa inoltre che non si avrà a che fare con correzioni significative quando il nostro campione di dati verrà combinato con quello di $B^0 \rightarrow 3K_S^0(\pi^+\pi^-)$, che permette di aggiungere al nostro campione ulteriori novanta eventi di segnale, con un rapporto segnale/fondo di gran lunga migliore. L'ultimo test dimostra che, come a questo punto ci aspettiamo, nel limite di statistica infinita il problema scomparirà.

6.4 Risultato del fit

Questa sezione contiene il risultato del fit del numero di eventi e dell'asimmetria di CP sul campione *on resonance* (corrispondente ad una luminosità di 210 fb^{-1}).

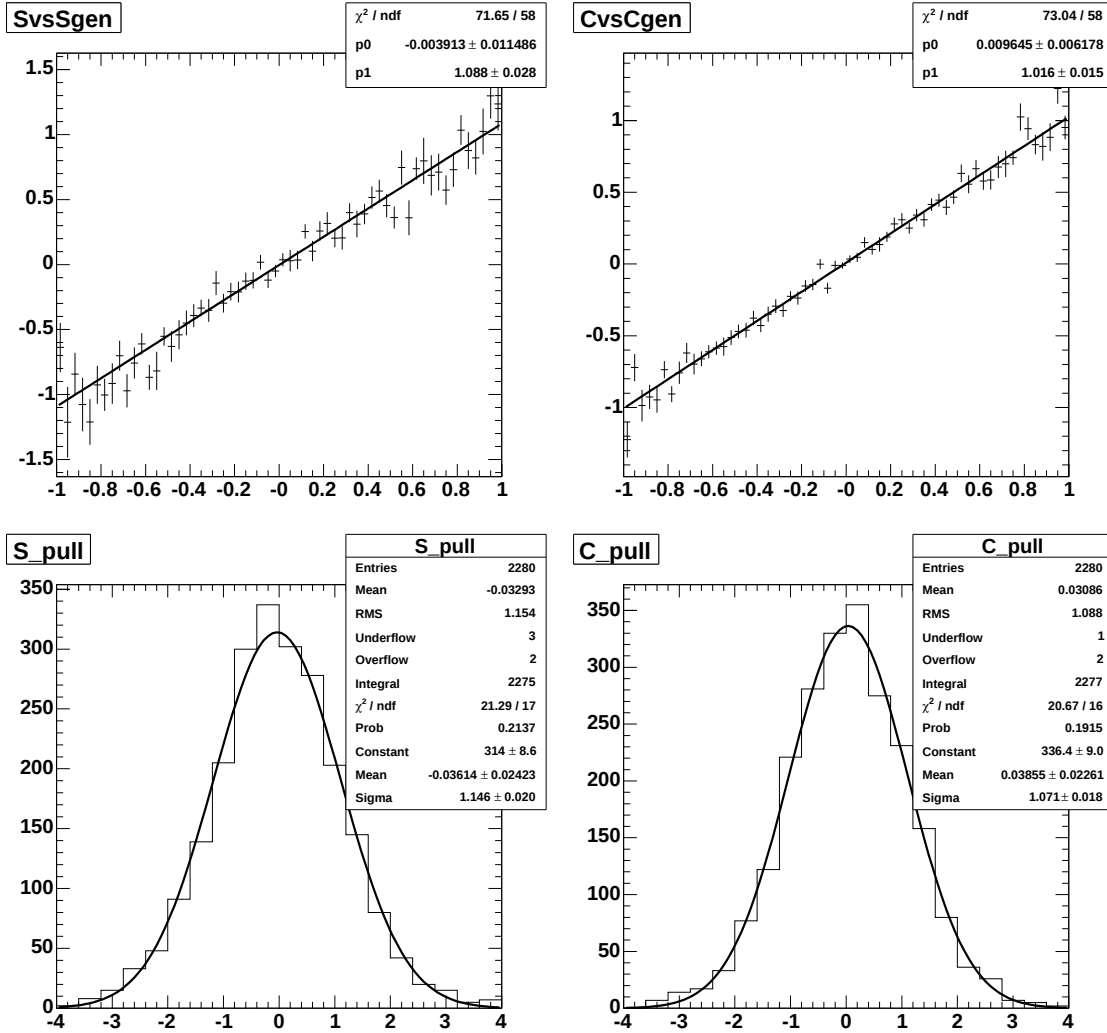


Figura 6.20: Grafici di correlazione (*profile plot*) con i valori fittati contro i valori generati (in alto) ed i *pull* contro i valori generati (in basso) per S (a sinistra) e C (a destra), in base a esperimenti di tipo *toy Monte Carlo* generati assumendo il numero di eventi aspettati per specie di $3K_S^0(\pi^+\pi^-)$ e con valori di S e C nella regione fisicamente accettabile ($S^2 + C^2 = 1$).

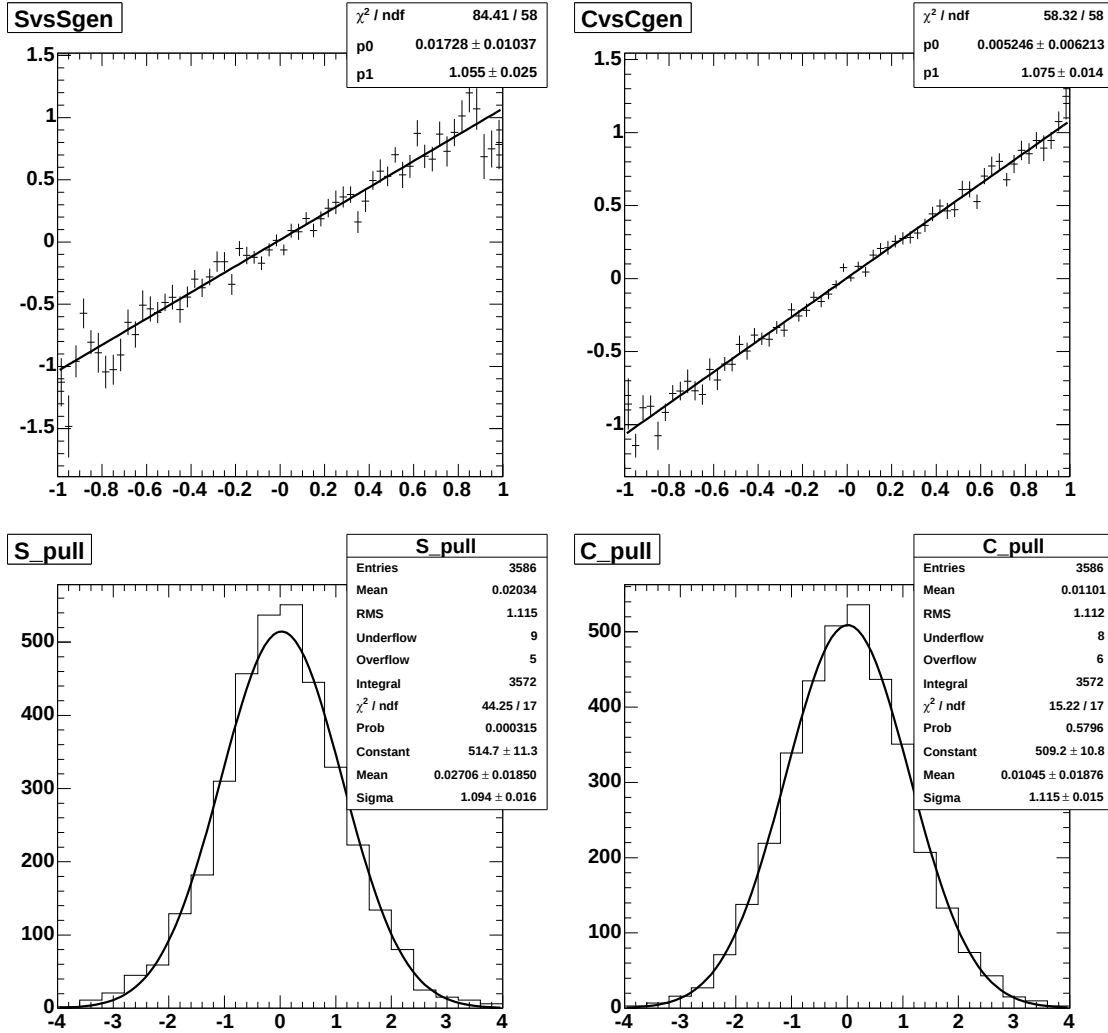


Figura 6.21: Grafici di correlazione (*profile plot*) con i valori fittati contro i valori generati (in alto) ed i *pull* contro i valori generati (in basso) per S (a sinistra) e C (a destra), in base a esperimenti di tipo *toy Monte Carlo* generati scalando il numero di eventi aspettati per specie a quelli corrispondenti a 90 eventi di segnale e con valori di S e C nella regione fisicamente accettabile ($S^2 + C^2 = 1$).

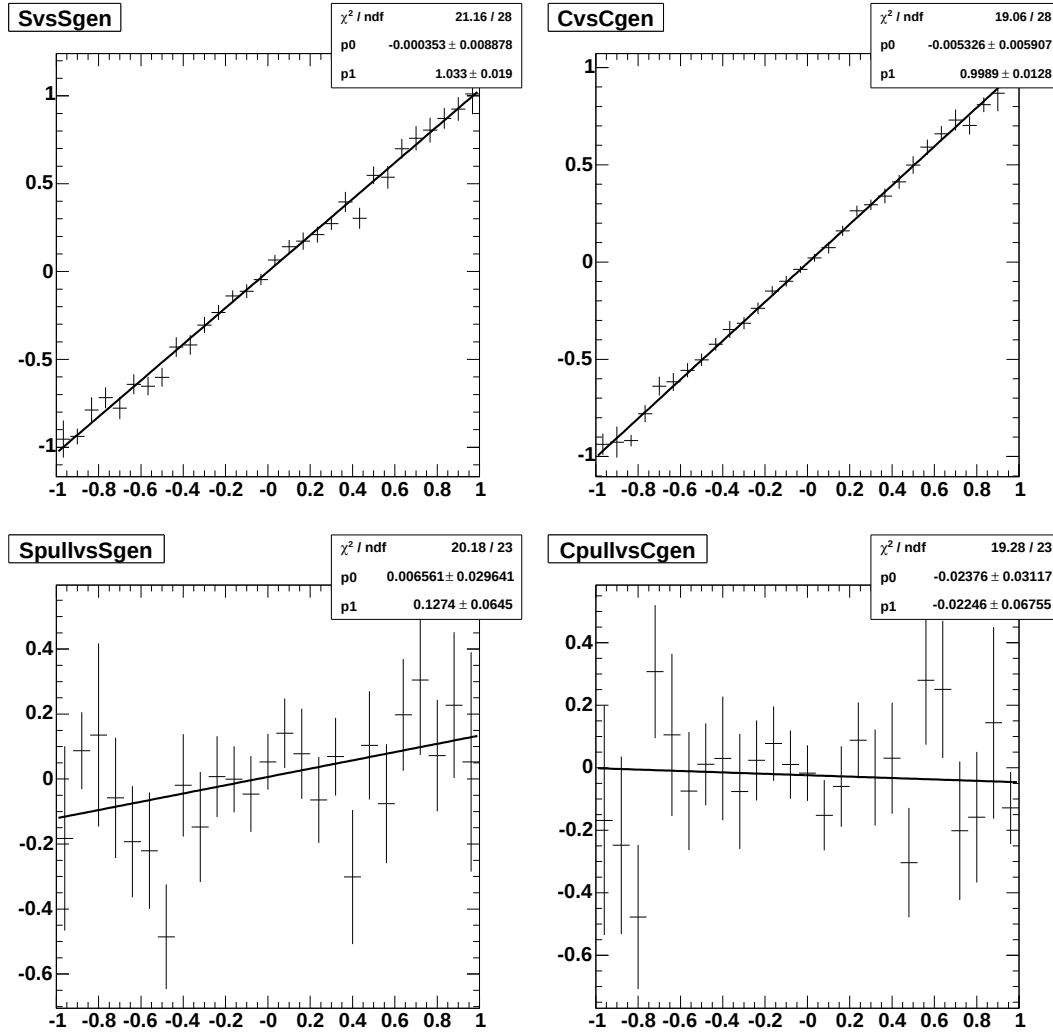


Figura 6.22: Grafici di correlazione (*profile plot*) con i valori fittati contro i valori generati (in alto) ed i *pull* contro i valori generati (in basso) per S (a sinistra) e C (a destra), in base a 1050 esperimenti di tipo *toy Monte Carlo* generati con 5 volte la statistica a disposizione sui dati e con valori di S e C nella regione fisicamente accettabile ($S^2 + C^2 = 1$).

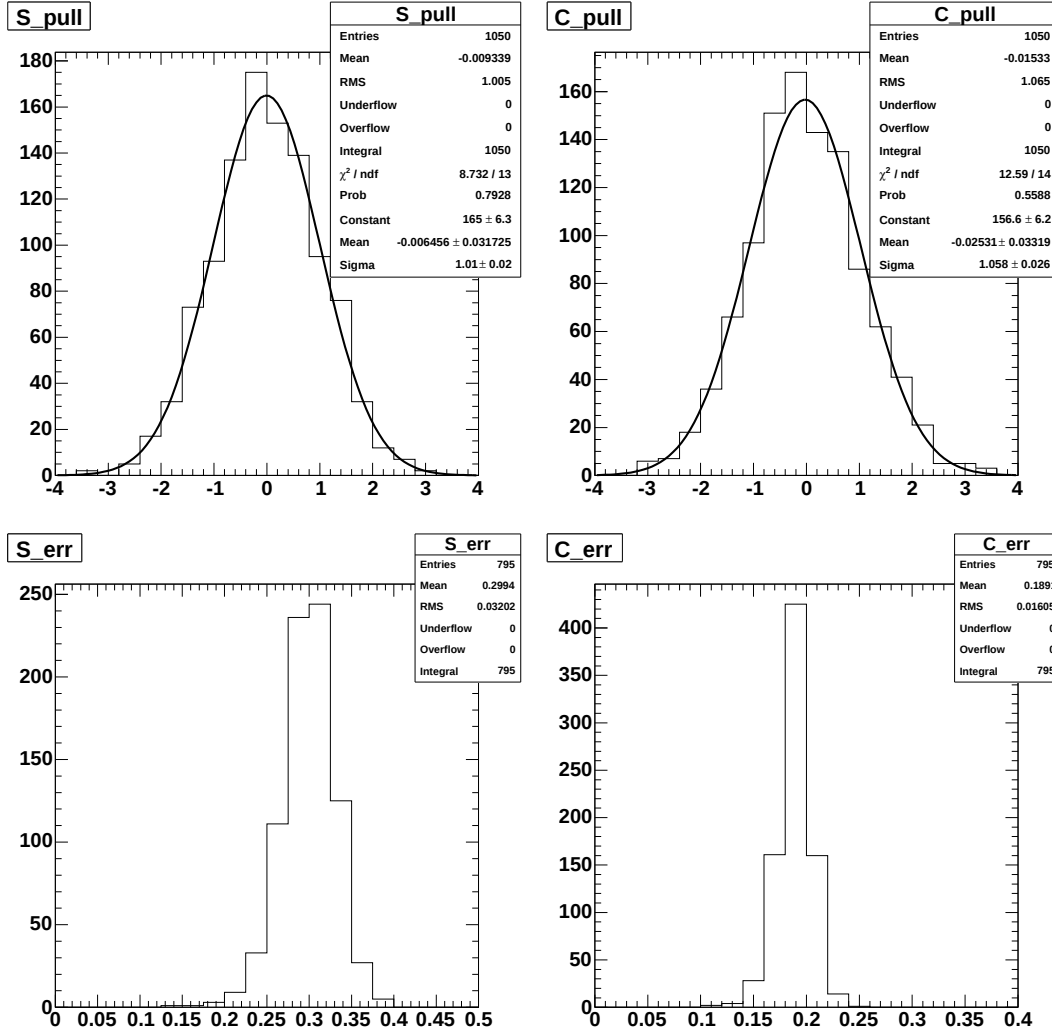


Figura 6.23: Risultati per i *pull* su S e C e per i loro errori su 1050 esperimenti da *toy Monte Carlo* generati con 5 volte la statistica dell'attuale campione di dati *on resonance* e con S e C generati nella regione fisicamente accettabile ($S^2 + C^2 = 1$).

Nel fit nominale 35 parametri sono lasciati liberi di essere determinati direttamente sul campione di dati: la forma ξ ed m_0 della funzione Argus per m_{MISS} (2 parametri); i parametri del polinomio di secondo ordine per m_{REC} (2 parametri); i parametri della doppia gaussiana per l_2 (5 parametri); l'errore e il valor medio delle gaussiane centrali e laterali, l'errore per la gaussiana di coda e le due frazioni relative delle gaussiane laterale e di coda della funzione di risoluzione del fondo continuo (7 parametri); le efficienze di *tag* e i relativi parametri di asimmetria per il fondo continuo (2 per ogni categoria di *tag*: 12 parametri); le frazioni di eventi *good* per il segnale e per il fondo continuo (2 parametri); il numero di eventi di segnale, fondo $B\bar{B}$ e continuo e i parametri C ed S dell'asimmetria di CP (altri 5 parametri).

I risultati del fit sono dati in dettaglio in Tab. 6.17. Grafici con le proiezioni dei risultati del fit (solitamente chiamati *Projection Plot*) sono mostrati in Fig. 6.24, dove per ognuna delle singole variabili è stato scelto un opportuno taglio sul rapporto tra le *likelihood*, calcolata escludendo la variabile mostrata, $L_S/(L_S + L_B + L_{BB})$ massimizzando la significanza statistica $N_S/\sqrt{N_S + N_B + N_{BB}}$, in maniera tale da evidenziare gli eventi di segnale. Le singole efficienze di questi tagli sulla funzione di *likelihood* sul segnale e sul fondo continuo e $B\bar{B}$ sono state stimate generando 250k esperimenti virtuali mediante tecnica *toy* Monte Carlo, in modo da minimizzare le fluttuazioni statistiche. I grafici che illustrano l'asimmetria dipendente dal tempo sono invece mostrati in Fig. 6.25. Sempre in Tab. 6.17 vengono anche mostrate le correlazioni tra tutte le variabili determinate sul campione di dati ed i parametri più rilevanti per l'analisi, cioè S , C e N_{sig} . Come aspettato, l'unico valore molto elevato è ottenuto per il numero di eventi aspettati per i due tipi di fondo, continuo e $B\bar{B}$, a causa della similitudine tra le forme delle due *pdf*.

6.5 Sistematiche

L'errore sistematico è valutato rendendo in considerazione quattro sorgenti principali di incertezza:

- L'incertezza statistica associata alla conoscenza dei parametri delle *pdf* che entrano nella *likelihood*, relativi alla dimensione degli attuali campioni di controllo disponibili (Monte Carlo e campione di dati *B-reco*)
- L'accordo fra dati e Monte Carlo nella descrizione della distribuzione delle variabili

Parametro	Valore fissato	corr. con S	corr. con C	corr. con N_{sig}
N_{BB}	5^{+24}_{-19}	-0.0361242	0.00074828	-0.0479938
N_{qq}	2703 ± 56	0.011108	-0.00515158	-0.0530897
N_{Sig}	$40.8^{+9.2}_{-8.3}$	0.016364	0.031461	1.0000
bkg Δt core bias	0.013 ± 0.035	0.0052968	0.0041831	0.0081823
bkg Δt core σ	1.22 ± 0.031	-0.00198592	-0.00466912	-0.00469753
bkg Δt f_{out}	0.028 ± 0.006	-0.00265604	-0.0000931414	0.0085011
bkg Δt f_{tail}	0.171 ± 0.029	0.011679	0.0020653	-0.00624127
bkg Δt μ Cat1	0.12 ± 0.21	0.0051116	0.021024	0.0010798
bkg Δt μ Cat2	0.040 ± 0.084	0.0039204	0.017996	0.018073
bkg Δt μ Cat3	0.051 ± 0.058	-0.000911812	0.023168	0.0098311
bkg Δt μ Cat4	-0.025 ± 0.056	0.0047780	0.030137	0.012237
bkg Δt μ Cat5	0.028 ± 0.049	-0.000180324	0.0094806	0.0044170
bkg Δt μ Cat6	-0.082 ± 0.054	0.00037973	0.0076170	0.014606
bkg Δt tail bias	0.08 ± 0.21	0.0016156	-0.0000836056	0.0078818
bkg m_{Miss} m_0	5.29967 ± 0.00043	-0.00163541	0.0023416	-0.0118841
bkg m_{Miss} ξ	-15.5 ± 1.1	0.0022401	0.0087233	0.11122
bkg m_{Rec} p_1	1.86 ± 0.13	-0.000742761	0.00024204	0.000057247
bkg m_{Rec} p_2	-0.34 ± 0.02	-0.000768440	0.00025640	0.00010093
bkg l_2 f_1	0.6 ± 0.12	-0.00185403	-0.00290919	0.013138
bkg l_2 m_1	0.513 ± 0.02	-0.00405112	-0.00245971	0.021725
bkg l_2 m_2	0.649 ± 0.013	-0.00266182	-0.00300036	0.021538
bkg $l_2\sigma_1$	0.123 ± 0.006	0.0039185	0.0013631	-0.0230360
bkg $l_2\sigma_2$	0.088 ± 0.007	0.0023516	0.0018508	-0.0157456
ϵ_{Cat1}	0.009 ± 0.002	0.017586	0.010029	0.0066658
ϵ_{Cat2}	0.053 ± 0.004	0.0018010	-0.0121748	0.0038768
ϵ_{Cat3}	0.112 ± 0.006	0.0035071	0.0024883	0.0026531
ϵ_{Cat4}	0.118 ± 0.006	-0.00518991	-0.000553416	-0.00983766
ϵ_{Cat5}	0.157 ± 0.007	-0.000293874	0.00069656	0.00029694
ϵ_{Cat6}	0.129 ± 0.0065	-0.000718175	-0.00133380	-0.00616462
ϵ_{Bkg} (Good)	0.8834 ± 0.0062	-0.000738579	0.00061253	0.0039044
ϵ_{Sig} (Good)	0.969 ± 0.055	-0.000320617	-0.0145572	-0.182532
C	$0.56^{+0.34}_{-0.43}$	-0.0263057	1.0000	0.031461
S	$-0.23^{+0.68}_{-0.61}$	1.0000	-0.0263057	0.016364

Tabella 6.17: Risultati del fit sul campione on-resonance

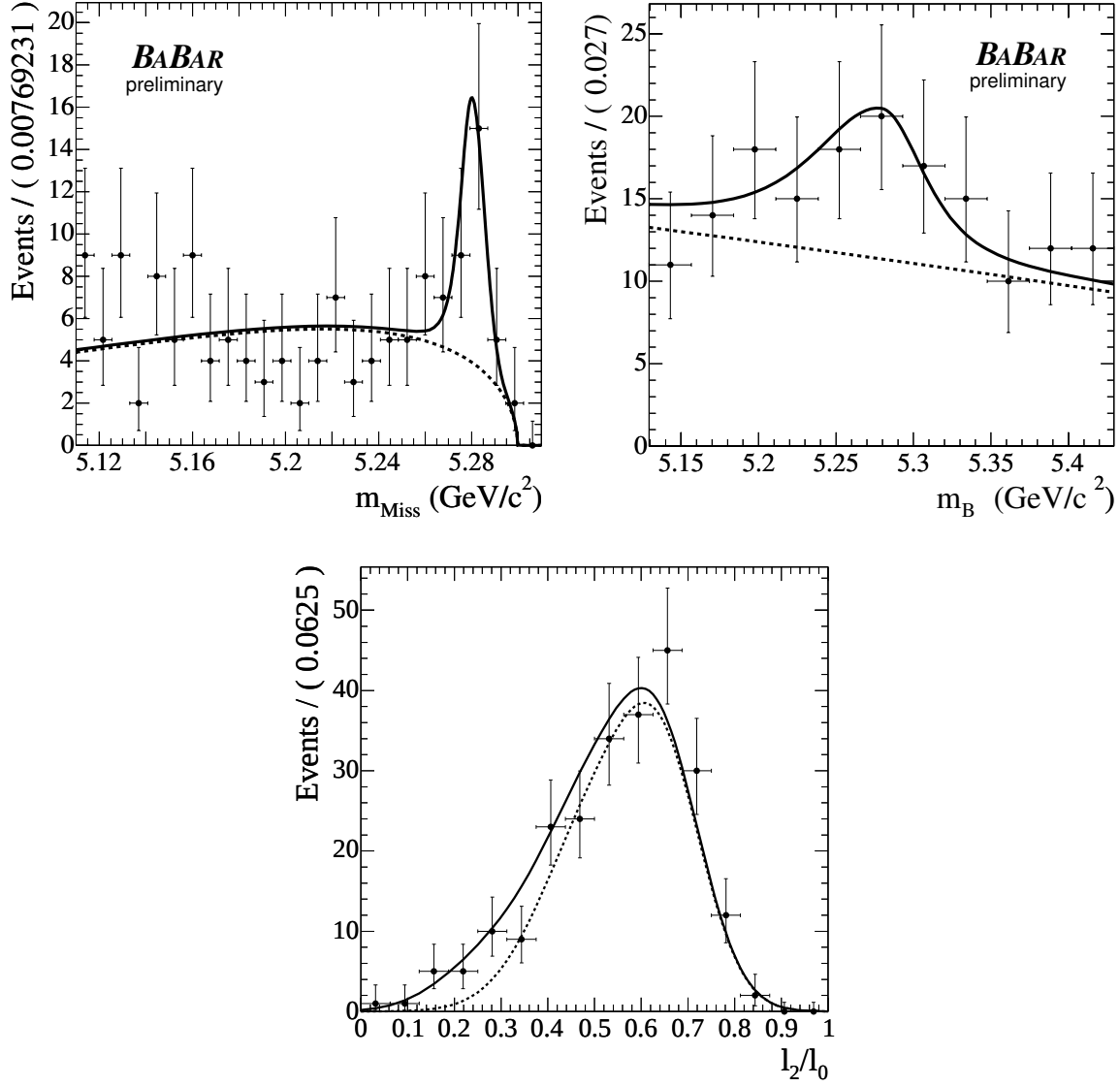


Figura 6.24: Proiezione della funzione di massima verosimiglianza ottenuta dal fit sul campione attuale di dati di $BABAR(210fb^{-1})$ sulle variabili m_{MISS} (taglio sull'efficienza della likelihood al 50 %), su m_{REC} (taglio al 55 %) e su l_2 (taglio al 50 %).

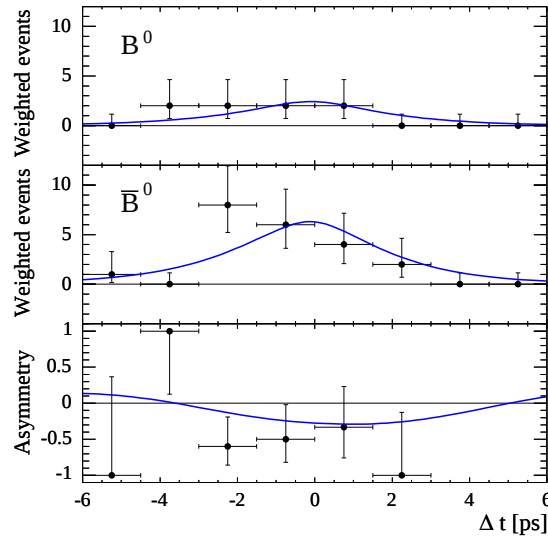


Figura 6.25: Grafici che illustrano l'asimmetria dipendente dal tempo. In alto la distribuzione per $B^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$, in mezzo per $\bar{B}^0 \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ ed in basso la differenza, che rappresenta l'asimmetria dipendente dal tempo. Le curve rappresentano il risultato del fit, gli eventi sovrapposti sono i dati sperimentali, pesati in base alla probabilità di essere segnale con la tecnica degli *s-pesi*.

che definiscono la componente di segnale nel fit di massima verosimiglianza. Questo è fatto sul campione di controllo $J/\psi K_S^0$, usando i $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ nel caso di Δt e di $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ per le variabili cinematiche.

- L'errore associato alla procedura di determinazione del vertice e all'estrazione di Δt .
- Effetti di interferenza sul lato di *tag* (secondo una procedura ormai consolidata a BABAR).

6.5.1 Incertezza sistematica dovuta ai parametri della *likelihood*

Al fine di stimare l'errore sistematico associato alla limitata statistica a disposizione sui campioni di controllo usati per la parametrizzazione della *likelihood*, muoviamo di $\pm 1\sigma$ ognuno di questi parametri che sono fissati nel fit nominale ed assegniamo come sistematica lo spostamento provocato su S e C . Tutti i contributi sono quindi sommati in quadratura per dare l'errore totale. In App. C.1 riportiamo gli errori dovuti alla parametrizzazione delle singole *pdf* del segnale e del fondo $B\bar{B}$.

Per Δt , i parametri ed i loro errori sono presi da *B-reco*. Nel caso di m_{Rec} , riportiamo anche una sistematica aggiuntiva, data dalla differenza in S e C quando il valore centrale di

m_{Rec} è preso dal Monte Carlo di segnale. Questo contributo, che è l'incertezza sistematica più grande su m_{Rec} , con ogni probabilità sovrastima l'effetto dovuto al disaccordo dati/MC (uno spostamento di $22 \text{ MeV}/c^2$ nella funzione densità di probabilità). D'altra parte, considerando l'errore statistico, possiamo prenderlo come una stima conservativa della nostra conoscenza della distribuzione di m_{Rec} . Come controllo incrociato, proviamo a lasciare il valore medio libero di essere determinato nel fit nominale, ottenendo $(5.288 \pm 0.011) \text{ GeV}/c^2$, che va confrontato con $(5.3016 \pm 0.0008) \text{ GeV}/c^2$ dei dati di $J/\psi K_S^0$ e con $(5.2794 \pm 0.0011) \text{ GeV}/c^2$ dal Monte Carlo di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$.

Nessuna sistematica è invece assegnata alla componente di fondo $q\bar{q}$ ($q = u, d, s, c$), poiché tutti i parametri vengono determinati direttamente nel fit nominale. Il contributo totale all'errore sistematico proveniente da queste sorgenti è dato in Tab. 6.18, dove viene illustrato un riassunto di tutti i contributi parziali con relative somme in quadratura.

Parametro	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
m_{Rec}	0.012	0.012	0.015	0.015	0.69	0.69
m_{Miss}	0.0295	0.0237	0.00933	0.00547	0.9430	0.8926
l_2	0.0152	0.0121	0.0127	0.0124	1.038	0.836
μ_{tag}	0.0141	0.0112	0.0118	0.0107	0.102	0.075
D_{tag}	0.01012	0.0090	0.0131	0.0127	0.094	0.076
funz. di risoluz.	0.0114	0.0100	0.0058	0.0059	0.1495	0.0793
ϵ_{tag}	0.00131	0.00087	0.00097	0.00073	0.1198	0.0580
$(B \bar{B}) m_{Miss}$ ed m_{Rec}	0.0027	0.0014	0.00085	0.00031	0.135	0.046
$(B \bar{B}) l_2$	0.0155	0.0151	0.00139	0.00070	0.454	0.705
$(B \bar{B}) \mu_{tag}$	0.0141	0.0119	0.0118	0.0107	0.102	0.0748
$(B \bar{B}) Dilution$	0.0101	0.0090	0.0131	0.0127	0.0936	0.0763
$(B \bar{B})$ funz. di risoluz.	0.0114	0.010	0.0058	0.0059	0.1495	0.0793
$(B \bar{B})$ contenuto di CP	0.0140	0.0090	0.0032	0.0055	0.183	0.266
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag}$	0.0012	0.00082	0.000384	0.00031	0.0809	0.0557
errori totali	0.046	0.039	0.029	0.027	1.67	1.60

Tabella 6.18: Cambiamenti nei parametri S e C in seguito alla variazione dei parametri fissati nel fit di massima verosimiglianza. Le prime variabili sono riferite al segnale.

6.5.2 Sistematiche dal confronto dati/MC

La maniera migliore per valutare un eventuale disaccordo fra dati e Monte Carlo nella ricostruzione di Δt è usare gli eventi di $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$, ricostruendo Δt senza usare le informazioni provenienti dai leptoni carichi che vengono dai decadimenti $J/\psi \rightarrow l^+ l^-$.

Invece l'accordo fra dati e Monte Carlo nel descrivere la forma delle pdf di m_{Miss} e di m_{Rec} è valutato usando lo studio su $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ riportato in sezione 6.2. Questa scelta è giustificata considerando che la causa principale degli effetti che si vedono sulla risoluzione delle variabili cinematiche è relativa alla presenza di due π^0 nello stato finale, costretti a venire dal decadimento di un K_S^0 . Al contrario, le informazioni su Δt vengono ricavate esclusivamente a partire dai pioni carichi.

Consideriamo innanzitutto il caso di Δt . Come discusso in Sez. 5.2, la distribuzione dei dati, ottenuta sugli eventi di $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$, evidenzia un disaccordo pari al 10% rispetto ai valori aspettati sul Monte Carlo. Questo valore è stimato interpolando la distribuzione del $pull$ su Δt , come definito in Eq. 6.4 e suggerisce la presenza di un problema specifico sulla risoluzione dei parametri caratteristici del K_S^0 . In [27], questo effetto viene stimato come un riscaldamento medio della funzione di risoluzione di Δt di 1.037 per gli eventi di Classe I e di 1.080 per gli eventi di Classe II. Considerando che il 79.1% ed il 15.6% del campione totale appartengono rispettivamente alla Classe I ed alla Classe II, abbiamo applicato un fattore di scala di 1.044 alla pdf Δt di segnale. A questo punto calcoliamo la differenza in S e C ottenuta usando questo fattore per moltiplicare il fattore di scala $\sigma_{\Delta t}$ nella funzione di risoluzione. In questa maniera otteniamo un contributo all'errore sistematico di 0.006 per S e di 0.001 per C .

Nel caso di m_{Miss} ed m_{Rec} , valutiamo l'accordo dati/Monte Carlo usando lo studio di $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ riportato in sezione 6.2. Come ivi specificato, i valori dei parametri sono presi parzialmente dal fit sugli eventi di $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0(\pi^0\pi^0)$ sui dati e gli errori associati prendono in considerazione sia la limitata statistica che il disaccordo fra i parametri fittati sui vari campioni. Tale incertezza è perciò inclusa nei valori di Tab. C.1 e Tab. C.2 riportate in appendice.

6.5.3 Sistematica dovuta al metodo di estrazione del vertice

Prendiamo ora in considerazione diverse sorgenti di errore sistematico dovute al metodo di ricostruzione del vertice del candidato B .

Prima di tutto, seguendo l'approccio di $B^0 \rightarrow K_S^0\pi^0$, determiniamo un contributo che è dovuto alla procedura di determinazione del vertice della B , prendendo il valore più elevato di $|S_{fit} - S_{true}|$ e di $|C_{fit} - C_{true}|$ determinati a partire da un fit sui campioni Monte Carlo (ved. Tab. 6.12). Questo dà un contributo di 0.012 per S e di 0.025 per C .

L'incertezza legata all'allineamento dell'SVT (il rivelatore di vertice) è valutata se-

scenario	ΔS	ΔC
Boost	0.0038	0.0087
Time1	0.0091	0.0021
Time2	0.0090	0.0055
Time3	0.0046	0.0094
Time4	0.0038	0.0087
Totale	0.0040	0.0083

Tabella 6.19: Effetti dovuti ai diversi scenari di disallineamento dell'SVT sui valori di S e C per gli eventi *good* del segnale Monte Carlo.

scenario	ΔS	ΔC
spostamento di $20\mu m$	0.0015	0.0046
spostamento di $-20\mu m$	0.0022	0.0012
allargamento di $20\mu m$	0.0016	0.0026
Totale	0.0027	0.0051

Tabella 6.20: Effetti dei tre diversi scenari di scalibrazione usati sulle misure di S e C per gli eventi *good* per il segnale Monte Carlo.

guendo la procedura standard di *BABAR*: il fit di *likelihood* viene eseguito sullo stesso campione Monte Carlo avendo ricostruito quest'ultimo in cinque diverse configurazioni di allineamento dell'SVT, ottenuti a partire dalla configurazione nominale traslando in vario modo i vari strati di silicio (scenario **Time**) o traslandoli in modo solidale di una certa quantità Δr lungo l'asse z (scenario **Boost**). Usando un campione di 817K di eventi di segnale, otteniamo i valori dati in Tab. 6.19, che danno un contributo di 0.0040 per S e di 0.0083 per C , che corrispondono alla somma in quadratura dell'effetto più grande dovuto alle configurazioni di tipo **Time** con quello dovuto allo scenario **Boost**.

Per assegnare la giusta incertezza sistematica dovuta alla conoscenza della posizione del *Beam Spot*, cioè della sezione dei fasci, spostiamo la posizione del fascio nelle simulazioni Monte Carlo di $\pm 20\mu m$ nella direzione y . La sensibilità ad eventuali problemi di calibrazione o ad effetti dipendenti dal tempo è valutata attraverso un allargamento della sezione dei fasci di un addizionale $\pm 20\mu m$ nella direzione y (ved. Tab. 6.20).

L'effetto su Δt della posizione e dell'allargamento della sezione del fascio è molto piccolo. Prendiamo la variazione più consistente in S e C dei due spostamenti e la sommiamo in quadratura con l'effetto dell'allargamento, ottenendo un'incertezza sistematica di 0.0027 per S e di 0.0051 per C .

6.5.4 Errore sistematico dovuto all'interferenza sul lato di tag

La misura dell'errore sistematico dovuto ad effetti di interferenza fra le ampiezze sul lato di tag (a causa di effetti di violazione di CP sul lato di tag non dipende dai dettagli del fit, ma soltanto dai valori di aspettazione di S e C , assunti come valori di ingresso per lo studio condotto con i *toy* Monte Carlo. Il risultato dà un contributo all'errore di 0.001 su S e di 0.011 su C .

6.5.5 Riassunto degli errori sistematici

In Tab. 6.21 riportiamo il riassunto di tutti contributi all'incertezza sistematica, insieme con l'errore totale, per i parametri S e C .

	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
parametri delle pdf	0.046	0.039	0.029	0.027
beam-spot	0.003	0.003	0.005	0.005
allineamento dell'SVT	0.004	0.004	0.008	0.008
data/MC RF	0.006	0.006	0.001	0.001
metodo di ricostruzione del vertice	0.012	0.012	0.025	0.025
interferenza sul lato di tag	0.001	0.001	0.011	0.011
total errors	0.049	0.041	0.041	0.039

Tabella 6.21: Riassunto all'errore sistematico su S e C .

6.6 Fit combinato

Al fine di combinare il nostro risultato con quello ottenuto nell'analisi dei decadimenti $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ con tutti i $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, decidiamo di costruire un fit simultaneo ai due campioni. In questa maniera, uno può tenere in considerazione tutte le correlazioni, vincolando i parametri delle due *likelihood* che rappresentano la stessa quantità (come S e C) ad essere effettivamente le stesse. A quel punto uno può stimare le sistematiche distinguendo sorgenti correlate e scorrelate di errori.

6.6.1 Fit sul campione di 3 $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

Aggiungiamo nel nostro fit la *likelihood* per i $3K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ come due componenti aggiuntive (N_{sig}^{+-} e N_{bkg}^{+-}). I due valori aspettati per il numero di eventi vengono considerati come

variabili scorrelate, dal momento che non siamo interessati all'estrazione del rapporto di decadimento. Un insieme comune di parametri è usato per la *pdf* di Δt per il segnale (che include S e C). Poiché le due analisi usano differenti insiemi di variabili (m_{Miss} , m_{Rec} ed l_2 contro m_{ES} , ΔE ed il Fisher), nessun ulteriore vincolo è applicato sui parametri.

Parametro	Valore
N Bkg KsKsKspm	441 ± 21
N Sig KsKsKspm	87 ± 10
bkgpm dE p1	-0.65 ± 0.66
bkgpm dE p2	-7.4 ± 9.9
bkgpm dt corebias	-0.03 ± 0.078
bkgpm dt coresigma	1.181 ± 0.076
bkgpm dt fout	0.021 ± 0.01
bkgpm dt ftail	0.157 ± 0.046
bkgpm dt mu Cat2	0.03 ± 0.15
bkgpm dt mu Cat3	-0.17 ± 0.12
bkgpm dt mu Cat4	-0.02 ± 0.14
bkgpm dt mu Cat5	-0.26 ± 0.12
bkgpm dt mu Cat6	-0.24 ± 0.13
bkgpm dt tailbias	0.01 ± 0.47
bkgpm fish mean	0.625 ± 0.068
bkgpm fishsigmaL	0.533 ± 0.044
bkgpm fishsigmaR	0.645 ± 0.045
bkgpm mES shape	-11.5 ± 7
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat2)	0.104 ± 0.015
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat3)	0.148 ± 0.017
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat4)	0.111 ± 0.015
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat5)	0.147 ± 0.017
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat6)	0.127 ± 0.016
sig dt C	-0.33 ± 0.26
sig dt S	-0.71 ± 0.36

Tabella 6.22: Risultato del fit sui $3 K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$, ottenuto usando l'algoritmo di fit combinato.

Il primo passo consiste nello spegnere il nostro modo di decadimento nel fit combinato e riprodurre i risultati dell'analisi dei $3 K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Il risultato del fit, mostrato in Tab. 6.22, è in accordo con il risultato nominale della relativa analisi pubblicata da *BABAR* [28].

6.6.2 Esperimenti *toy Monte Carlo* per il fit combinato

Al fine di validare ulteriormente la procedura di fit combinato, eseguiamo un certo numero di esperimenti con tecnica *toy Monte Carlo*, generando tutti i parametri in base ai valori restituiti dal fit nominale per il numero di eventi e generando S e C in maniera casuale, usando una distribuzione poissoniana per i primi e uniforme per i secondi. In questa maniera possiamo allo stesso tempo:

- escludere la presenza di una deviazione rispetto al valore aspettato nel numero di eventi e nei parametri dell'asimmetria di CP
- studiare la linearità del fit, in caso di deviazioni consistenti di S_{fit} e di C_{fit} da S_{vero} e C_{vero} , correggere il risultato finale in base alle relazioni fra le quantità restituite dal fit e le quantità vere, ottenute attraverso un fit lineare sui grafici di correlazione 2D.
- estrarre le distribuzioni della *likelihood* nei *toy Monte Carlo*, che deve essere confrontata con i risultati che otteniamo sui dati
- ottenere una stima media degli errori attesi sul fit combinato, controllando inoltre che la procedura di fit simultaneo non cambia il risultato sul numero di eventi di ogni singola componente.

La differenza principale rispetto agli esperimenti da *toy Monte Carlo* dei test usati per il nostro canale è che qui usiamo i valori dei parametri corrispondenti al minimo restituito dal fit blindato sui dati per generare le *pdf*. A causa di ciò il numero di eventi di fondo $B\bar{B}$ è generato poissonianamente attorno a 6 eventi ed è pertanto lecito aspettarsi che uno non sia in grado di estrarre per mezzo del fit un numero di eventi così basso. A causa di ciò, fissiamo questa componente al valore generato mentre eseguiamo il fit sui campioni generati negli esperimenti virtuali. In Fig. 6.26 sono mostrate le distribuzioni dei *pull* per le quattro variabili che danno il numero di eventi di ogni categoria (due categorie di segnali e due tipi di fondo continuo).

In Fig. 6.27 è mostrato l'errore sulle distribuzioni del numero di eventi di segnale. Come aspettato, essi sono compatibili con l'errore ottenuto separatamente dai due fit sui rispettivi campioni. In Fig. 6.28 è evidenziata la distribuzione per gli errori e per i *pull* per S e C . L'errore atteso su S è di 0.38 ± 0.08 , mentre quello su C è 0.24 ± 0.05 .

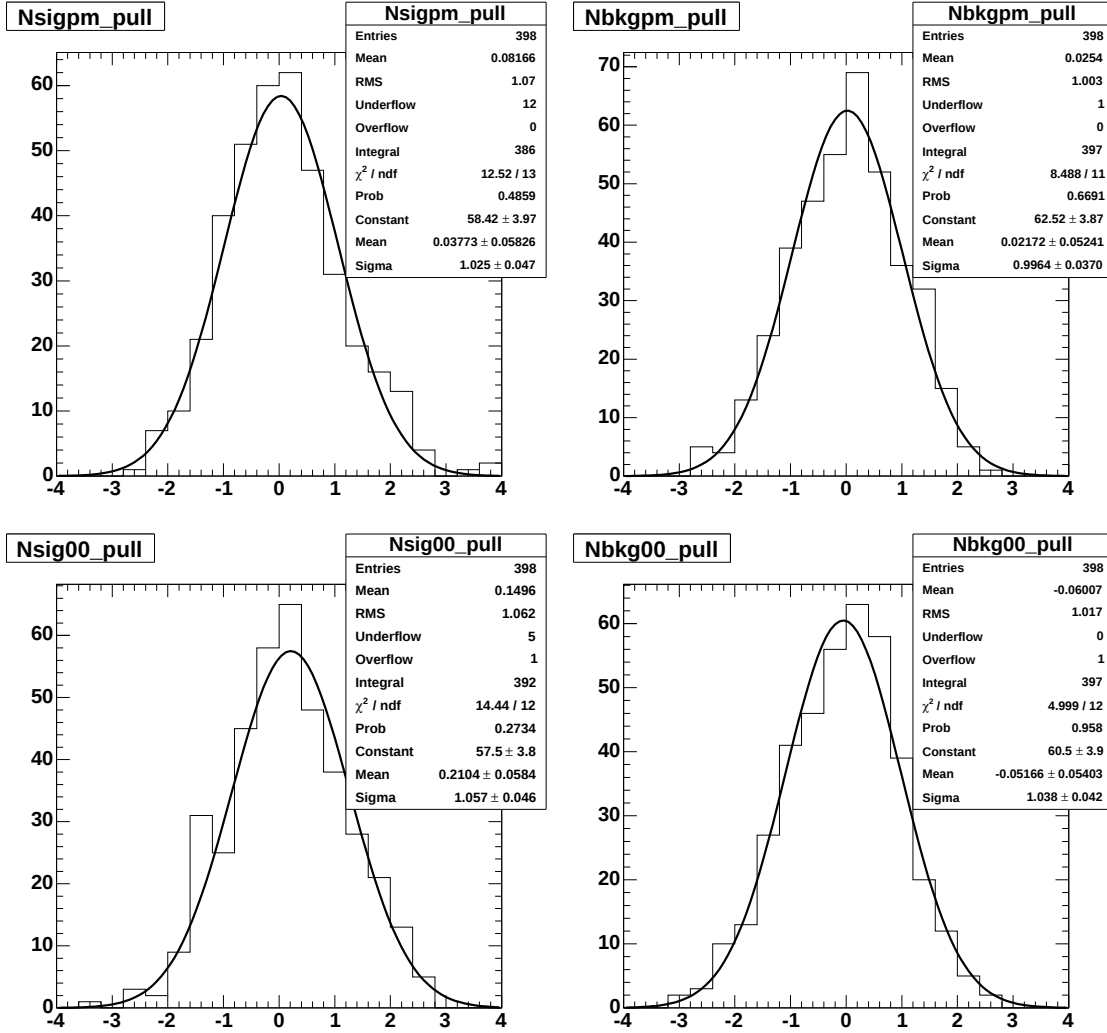


Figura 6.26: Risultati tratti da esperimenti con toy Monte Carlo per il fit combinato, ottenuti generando C ed S nel range di validità fisica. In alto: *pull* per il segnale (a sinistra) e per il fondo continuo (a destra) per il campione relativo a $3 K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$. In basso: *pull* per il segnale (a sinistra) e per il fondo continuo (a destra) per il campione relativo a $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$.

L'unico problema che emerge da questo studio sembra essere una deviazione rispetto al valore atteso zero in uno dei *pull* del segnale, che tuttavia non condiziona l'estrazione delle quantità cui siamo interessati. L'effetto degli eventi sulle code nella distribuzione di S e C è svanito, grazie alla presenza degli eventi ricostruiti in $3K_S^0(\pi^+\pi^-)$.

6.6.3 Sistematiche

Ripetiamo qui la valutazione delle sistematiche legate ai parametri delle *pdf*, come in sezione 6.5, ma aggiungendo i contributi dovuti alle *pdf* del segnale relative ai $3K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ [28]. I dettagli possono essere trovati in App. C.2. L'errore sistematico totale è $^{+0.035}_{-0.028}$ su S e ± 0.024 su C . Per la sistematica dovuta all'incertezza sull'allineamento dell'SVT, prendiamo l'errore più grande fra quello riportato dalle due analisi nel caso di S (0.015 che viene da $3K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$), mentre prendiamo 0.008 per C (che è il valore ottenuto da entrambe le analisi). Le sistematiche dovute ad effetti interferenza sul lato di *tag* non dipendono dai dettagli dell'analisi, ma soltanto dai valori aspettati di S e C . Usiamo allora come contributo totale quello da noi usato per la nostra analisi. Per l'accordo dati/MC sulla funzione di risoluzione, prendiamo il contributo più largo (0.017 dai $3K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, sia per S che per C). L'errore sulla procedura di individuazione del vertice è ottenuta sommando in quadratura i due contributi, dal momento che i due contributi vengono

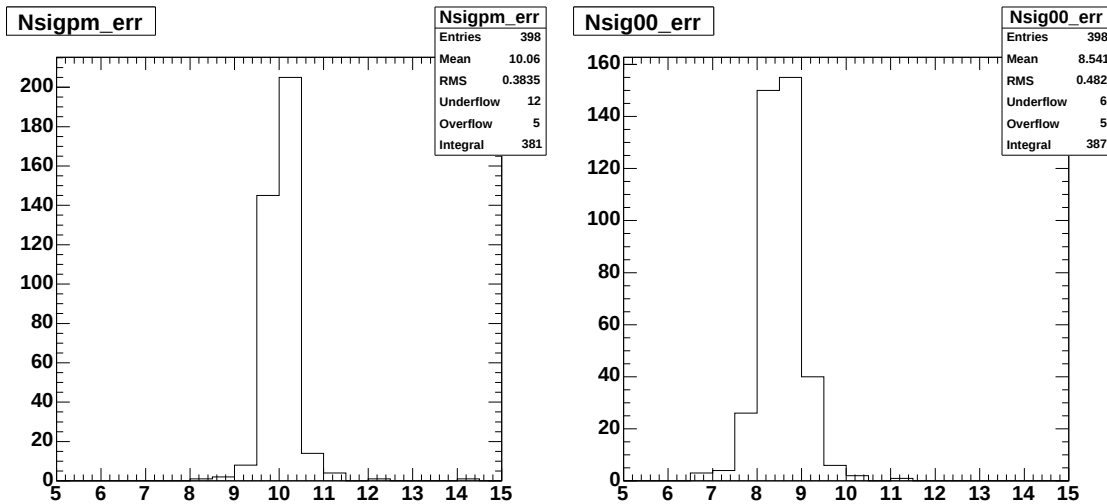


Figura 6.27: Risultati di esperimenti da *toy Monte Carlo* per il fit combinato, ottenuto generando S e C nel range di definizione fisico. A sinistra: distribuzione dell'errore per la componente di segnale in $3K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. A destra: distribuzione dell'errore per la componente di segnale in $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$.

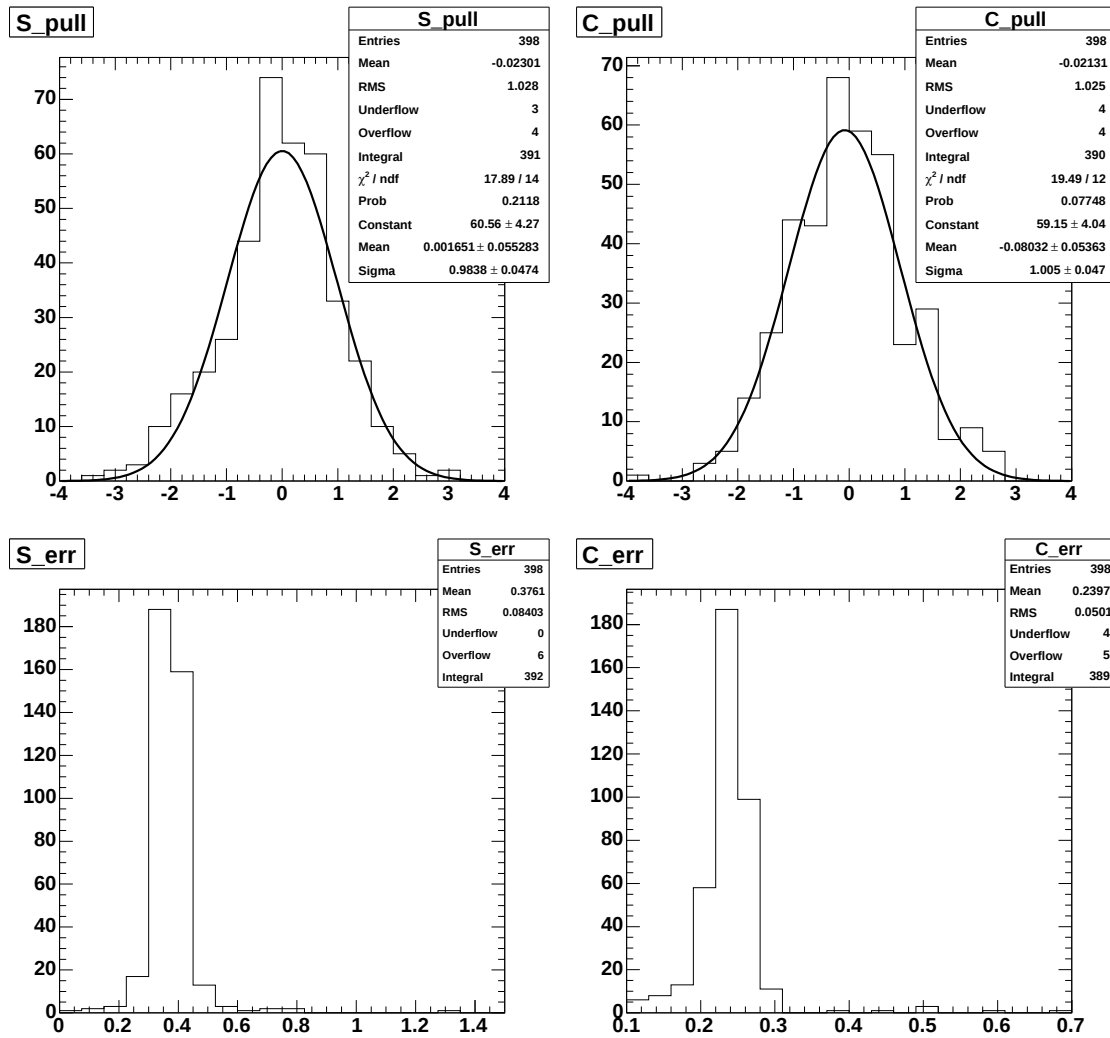


Figura 6.28: Distribuzione dei *pull* (in alto) e degli errori (in basso) per *S* (a sinistra) e *C* (a destra) per il fit combinato.

calcolati a partire da due campioni di Monte Carlo indipendenti. Ci sono inoltre due sorgenti aggiuntive di errore sistematico per i decadimenti in $3K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, relativi alle asimmetrie di *tag* nel fondo continuo e ad una deviazione rispetto al valore centrale atteso nei *Mock Fit*, ed un altro che riguarda la nostra analisi, relativo al valore medio di m_{REC} . Infine sommiamo (in quadratura) la sistematica relativa alla posizione del *Beam Spot* che viene dal nostro studio.

La somma di tutti i contributi è mostrata in Tab. 6.23.

	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
parametri delle pdf	0.035	0.028	0.024	0.024
beam-spot	0.003	0.003	0.005	0.005
allineamento dell'SVT	0.015	0.015	0.008	0.008
accordo dati/MC	0.017	0.017	0.017	0.017
metodo di interp del vertice	0.023	0.023	0.033	0.033
interferenza sul lato di <i>tag</i>	0.001	0.001	0.011	0.011
$\mu^B = 0$	0.007	0.007	0.022	0.022
bias nei <i>Mock fit</i>	0.016	0.016	0.004	0.004
media di m_{Rec}	0.012	0.012	0.015	0.015
Total	0.039	0.039	0.048	0.048

Tabella 6.23: Somma di tutti gli errori sistematici su S e C.

6.6.4 Risultato complessivo

Il risultato del fit combinato è prodotto in Tab. 6.24. Considerando gli errori sistematici, così come valutati nella precedente sezione, il risultato di questa analisi è:

$$S = -0.63_{-0.28}^{+0.32} \pm 0.04 \quad ; \quad C = -0.10 \pm 0.25 \pm 0.05$$

Parametro	Valore		
$-\log \mathcal{L}$	-15197.2	N BB KsKsKs00	7 ± 22
N Bkg KsKsKs00	2702 ± 56	N Bkg KsKsKspm	441 ± 21
N Sig KsKsKs00	39.5 ± 8.6	N Sig KsKsKspm	87 ± 10
bkg00 dt corebias	0.012 ± 0.035	bkg00 dt coresigma	1.219 ± 0.031
bkg00 dt fout	0.0278 ± 0.0065	bkg00 dt ftail	0.17 ± 0.023
bkg00 dt mu Cat1	0.055 ± 0.056	bkg00 dt mu Cat2	0.052 ± 0.015
bkg00 dt mu Cat3	0.026 ± 0.06	bkg00 dt mu Cat4	-0.05 ± 0.017
bkg00 dt mu Cat5	0.0508 ± 0.0099	bkg00 dt mu Cat6	-0.05 ± 0.013
bkg00 dt tailbias	0.07 ± 0.21	bkg00 mMiss m_0	5.29967 ± 0.00043
bkg00 mMiss ξ	-15.6 ± 1.1	bkg00 mRec p1	1.86 ± 0.12
bkg00 mRec p2	-0.336 ± 0.019	bkg00 norml12 f1	0.6 ± 0.11
bkg00 norml12 mean1	0.514 ± 0.019	bkg00 norml12 mean2	0.649 ± 0.013
bkg00 norml12sigma1	0.1226 ± 0.0057	bkg00 norml12sigma2	0.088 ± 0.0068
bkgpm dE p1	-0.65 ± 0.66	bkgpm dE p2	-7.4 ± 9.9
bkgpm dt corebias	-0.03 ± 0.077	bkgpm dt coresigma	1.18 ± 0.075
bkgpm dt fout	0.021 ± 0.01	bkgpm dt ftail	0.158 ± 0.046
bkgpm dt mu Cat2	0.04 ± 0.15	bkgpm dt mu Cat3	-0.17 ± 0.12
bkgpm dt mu Cat4	-0.01 ± 0.14	bkgpm dt mu Cat5	-0.26 ± 0.12
bkgpm dt mu Cat6	-0.24 ± 0.13	bkgpm dt tailbias	0.01 ± 0.47
bkgpm fish mean	0.625 ± 0.067	bkgpm fishsigmaL	0.533 ± 0.044
bkgpm fishsigmaR	0.645 ± 0.044	bkgpm mES shape	-11.5 ± 7
Epsilon Bkg KsKsKs00 (Cat1)	0.0084 ± 0.0019	Epsilon Bkg KsKsKs00 (Cat2)	0.0531 ± 0.0044
Epsilon Bkg KsKsKs00 (Cat3)	0.1123 ± 0.0061	Epsilon Bkg KsKsKs00 (Cat4)	0.1178 ± 0.0062
Epsilon Bkg KsKsKs00 (Cat5)	0.157 ± 0.007	Epsilon Bkg KsKsKs00 (Cat6)	0.129 ± 0.0065
Epsilon Bkg KsKsKs00 (Good)	0.8834 ± 0.0062	Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat1)	0.0023 ± 0.0023
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat2)	0.104 ± 0.015	Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat3)	0.148 ± 0.017
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat4)	0.111 ± 0.015	Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat5)	0.147 ± 0.017
Epsilon Bkg KsKsKspm (Cat6)	0.127 ± 0.016	Epsilon Sig KsKsKs00 (Good)	0.972 ± 0.053
sig dt C	-0.10 ± 0.25	sig dt S	$-0.63^{+0.32}_{-0.28}$

Tabella 6.24: Risultato del fit combinato.

Capitolo 7

Prospettive sperimentali

7.1 Vincoli sperimentali dai decadimenti $B \rightarrow KKK$

Nel calcolo delle ampiezze fisiche in termini dei parametri effettivi calcolati in Sez. 2.5, abbiamo caratterizzato i mesoni K con gli autostati di massa dati dalle interazioni forti. Tuttavia per confrontarle con i dati sperimentali dobbiamo riesprimerle in funzione degli autostati di CP quasi esatti che caratterizzano i K quando li riveliamo sperimentalmente attraverso i loro prodotti di decadimento. Assumendo per tali autostati di CP le seguenti definizioni:

$$K_S^0 = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$$

$$K_L^0 = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$$

otteniamo le seguenti ampiezze:

$$\begin{aligned} A(B_d \rightarrow K_{S(1)}^0 K_{S(2)}^0 K_{S(3)}^0) = & \\ - \frac{1}{2\sqrt{2}} [V_{ts} V_{tb}^* (P(m_{12}^2, m_{13}^2) + P(m_{13}^2, m_{23}^2) + P(m_{13}^2, m_{12}^2)) & \\ + V_{us} V_{ub}^* (P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{23}^2) + P_{gim}(m_{13}^2, m_{12}^2))] & \\ A(B_d \rightarrow K_{S(1)}^0 K_{S(2)}^0 K_{L(3)}^0) = & \\ - \frac{1}{2\sqrt{2}} [V_{ts} V_{tb}^* (P(m_{12}^2, m_{13}^2) + P(m_{13}^2, m_{23}^2) - P(m_{13}^2, m_{12}^2)) & \\ + V_{us} V_{ub}^* (P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{23}^2) - P_{gim}(m_{13}^2, m_{12}^2))] & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B_d \rightarrow K_{S(1)}^0 K_{L(2)}^0 K_{L(3)}^0) = & \\
& - \frac{1}{2\sqrt{2}} [V_{ts} V_{tb}^* (P(m_{12}^2, m_{13}^2) - P(m_{13}^2, m_{23}^2) + P(m_{13}^2, m_{12}^2)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{23}^2) + P_{gim}(m_{13}^2, m_{12}^2))] \\
A(B_d \rightarrow K_{(1)}^+ K_{(2)}^- K_{S(3)}^0; m_{12}^2, m_{13}^2) = & + \frac{1}{\sqrt{2}} V_{ts} V_{tb}^* (-P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (E(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A(B^+ \rightarrow K_{S(1)}^0 K_{S(2)}^0 K_{(3)}^+; m_{12}^2, m_{13}^2) = & \\
& + \frac{1}{2} V_{ts} V_{tb}^* [-(P(m_{12}^2, m_{13}^2) + P(m_{12}^2, m_{23}^2)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (-A(m_{12}^2, m_{13}^2) - A(m_{12}^2, m_{23}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2))] \\
A(B^+ \rightarrow K_{S(1)}^0 K_{L(2)}^0 K_{(3)}^+; m_{12}^2, m_{13}^2) = & \\
& + \frac{1}{2} V_{ts} V_{tb}^* [-(P(m_{12}^2, m_{13}^2) - P(m_{12}^2, m_{23}^2)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (-A(m_{12}^2, m_{13}^2) + A(m_{12}^2, m_{23}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2))] \\
A(B^+ \rightarrow K_{(1)}^+ K_{(2)}^- K_{(3)}^+; m_{12}^2, m_{13}^2) = & V_{ts} V_{tb}^* (-P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (E(m_{12}^2, m_{13}^2) + A(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2))
\end{aligned}$$

7.2 Correzioni ad S e C in $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$

Per i canali neutri è possibile estrarre i parametri S e C dell'asimmetria di CP (definita in Eq. 1.88), che sono rispettivamente i coefficienti del $\sin(\Delta m_d \Delta t)$ e del $\cos(\Delta m_d \Delta t)$.

Consideriamo il caso di $K_S^0 K_S^0 K_S^0$. Considerazioni analoghe potranno essere estese a $K_S^0 K_S^0 K_L^0$ e $K_S^0 K_L^0 K_L^0$ (nel primo caso con opportuna correzione del segno dell'autostato di CP). Come visto in Sez. 1.6 questo canale è un autostato di CP pari; poichè $S = 2\eta_c \frac{Im(\lambda_f)}{1+|\lambda_f|^2}$, dove η_c è l'autostato di CP , si ottiene che

$$S = \frac{2 Im(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2}$$

Se consideriamo le ampiezze ricavate nel corso dell'analisi teorica per i canali $B \rightarrow KKK$, tutte queste presentano un termine dominante dell'ordine di λ^2 ed un termine soppresso dell'ordine di λ^4 . Nel caso di $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ questa soppressione di Cabibbo è accompagnata dalla proprietà del termine soppresso di essere GIM soppresso, cioè i contributi del tipo P_{gim} tendono a zero nel limite in cui il quark u e c hanno lo stesso sapore. Questo fa

sì che in buona approssimazione ci si possa aspettare che

$$\begin{aligned} S \sim \text{Im}(\lambda) &\sim \text{Im}\left(\frac{q}{p} \frac{V_{ts} V_{tb}^*}{V_{ts}^* V_{tb}}\right) = \text{Im}\left(\frac{q}{p}\right) = \\ &\sim \text{Im}\left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*}\right) = -\text{sen}(2\beta) \end{aligned}$$

giacchè V_{ts} e V_{tb} sono elementi reali nella rappresentazione che abbiamo scelto per la matrice CKM . Considerando che

$$C = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2},$$

nell'ipotesi in cui il secondo termine dell'ampiezza, proporzionale a P_{gim} , è trascurabile otteniamo un valore nullo.

Riportiamo nuovamente per confronto il risultato sperimentale di questa analisi effettuata sull'attuale campione di 227 milioni di coppie mesoni $B\bar{B}$ raccolte a *BABAR*:

$$S = -0.63_{-0.28}^{+0.32} \pm 0.04 \quad ; \quad C = -0.10 \pm 0.25 \pm 0.05$$

Considerando che il valore di $\sin(2\beta)$ calcolato in base ai vincoli imposti sul triangolo unitario a partire dalle sole misure di violazione indiretta di CP (e quindi come previsione del Modello Standard) è 0.726 ± 0.028 [34], i due valori sono ampiamente in accordo entro gli errori sperimentali con la previsione del Modello Standard.

Tuttavia questo non può soddisfarci. Il nostro scopo è di riuscire ad individuare contributi di Nuova Fisica, non appena gli errori sperimentali ce lo consentiranno. Ci aspettiamo inoltre che tali contributi, dovuti a particelle più pesanti (di massa M sperimentalmente non ancora rivelate) presenti in stati virtuali intermedi (e quindi proporzionali al propagatore $\propto \frac{1}{M^2}$), siano soppressi e quindi intervengano soltanto come un fattore di correzione ai valori attuali dell'asimmetria.

Non è detto che lo scenario per il quale queste eventuali correzioni dovute a Nuova Fisica potrebbero diventare misurabili sia così lontano: basti considerare il campione di dati che *BABAR* prevede di aver raccolto nell'estate del 2008, cioè di 1 ab^{-1} , pari più o meno a quattro volte il campione di dati attualmente a disposizione. Scalando gli errori su S e C , si otterrebbe una misura con degli errori statistici intorno a 0.16 per S e 0.12 per C .

A questo punto, nel caso di deviazione dei valori di S e C dai valori attesi, inizia a diventare fondamentale distinguere eventuali contributi di Nuova Fisica dall'incer-

tezza dovuta alla soppressione del contributo Cabibbo- e GIM-soppresso nell'ampiezza, proporzionale al fattore CKM $V_{us}V_{ub}^*$, sia in termini di correzioni a C che ad S .

L'espressione completa di S e C in funzione della parametrizzazione esatta dell'ampiezza $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ è:

$$\begin{aligned} S &= \frac{Im \left[e^{-2i\beta} \int |P|^2 + 2e^{-i(\gamma+2\beta)} Re \left[\int P \cdot P_{gim}^* \right] + e^{-2i(\gamma+\beta)} \int |P_{gim}|^2 \right]}{\int |P|^2 + \int |P_{gim}|^2 + 2cos(\gamma) Re \left[\int P \cdot P_{gim}^* \right]} \\ &= - \frac{sin(2\beta) \int |P|^2 + 2sin(2\beta + \gamma) Re \left[\int P \cdot P_{gim}^* \right] + sin[2(\gamma + \beta)] \int |P_{gim}|^2}{\int |P|^2 + \int |P_{gim}|^2 + 2cos(\gamma) Re \left[\int P \cdot P_{gim}^* \right]} \end{aligned}$$

mentre C è

$$C = \frac{4sin(\gamma) Im \left[P P_{gim}^* \right]}{\int |P|^2 + \int |P_{gim}|^2 + 2cos(\gamma) Re \left[\int P \cdot P_{gim}^* \right]}$$

dove nelle formule precedenti gli integrali si intendono estesi sulle variabili $dm_{12}^2 dm_{13}^2$ ed abbiamo ridefinito per comodità

$$\begin{aligned} P(m_{12}^2, m_{13}^2) + P(m_{13}^2, m_{23}^2) + P(m_{13}^2, m_{12}^2) &\rightarrow |V_{ts}V_{tb}^*|P \\ P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{23}^2) + P_{gim}(m_{13}^2, m_{12}^2) &\rightarrow |V_{us}V_{ub}^*|P_{gim} \end{aligned}$$

di modo che le ampiezze P e P_{gim} risultino simmetrizzate rispetto allo scambio di tutte e tre le particelle e incorporino in esse i moduli dei fattori CKM.

Dobbiamo allora tenere presente che:

- P_{gim} è soppresso di un fattore di Cabibbo λ^2 rispetto a P
- inoltre poichè P_{gim} è GIM soppresso, stimiamo che $\frac{|P_{gim}|}{\lambda^2} < |P|$

dove $\lambda = 0.2258 \pm 0.0014$.

Quindi trascuriamo gli integrali in $\int |P_{gim}|^2$, poichè soppressi di un fattore ~ 0.0023 e ci teniamo soltanto gli integrali in $\int P_{gim}^* P$, che sono dell'ordine 0.05 rispetto a $\int |P|^2$. Otteniamo quindi:

$$\begin{aligned} S &\sim -sin(2\beta_{eff}) = -sin(2\beta) \left[1 + 2 \left[\frac{sin(2\beta+\gamma)}{sin(2\beta)} - cos(\gamma) \right] \frac{Re(\int P \cdot P_{gim}^* dm_{12}^2 dm_{13}^2)}{\int |P|^2 dm_{12}^2 dm_{13}^2} \right] \\ C &\sim 4sin(\gamma) \frac{Im(\int P \cdot P_{gim}^* dm_{12}^2 dm_{13}^2)}{\int |P|^2 dm_{12}^2 dm_{13}^2} \end{aligned}$$

Secondo quanto abbiamo supposto, stimando che approssimativamente

$$\frac{|\int P \cdot P_{gim}^*|}{\int |P|^2} < 0.05$$

ed usando per γ e β i valori $\gamma = 53 \pm 9$ e $\beta = 23.4 \pm 1.8$ [7], otteniamo

$$\Delta C < 0.16$$

$$\Delta S < 0.08$$

Pur non avendo usato una stima vera e propria per P_{gim} , ma solo un limite superiore, da questo calcolo risulta che per mezzo del decadimento $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ siamo sensibili alla presenza di nuova fisica anche per misure di una certa precisione sul parametro S dell'asimmetria di CP , fino a precisioni dell'ordine dell'11 %; peggiore è invece la situazione su C , dove in base a questa stima, l'eventuale riscontro di una deviazione dal valore $C = 0$ dovrà tenere in conto una incertezza adronica di circa 0.16.

7.3 Misura di asimmetria di CP in altri canali $B \rightarrow KKK$

Per i canali $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_L^0$, attualmente oggetto di una analisi a *BABAR*, e per i canali $B \rightarrow K_S^0 K_L^0 K_L^0$ e $B \rightarrow K_L^0 K_L^0 K_L^0$, la cui misura è invece impossibile per gli attuali esperimenti, si può procedere esattamente come visto nel precedente paragrafo, ottenendo quindi una stima conservativa sul limite della variazione su S e C dovuta al secondo termine dell'ampiezza.

Al contrario, i decadimenti $B \rightarrow K^+ K^- K_S^0$ e $B \rightarrow K^+ K^- K_L^0$ hanno due ulteriori caratteristiche:

- il loro autovalore di CP dipende dal momento angolare relativo tra primo e secondo kaone ed è pari rispettivamente a $(-1)^l$ e $(-1)^{l+1}$ (in base alle considerazioni di Sez. 1.6)
- nell'ampiezza di questi canali compare un contributo ad albero, sia pure Cabibbo soppresso, $E(m_{12}^2, m_{13}^2)$

Il primo problema può essere risolto con una analisi in onde parziali nel sistema di riferimento $K^+ K^-$, cioè una espansione nelle armoniche sferiche, del tipo

$$\mathcal{A}(m_{12}^2) = \sum_l A_l(m_{12}^2) P_l(\cos\theta_H) \quad (7.1)$$

dove A_l sono quantità complesse funzione di m_{12}^2 , mentre P_l sono i polinomi di Legendre calcolati in funzione di $\cos\theta_H$, l'angolo di elicità del sistema K^+K^- , definito come l'angolo fra uno di questi due mesoni K e l'impulso del mesone B che decade, entrambi calcolati nel sistema di riferimento K^+K^- .

Mediante una opportuna trasformazione di coordinate si può sempre passare da uno spazio delle fasi “piatto” in $dm_{12}^2 dm_{13}^2$ ad uno spazio delle fasi nelle variabili $dm_{12}^2 d(\cos\theta_H)$, mediante la trasformazione di coordinate

$$dm_{12}^2 dm_{13}^2 = \frac{M}{M_{12}} p \cdot q \cdot dm_{12}^2 d(\cos(\theta_H)) \quad (7.2)$$

con

$$p = \frac{1}{2M_B} \sqrt{(M_B^2 - M_{12}^2 - M_3^2) - 4M_{12}^2 M_3^2} \quad (7.3)$$

$$q = \frac{1}{2M_{12}} \sqrt{(M_{12}^2 - M_1^2 - M_2^2) - 4M_1^2 M_3^2} \quad (7.4)$$

dove M_B , M_{12} ed M_3 sono rispettivamente la massa invariante del mesone B , della coppia K^+K^- e del terzo mesone al di fuori di questa coppia.

Questo nuovo spazio delle fasi ha anche il vantaggio non indifferente che il suo piano di definizione è rettangolare e questo facilita la stima delle efficienze rispetto al piano di Dalitz classico $m_{12}^2 m_{13}^2$, in cui è difficile stimare l'efficienza di ricostruzione del canale sul bordo dello stesso.

I coefficienti dei polinomi di Legendre possono essere estratti sperimentalmente pesando ogni evento i ricostruito in base alla sua probabilità di essere segnale $\mathcal{W}(i, m_{12}^2)$, restituita dal fit di massima verosimiglianza, usando la seguente relazione:

$$\langle P_l \rangle (m_{12}^2) \approx \sum_i P_l(i, m_{12}^2) \mathcal{W}(i, m_{12}^2) / \epsilon(i, m_{12}^2) \quad (7.5)$$

dove ϵ è l'efficienza di ricostruzione, $\langle P_l \rangle$ sono i coefficienti dell'espansione nelle armoniche sferiche e $P_l(i, m_{12}^2)$ sono i polinomi di Legendre calcolati sull'evento i -esimo.

In questa maniera si può estrarre la frazione di CP pari f_{even}^{CP} (f_{odd}^{CP}), che gli esperimenti mostrano essere maggioritaria in $K^+K^-K_S^0$ ($K^+K^-K_L^0$), e correggere il valore di S ottenuto in base a questa informazione, utilizzando la relazione:

$$S_{CP(+)} = \frac{S}{1 - 2f_{even}^{CP}} \quad (7.6)$$

Questo è quello che è stato fatto sia a *BABAR* che a *Belle* nelle due recenti analisi di $B \rightarrow K^+ K^- K_S^0$ e $B \rightarrow K^+ K^- K_L^0$, dove combinando tutte e quattro le analisi si ottiene un valore per C ed S di:

$$S = 0.41 \pm 0.18 \pm 0.07 \pm 0.11(0.22) \quad ; \quad C = 0.27 \pm 0.12 \pm 0.05(0.13)$$

dove i primi due errori si riferiscono alla misura sperimentale (si riferiscono al contributo statistico e a quello sistematico), mentre per S si dà un terzo errore, dovuto all'incertezza sulla frazione di CP pari sopra ricavata. Per facilità di lettura riportiamo tra parentesi l'errore totale sia per S che per C .

Se uno confronta il valore di S con il valore di $\sin(2\beta)$ ottenuto da $B \rightarrow J/\psi K_S^0$ e C con zero ottiene dei valori che sono lontani rispettivamente una volta e mezzo e due volte l'errore statistico associato alle rispettive misure. Tuttavia in questo caso non c'è alcuna ragione teorica per cui possiamo trascurare il contributo ad albero dato nell'ampiezza da $E(m_{12}^2, m_{13}^2)$, quindi anche all'aumentare della statistica a disposizione bisogna essere molto cauti nell'affermare di essere in presenza di contributi di *Nuova Fisica*.

Dallo studio delle ampiezze a due corpi ci aspettiamo infatti che in generale i contributi dei diagrammi ad albero (che nel nostro approccio teorico sono contenuti nelle topologie di tipo CE e DE a partire da contrazione degli operatori Q_1 e Q_2) siano di ordine almeno pari ai contributi a pinguino, quindi, se ripetiamo lo sviluppo di S e C a partire dall'ampiezza teorica, non possiamo porre in questo caso alcun limite su ΔS e ΔC .

Cercheremo quindi di sviluppare un approccio teorico per tenere conto di queste incertezze adroniche, estraendo direttamente dai dati i parametri effettivi coinvolti nelle ampiezze, tenuto conto che oggigiorno la teoria non è ancora in grado di predire il valore degli elementi di transizione adronici, rappresentati nel nostro caso dalle topologie in gioco nelle ampiezze.

7.4 Proposta di un metodo di estrazione di S senza incertezze adroniche

In questa sezione proponiamo un metodo che prevede una estrapolazione simultanea delle ampiezze contemporaneamente per tutti i canali $B \rightarrow KKK$, $B \rightarrow K\pi\pi$ o $B \rightarrow \pi\pi\pi$ sul piano di Dalitz. L'ipotesi di base di questo approccio è quello di suddividere in tanti

intervalli bidimensionali il piano di Dalitz, in maniera così fitta che le ampiezze e le fasi all'interno di un singolo intervallo possano essere considerate costanti.

Per imporre dei vincoli sui parametri in gioco, usiamo i rapporti di decadimento ed i parametri S e C , in maniera analoga a quanto fatto in Sez. 7.2, ma senza svolgere l'integrale sullo spazio delle fasi; in realtà da un punto di vista fisico quello che si dovrebbe fare è integrare sulla regione definita da una singola porzione del piano m_{12}^2, m_{13}^2 , ma, nell'ipotesi in cui in tale porzione di piano l'ampiezza e la fase dei parametri RGI siano costanti, questo equivale a considerare le quantità di interesse direttamente punto per punto sul piano di Dalitz.

Questo richiede ovviamente una statistica ben superiore a quella attualmente disponibile su questi canali, a ragione detti *rari*. Tuttavia tale metodo consentirebbe in futuro di estrarre gli angoli del Triangolo Unitario senza incertezze adroniche e senza assumere un certo contenuto di risonanze intermedie fra il mesone B che decade e i tre corpi dello stato finale ed è quindi indicato per un futuro esperimento ad altissima statistica, per esempio per una *Super B – Factory*.

Quindi per ogni intervallo definito sul piano di Dalitz possiamo ottenere da ogni canale un vincolo sul BR misurato e C ed inoltre, per i soli decadimenti a partire dal mesone B neutro, anche il parametro S .

7.4.1 Decadimenti del $B \rightarrow KKK$

Per ogni parametro definito in Sez. 7.1, che chiamiamo ora genericamente T , distinguiamo nel caso dei decadimenti $B \rightarrow KKK$ i seguenti contributi:

- $T(m_{12}^2, m_{13}^2)$
- $T(m_{12}^2, m_{23}^2)$
- $T(m_{13}^2, m_{12}^2)$

che sono calcolati in tre punti diversi del piano di Dalitz, cosicchè, considerata la triplice molteplicità, il numero totale dei parametri complessi da estrarre dai dati è 12, che corrispondono a 23 parametri reali (una fase globale è arbitraria).

Dal punto di vista sperimentale, senza usare $K_S^0 K_L^0 K_L^0$ e $K_L^0 K_L^0 K_L^0$, di cui una analisi di Dalitz sembra anche in prospettiva abbastanza irrealistica, i vincoli che si possono ottenere sono quindi:

- BR, C ed S for $K_S^0 K_S^0 K_S^0$ (3 parametri)
- BR, C ed S for $K_S^0 K_S^0 K_L^0$ (6 parametri)
- BR, C ed S for $K^+ K^- K_{S,L}^0$ (9 parametri)
- BR e C for $K_S^0 K_S^0 K^+$ (4 parametri)
- BR e C for $K_S^0 K_L^0 K^+$ (4 parametri)
- BR a C for $K^+ K^- K^+$ (6 parametri)

che dà in totale 30 vincoli sperimentali, contro 23 parametri da estrarre dai dati. Il sistema è sovradeterminato, il che consente di fare un test di consistenza del Modello Standard. Rimuoviamo allora prima l'informazione su S , il che ci dà 26 vincoli sperimentali contro 23 parametri da determinare. Dopo aver determinato tutti questi parametri per ogni intervallo del piano di Dalitz, possiamo usare i parametri ricavati in maniera tale da avere una predizione per i valori di $S(K_S K_S K_S)$, $S(K_S K_S K_L)$, $S(K^+ K^- K_{S,L}^0)$ (CP pari) e $S(K^+ K^- K_{S,L}^0)$ (CP dispari). Queste ultime due quantità possono essere ottenute sperimentalmente, come visto nella scorsa sezione, mediante un'espansione in onde parziali nel sistema $K^+ K^-$.

Questo metodo offre il vantaggio di non richiedere alcuna modellizzazione della struttura sul piano di Dalitz (eliminando l'errore teorico associato) e la distinzione degli stati risonanti intermedi che portano allo stesso stato finale a tre corpi e questo incrementa la statistica a disposizione per le misure. D'altro canto il vero limite di questo metodo stà nel fatto che bisogna avere a disposizione sui dati una statistica sufficientemente elevata per il segnale da poter suddividere il piano di Dalitz in porzioni di piano tali che in essi l'ampiezza sia costante in modulo e fase. Questo è particolarmente rilevante nel caso in cui sono presenti delle risonanze, in corrispondenza delle quali la fase forte e l'ampiezza subiscono brusche variazioni. Nel caso si eliminassero le risonanze, il metodo qui illustrato potrebbe essere usato anche in casi a più bassa statistica, poichè la dipendenza dell'ampiezza dal modulo e dalla fase nello spazio di Dalitz sarebbe molto meno repentina, anche se in tal caso si ha lo svantaggio di un numero minore di eventi a disposizione per l'analisi.

7.4.2 Decadimenti del $B \rightarrow K\pi\pi$

In analogia al caso precedente, possiamo anche in questo caso definire, a partire dalle ampiezze calcolate in Sez. A.3, il seguente numero più ristretto di parametri effettivi:

$$\begin{aligned}
P(m_{12}^2, m_{13}^2) &= P_1(s, u/d, s, B^{(+,0)}, K_1, K_2, \pi_3; m_{12}^2, m_{13}^2) \\
&\quad + P_2(s, u/d, s, B^{(+,0)}, K_3, K_2, K_1; m_{12}^2, m_{13}^2) \\
E(m_{12}^2, m_{13}^2) &= e_2(s, u/d, u, s, B^{(+,0)}, K_1, K_2, K_3; m_{12}^2, m_{13}^2) \\
&\quad + \bar{e}_1(u/d, s, u, s, B_d, K_2, K_1, K_3; m_{12}^2, m_{13}^2) \\
A(m_{12}^2, m_{13}^2) &= a_2(s, u/d, s, u, B^{(+,0)}, K_1, K_2, K_3; m_{12}^2, m_{13}^2) \\
&\quad + ea_2(s, u/d, s, d, B^{(+,0)}, K_3, K_2, K_1; m_{12}^2, m_{13}^2) \\
P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) &= P_{1gim}(s, u, s, B^{(+,0)}, K_1, K_2, K_3; m_{12}^2, m_{13}^2) \\
&\quad + P_{2gim}(s, s, u, B^{(+,0)}, K_3, K_2, K_1; m_{12}^2, m_{13}^2)
\end{aligned} \tag{7.7}$$

Usando questi parametri per le ampiezze, si ottiene:

$$\begin{aligned}
A(B_d \rightarrow K^0 \pi^+ \pi^-) &= V_{ts} V_{tb}^* (-P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
&\quad + V_{us} V_{ub}^* (E(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A(B_d \rightarrow K^0 \pi_1^0 \pi_2^0) &= V_{ts} V_{tb}^* P(m_{12}^2, m_{13}^2) \\
&\quad + V_{us} V_{ub}^* (E(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A(B_d \rightarrow \pi^0 K^+ \pi^-) &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_{us} V_{ub}^* (-E(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A(B^+ \rightarrow K^+ \pi^- \pi^+) &= V_{ts} V_{tb}^* (-P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
&\quad + V_{us} V_{ub}^* (E(m_{12}^2, m_{13}^2) + A(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A(B^+ \rightarrow K^+ \pi_1^0 \pi_2^0) &= V_{ts} V_{tb}^* P(m_{12}^2, m_{13}^2) \\
&\quad + V_{us} V_{ub}^* (-E(m_{12}^2, m_{13}^2) - A(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A(B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 K^0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_{us} V_{ub}^* E(m_{12}^2, m_{13}^2)
\end{aligned}$$

Quindi, se a livello sperimentale, tutti questi canali fossero disponibili per una misura del BR , di C e quando possibile di S , potremmo ottenere in ogni intervallo bidimensionale sul piano di Dalitz i seguenti vincoli:

- BR , C ed S per $K^0 \pi^+ \pi^-$

- BR, C ed S per $K^0\pi^0\pi^0$
- BR e C per $K^+\pi^-\pi^+$
- BR e C per $K^+\pi_1^0\pi_2^0$
- BR e C per $\pi^+\pi^0K^0$

In questo caso i parametri da ricavare mediante interpolazione simultanea su tutti questi canali sono sette (quattro parametri complessi, cioè otto parametri reali, ma con una fase complessiva arbitraria). Il numero di vincoli è dodici, quindi superiore al numero di parametri da determinare. Anche in questo caso esistono osservabili sensibili all'eventuale presenza di Nuova Fisica. In particolare si potrebbe rimuovere l'informazione su S nella procedura di interpolazione per determinare i parametri RGI in funzione del punto sul piano di Dalitz, usare i parametri così determinati per poi avere una stima sui valori di S per $K_S^0\pi^+\pi^-$ e $K_S^0\pi^0\pi^0$ da confrontare con le misure di asimmetria di CP dipendente dal tempo sperimentalmente misurate per questi.

7.4.3 Decadimenti del $B \rightarrow \pi\pi\pi$

Partendo dalle ampiezze $B \rightarrow \pi\pi\pi$ ricavate in Sez. A.4, possiamo definire i seguenti parametri più generali RGI :

$$\begin{aligned}
P(m_{12}^2, m_{13}^2) &= P_1(d, d, d, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0) \\
&+ P_2(d, u/d, u/d, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0) \\
A_1(m_{12}^2, m_{13}^2) &= a_1(u, u, u, u, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0) \\
&+ ea_1(u, u, u/d, u, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0) \\
&+ e_1(u, u, d, d, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0) \\
A_2(m_{12}^2, m_{13}^2) &= a_2(d, u, d, u, B^+, \pi^+, \pi^-, \pi^+) \\
&+ ea_2(d, u, d, u, B^+, \pi^+, \pi^-, \pi^+) \\
&+ e_2(d, u, u, d, B^+, \pi^+, \pi^-, \pi^+) \\
P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2) &= P_{1gim}(d, d, d, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0) \\
&+ P_{2gim}(d, u/d, u/d, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0) \\
&- \bar{e}_1(u, u, u, d, B_d, \pi^0, \pi^0, \pi^0)
\end{aligned}$$

Possiamo riesprimere le ampiezze in termini di questi parametri, ottenendo:

$$\begin{aligned}
A \quad (B_d \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{ub}^* (A_1(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
&+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{td} V_{tb}^* (P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A \quad (B_d \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-) &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{ub}^* (-A_1(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
&+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{td} V_{tb}^* (-P(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A \quad (B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+) &= V_{ud} V_{ub}^* (A_2(m_{12}^2, m_{13}^2) - P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
&+ V_{td} V_{tb}^* (-P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
A \quad (B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0) &= \frac{1}{2} V_{ud} V_{ub}^* (-A_2(m_{12}^2, m_{13}^2) + A_2(m_{12}^2, m_{13}^2) + P_{gim}(m_{12}^2, m_{13}^2)) \\
&+ \frac{1}{2} V_{td} V_{tb}^* (+P(m_{12}^2, m_{13}^2))
\end{aligned}$$

Usando tutte le informazioni disponibili sperimentalmente per questi canali, possiamo ottenere per ogni intervallo bidimensionale del piano di Dalitz i seguenti vincoli sperimentali:

- BR , C ed S per $\pi^0 \pi^0 \pi^0$
- BR , C ed S per $\pi^0 \pi^+ \pi^-$
- BR e C per $\pi^+ \pi^- \pi^+$
- BR e C per $\pi^+ \pi^0 \pi^0$

In questo caso abbiamo sette parametri teorici da determinare (corrispondenti a quattro parametri complessi, meno una fase globale arbitraria), contro dieci vincoli sperimentali. Anche qui quindi rinunciamo all'informazione su S , quindi determiniamo mediante interpolazione simultanea su tutti i canali, intervallo per intervallo nel piano di Dalitz, tutti i parametri RGI , dopodichè usiamo questi per ottenere una stima per S dei due canali neutri.

Conclusioni

Nel lavoro di fenomenologia svolto sui decadimenti del mesone B in tre corpi, si è ottenuta una classificazione delle ampiezze in cui, nonostante l'alto numero di topologie coinvolte a causa della presenza di sei quark nello stato finale, è risultato possibile esprimere le ampiezze relative a sottoinsiemi di canali in funzione di un numero limitato di parametri effettivi, che condensano in sé il contenuto non calcolabile delle interazioni forti e devono essere determinati direttamente dai dati sperimentali.

Ricostruendo invece sperimentalmente i decadimenti del $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ in base ai 210 fb^{-1} di dati attualmente raccolti a *BABAR* presso l'acceleratore *PEP-II* a SLAC ed utilizzando un *fit* di massima verosimiglianza, si è estratto un valore per l'asimmetria di CP diretta di $C = -0.10 \pm 0.25$ ed uno dovuto all'interferenza fra oscillazioni $B^0 \bar{B}^0$ e decadimenti pari a $S = -0.63_{-0.28}^{+0.32}$. Il valore di S ottenuto non mostra, entro gli errori di misura, deviazioni dal valore atteso in base al MS , che è $\approx -\sin(2\beta)$ (-0.722 ± 0.046), dove β è uno degli angoli del Triangolo Unitario. Il risultato dell'analisi è stato sottomesso in forma di *conference paper* alla conferenza *Lepton Photon 2005*.

Sempre per lo stesso canale si è inoltre ottenuta una stima della deviazione massima dei valori dell'asimmetria di CP dipendente dal tempo per $\Delta C < 0.16$ e $\Delta S < 0.08$, dovuta a contributi non perturbativi soppressi nell'ampiezza, di modo che con l'aumentare della luminosità raccolta presso le B -factory si possano distinguere eventuali contributi di Nuova Fisica dalle incertezze adroniche coinvolte nella misura.

Infine, più in generale, nel proporre una nuova metodologia di estrazione dei parametri effettivi dalla teoria sui canali $B \rightarrow KKK$, $B \rightarrow K\pi\pi$ e $B \rightarrow \pi\pi\pi$ mediante una analisi sul piano di Dalitz di ognuno di questi sottogruppi di canali, si è potuto concludere che il numero di vincoli sperimentali supera in tutti e tre i casi il numero di parametri teorici da determinare, così che questo nuovo metodo potrebbe essere usato in un futuro esperimento ad alta statistica per studiare la consistenza del Modello Standard, tenendo in conto tutti i contributi dovuti alle interazioni forti a partire direttamente dai dati.

Ringraziamenti

Desidero innanzitutto ringraziare i professori Guido Martinelli e Fernando Ferroni, tramite i cui corsi sono stato contagiato del desiderio di indagare più a fondo la fisica delle interazioni fondamentali fra le particelle elementari e dalla collaborazione dei cui gruppi è potuto nascere questo lavoro, in cui ha potuto trovare sfogo sia la mia voglia di approfondire la fenomenologia in gioco, che la voglia di *toccare con mano* la realtà sperimentale, di *vedere* quelle particelle le cui interazioni sono così elegantemente descritte dalla teoria.

È stato molto bello ed istruttivo, nel corso dell'analisi sperimentale, lavorare con il *mitico* “Charmless Group” di Roma, con Emanuele, sempre pronto e disponibile a discutere con me e lavorare insieme su ogni dettaglio dell'analisi, con Maurizio, che, anche da Parigi, non abbandonandomi mai un'attimo, ha fatto sì che quest'analisi passasse indenne i momenti più critici, e Luca (il sergente Cavoto), che con i suoi suggerimenti preziosi e la sua proverbiale calma, ha diretto in maniera impeccabile tutto il lavoro.

Desidero poi ringraziare Luca Silvestrini, per la disponibilità dimostrata e il bel mese passato con lui a Monaco discutendo e lavorando sui decadimenti a tre corpi del mesone B .

Certamente questo anno non sarebbe stato così divertente se non fosse stato intensamente vissuto in “baita”, grazie a tutti i compagni di avventura di *BABAR*, una vera e propria famiglia, Fabio, Luca, Riccardo, Baffetto, Cecilia, Alessia, Francesco, Maurizio, Luigi, Betta, Viola e tutti i restanti partecipanti alle settimanali - terribili ma utili - riunioni dei *Laureandi Anonimi*. In particolare vorrei ringraziare Viola, con cui ho condiviso questa avventura a partire dal corso di Laboratorio di fisica delle particelle, il bellissimo periodo passato a Slac per il *Collaboration Meeting* ed i sabati e le domeniche di intenso lavoro in “baita”.

Ringrazio inoltre i miei compagni di università e di esami, a partire da Paolo, Luca, Gigi, Marcella, Riccardo, Giorgio, Paola, Walter, John, Silvia, Daniela e tutti quelli che ora, nella fretta, mi sto dimenticando.

Desidero infine ringraziare la mia famiglia, a partire dai miei genitori Pietro e Ulrike, per il loro affettuoso supporto e la loro vicinanza che non è mai mancato in nessuna delle numerose scelte che ho fatto sinora, ed i miei fratelli Paolo, Marco, Teresa e Carlo Alberto, per la loro insostituibile allegria, le mie due nonne Mumi e Teresa, i miei zii e tutti i parenti più stretti. Un pensiero molto forte va a zia Betta, che avrebbe fatto i salti di gioia ad essere presente il giorno della mia laurea.

Appendice A

Parametri RGI ed ampiezze

A.1 Combinazioni RGI con pinguini

I contributi che derivano dalle contrazioni a pinguino degli operatori Q_1 e Q_2 , insieme agli altri termini descritti in Sez. 2.4 (necessari per annullare la dipendenza dalla scala di rinormalizzazione μ) sono¹:

$$\begin{aligned}
 P_1 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
 & C_1 * DP(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CP(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
 & + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CE(z1, z2, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DE(z1, z2, z2, z3, x, y, z, w)) \\
 & + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CE2(z1, z2, z3, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DE2(z1, z2, z3, z3, x, y, z, w)) \\
 & + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CA(z1, z2, z3, spect, x, y, z, w) + C_{2l} DA(z1, z2, z3, spect, x, y, z, w)) \\
 & + \sum_{l=2}^5 \left(\sum_q (C_{2l-1} DP(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CP(q, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \right) \\
 & + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CP(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DP(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
 & + (C_{7\gamma} CE_G(z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{8G} CE_G(z1, z2, z3, x, y, z, w)) \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

¹qui ordiniamo per classe, si noti che la numerazione non segue le classi

$$\begin{aligned}
P_3 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
1 \quad & C_1 * DP_2(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CP_2(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CE_2(z1, z2, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DE_2(z1, z2, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CA_2(z1, z2, spect, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DA_2(z1, z2, spect, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DE(z3, z3, z1, z2, x, w, y, z) + C_{2l} CE(z3, z3, z1, z2, x, w, y, z)) \\
& + \sum_{l=2}^5 \left(\sum_q (C_{2l-1} DP_2(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CP_2(q, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \right) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CPE_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DPE_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + (C_{7\gamma} CEA_{2G}(z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{8G} CEA_{2G}(z1, z2, z3, x, y, z, w)) \quad (A.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_2 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
& C_1 * DPE(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CPE(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CEA(z1, spect, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DE(z1, spect, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DE2(z3, z2, z3, z1, x, z, w, y) + C_{2l} CE2(z3, z2, z3, z1, x, z, w, y)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DE2(z2, z3, z2, z1, x, w, z, y) + C_{2l} CE2(z2, z3, z2, z1, x, w, z, y)) \\
& + \sum_{l=2}^5 \left(\sum_q (C_{2l-1} DPE(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CPE(q, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \right) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CPE(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DPE(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + (C_{7\gamma} CEA_G(z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{8G} CEA_G(z1, z2, z3, x, y, z, w)) \quad (A.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_4 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
& C_1 * DPE_2(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CPE_2(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}CEA_2(z1, spect, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l}DEA_2(z1, spect, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}DE_2(z2, z2, z1, z3, x, z, y, w) + C_{2l}CE_2(z2, z2, z1, z3, x, z, y, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}DE_2(z3, z3, z1, z2, x, w, y, z) + C_{2l}CE_2(z3, z3, z2, z1, x, w, y, z)) \\
& + \sum_{l=2}^5 \left(\sum_q (C_{2l-1}DPE_2(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l}CPE_2(q, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \right) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}CP_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l}DP_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + (C_{7\gamma}CA_{2G}(z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{8G}CA_{2G}(z1, z2, z3, x, y, z, w)) \tag{A.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_7 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
& C_1 * DPA_{3C}(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CPA_{3C}(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}DA(z3, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l}CA(z3, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}DA(z1, z2, z3, z1, x, z, w, y) + C_{2l}CA(z1, z2, z3, z1, x, z, w, y)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}DA(z2, z3, z1, z2, x, w, y, z) + C_{2l}CA(z2, z3, z1, z2, x, w, y, z)) \\
& + \sum_{l=2}^5 \left(\sum_q (C_{2l-1}DPA_{3C}(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l}CPA_{3C}(q, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \right) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1}CPA_{3C}(spect, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l}DPA_{3C}(spect, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + (C_{7\gamma}DA_G(z3, z1, z2, x, w, y, z) + C_{8G}DA_{2G}(z3, z1, z2, x, w, y, z)) \tag{A.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_6 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
& C_1 * DPA_{32}(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CPA_{32}(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DA_2(z2, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CA_2(z2, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DA_2(z1, z2, z1, z3, x, z, y, w) + C_{2l} CA_2(z1, z2, z1, z3, x, z, y, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DEA(z3, z3, z1, z2, x, w, y, z) + C_{2l} CEA(z3, z3, z1, z2, x, w, y, z)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (\sum_q (C_{2l-1} DPA_{32}(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CPA_{32}(q, z1, z2, z3, x, y, z, w))) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CPA_{32}(spect, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DPA_{32}(spect, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + (C_{7\gamma} DA_{2G}(z2, z1, z3, x, z, y, w) + C_{8G} DA_{2G}(z2, z1, z3, x, z, y, w)) \tag{A.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_5 \quad & (z1, z2, z3, x, y, z, w) = \\
& C_1 * DPA_3(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_2 * CPA_3(c, z1, z2, z3, x, y, z, w) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DEA_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CEA_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DEA_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CEA_2(z1, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} DEA_2(z3, z3, z1, z2, x, w, y, z) + C_{2l} CE_2(z3, z3, z1, z2, x, w, y, z)) \\
& + \sum_{l=2}^5 (\sum_q (C_{2l-1} DPA_3(q, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} CPA_3(q, z1, z2, z3, x, y, z, w))) \\
& + \sum_{l=2}^5 (C_{2l-1} CPA_3(spect, z1, z2, z3, x, y, z, w) + C_{2l} DPA_3(spect, z1, z2, z3, x, y, z, w)) \\
& + (C_{7\gamma} DEA_{2G}(z3, z1, z2, x, w, y, z) + C_{8G} DEA_{2G}(z3, z1, z2, x, w, y, z)) \tag{A.7}
\end{aligned}$$

A.2 Combinazioni RGI con pinguini GIM soppressi

I contributi che si ottengono a partire dai termini di hamiltoniana $Q_1^{d_i uu}(\mu) - Q_1^{d_i cc}(\mu)$ per le classi dalla A alla G, in ordine di classe, sono i seguenti:

$$\begin{aligned}
 P_{1gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DP(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DP(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
 &\quad + C_2 * (CP(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DP(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \tag{A.8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{3gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DP_2(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DP_2(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
 &\quad + C_2 * (CP_2(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DP_2(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \tag{A.9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{2gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DPE(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPE(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
 &\quad + C_2 * (CPE(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPE(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \tag{A.10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{4gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DPE_2(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPE_2(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
 &\quad + C_2 * (CPE_2(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPE_2(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \tag{A.11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{7gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DPA_{3C}(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPA_{3C}(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
 &\quad + C_2 * (CPA_{3C}(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPA_{3C}(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \tag{A.12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{6gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DPA_{32}(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPA_{32}(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
 &\quad + C_2 * (CPA_{32}(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPA_{32}(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \tag{A.13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{5gim}(q3, q2, q1, x, y, z, w) &= C_1 * (DPA_3(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPA_3(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \\
 &\quad + C_2 * (CPA_3(u, q3, q2, q1, x, y, z, w) \\
 &\quad - DPA_3(c, q3, q2, q1, x, y, z, w)) \tag{A.14}
 \end{aligned}$$

A.3 Ampiezze di decadimento $B \rightarrow K\pi\pi$

$$\begin{aligned}
A(B_d \rightarrow K^0 \pi^+ \pi^-) = & \\
& + V_{ts} V_{tb}^* (-P_1(s, d, u, B_d, K^0, \pi^+, \pi^-) - P_2(s, d, u, B_d, K^0, \pi^-, \pi^+)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (\bar{e}_1(u, d, u, s, B_d, \pi^-, \pi^+, K^0) + \bar{e}_2(s, d, u, u, B_d, K^0, \pi^+, \pi^-) \\
& \quad - P_{1gim}(s, d, u, B_d, K^0, \pi^+, \pi^-) - P_{2gim}(s, d, u, B_d, K^0, \pi^-, \pi^+))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B_d \rightarrow K^0 \pi_1^0 \pi_2^0) = & \\
& + V_{ts} V_{tb}^* (P_1(s, d, d, B_d, K^0, \pi^0, \pi^0) + P_2(s, u/d, u/d, B_d, K^0, \pi^0, \pi^0)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (e_1(u, u, s, d, B_d, \pi^0, K^0, \pi^0) - \bar{e}_1(u, u, u, s, B_d, \pi^0, \pi^0, K^0) \\
& \quad + P_{1gim}(s, d, d, B_d, K^0, \pi^0, \pi^0) + P_{2gim}(s, u/d, u/d, B_d, K^0, \pi^0, \pi^0))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B_d \rightarrow \pi^0 K^+ \pi^-) = & \\
(+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{us} V_{ub}^* (-e_1(u, u, s, u, B_d, \pi^0, K^+, \pi^-) - \bar{e}_2(s, u, u, u, B_d, K^+, \pi^0, \pi^-))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B^+ \rightarrow K^+ \pi^- \pi^+) = & \\
& + V_{ts} V_{tb}^* (-P_1(s, u, d, B^+, K^+, \pi^-, \pi^+) - P_2(s, d, u, B^+, K^+, \pi^-, \pi^+)) \\
& + V_{us} V_{ub}^* (e_2(s, u, u, d, B^+, K^+, \pi^-, \pi^+) + \bar{e}_1(u, d, u, s, B^+, \pi^-, \pi^+, K^+) \\
& \quad + a_2(s, u, d, u, B^+, K^+, \pi^-, \pi^+) + e a_2(s, u, d, u, B^+, K^+, \pi^-, \pi^+) \\
& \quad - P_{1gim}(s, u, d, B^+, K^+, \pi^-, \pi^+) - P_{2gim}(s, d, u, B^+, K^+, \pi^-, \pi^+))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B^+ \rightarrow K^+ \pi_1^0 \pi_2^0) = & \\
+ V_{ts} V_{tb}^* (P_1(s, u, u, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0) + P_2(s, u/d, u/d, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0)) & \\
+ V_{us} V_{ub}^* (-e_1(u, u, s, u, B^+, \pi^0, K^+, \pi^0) - e_2(s, u, u, u, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0) & \\
- \bar{e}_1(u, u, u, s, B^+, \pi^0, \pi^0, K^+) - \bar{e}_2(s, u, u, u, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0) & \\
- a_2(s, u, u, u, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0) - e a_2(s, u, u/d, u/d, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0)) & \\
+ P_{1gim}(s, u, u, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0) + P_{2gim}(s, u/d, u/d, B^+, K^+, \pi^0, \pi^0) &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 K^0) = & \\
+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{us} V_{ub}^* (e_1(u, u, s, d, B^+, \pi^0, K^0, \pi^+) + \bar{e}_2(s, d, u, u, B^+, K^0, \pi^+, \pi^0)) &
\end{aligned}$$

Nelle ampiezze appena elencate, sotto assunzione di $SU(2)$ risulta esserci una simmetrizzazione implicita nello scambio dei due π .

A.4 Ampiezze di decadimento $B \rightarrow \pi\pi\pi$

$$\begin{aligned}
A(B_d \rightarrow \pi_1^0 \pi_2^0 \pi_3^0) = & \\
+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{ub}^* (e_1(u, u, d, d, B_d, \pi_1^0, \pi_2^0, \pi_3^0) - \bar{e}_1(u, u, u, d, B_d, \pi_3^0, \pi_2^0, \pi_1^0) & \\
+ a_1(u, u, u, u, B_d, \pi_1^0, \pi_3^0, \pi_2^0) + e a_1(u, u, u/d, u, B_d, \pi_1^0, \pi_3^0, \pi_2^0) & \\
+ P_{1gim}(d, d, d, B_d, \pi_1^0, \pi_2^0, \pi_3^0) + P_{2gim}(d, u/d, u/d, B_d, \pi_1^0, \pi_3^0, \pi_2^0)) & \\
+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{td} V_{tb}^* (P_1(d, d, d, B_d, \pi_1^0, \pi_2^0, \pi_3^0) + P_2(d, u/d, u/d, B_d, \pi_1^0, \pi_3^0, \pi_2^0)) &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(B_d \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-) = & \\
+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{ub}^* (-e_1(u, u, d, u, B_d, \pi^0, \pi^+, \pi^-) + \bar{e}_1(u, d, u, d, B_d, \pi^-, \pi^+, \pi^0) & \\
- a_1(u, u, d, u, B_d, \pi^0, \pi^-, \pi^+) - e a_1(u, u, d, u, B_d, \pi^0, \pi^-, \pi^+)) & \\
- P_{1gim}(d, u/d, u/u, B_d, \pi^0, \pi^+, \pi^-) - P_{2gim}(d, d, u, B_d, \pi^0, \pi^-, \pi^+) & \\
+ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{td} V_{tb}^* (-P_1(d, u/d, u/d, B_d, \pi^0, \pi^+, \pi^-) - P_2(d, d, u, B_d, \pi^0, \pi^-, \pi^+)) &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \quad (B^+ \rightarrow \pi_1^+ \pi_3^- \pi_2^+) = \\
+ \quad V_{ud} V_{ub}^* (e_2(d, u, u, d, B^+, \pi_1^+, \pi_3^-, \pi_2^+) + \bar{e}_1(u, d, u, d, B^+, \pi_3^-, \pi_2^+, \pi_1^+) \\
+ a_2(d, u, d, u, B^+, \pi_2^+, \pi_3^-, \pi_1^+) + e a_2(d, u, d, u, B^+, \pi_1^+, \pi_3^-, \pi_2^+) \\
- P_{1gim}(d, u, d, B^+, \pi_1^+, \pi_3^- \pi_2^+; 2 \leftrightarrow 3) - P_{2gim}(d, d, u, B^+, \pi_1^+, \pi_3^-, \pi_2^+)) \\
+ \quad V_{td} V_{tb}^* (-P_1(d, u, d, B^+, \pi_1^+, \pi_3^-, \pi_2^+; 2 \leftrightarrow 3) - P_2(d, d, u, B^+, \pi_1^+, \pi_3^-, \pi_2^+))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A \quad (B^+ \rightarrow \pi_1^+ \pi_2^0 \pi_3^0) = \\
+ \quad \frac{1}{2} V_{ud} V_{ub}^* (-e_2(d, u, u, u, B^+, \pi_1^+, \pi_3^0, \pi_2^0) - \bar{e}_1(u, u, u, d, B^+, \pi_3^0, \pi_2^0, \pi_1^+) \\
- a_2(d, u/d, u/d, u, B^+, \pi_2^0, \pi_3^0, \pi_1^+) - e a_2(d, u, u/d, u, B^+, \pi_1^+, \pi_3^0, \pi_2^0) \\
+ P_{1gim}(d, d, d, B^+, \pi_1^0, \pi_3^0, \pi_2^+; 2 \leftrightarrow 3) + P_{2gim}(d, u/d, u/d, B^+, \pi_1^+, \pi_3^0, \pi_2^0)) \\
+ \quad \frac{1}{2} V_{td} V_{tb}^* (+P_1(d, u/d, u/d, B^+, \pi_1^0, \pi_3^0, \pi_2^+) + P_2(d, u/d, u/d, B^+, \pi_1^+, \pi_3^0, \pi_2^0))
\end{aligned}$$

Nelle precedenti ampiezze, grazie all'assunzione di $SU(2)$ forte, è implicita la simmetrizzazione rispetto allo scambio reciproco di tutte e tre le particelle ($3! = 6$ scambi possibili).

Appendice B

Stima del numero di eventi dal Monte Carlo

L’ottimizzazione dei tagli di selezione per la nostra analisi non fa uso degli eventi Monte Carlo simulati per il fondo continuo e $B\bar{B}$ (come spiegato in Sez. 4.6). Abbiamo deciso infatti di usare le “Sideband” a causa del fatto che abbiamo trovato una notevole discrepanza fra il Monte Carlo di fondo continuo ed il campione di dati (che per la maggior parte degli eventi é anch’esso costituito da fondo continuo) nel numero di eventi che passano la nostra selezione.

A causa dell’alta molteplicitá di candidati ricostruiti (dovuti come abbiamo visto al fondo di natura combinatoria, con una media di 2.26 candidati ricostruiti per evento subito dopo la preselezione), un certo grado di inaccuratezza della ricostruzione Monte Carlo dell’evento simulato é da mettere in conto: in questa maniera una differenza a livello del 6% subito dopo la preselezione fra i dati ed il MC é ragionevole. Tuttavia, applicando i tagli di selezione, troviamo differenze molto rilevanti (ved. Tab. B.1).

Le differenze piú grandi le abbiamo riscontrate sui tagli sulla massa e sulla significanza statistica sul tempo di volo del K_S^0 che decade in $\pi^+ \pi^-$ ($\tau/\sigma(\tau)$). Rendere meno stringenti i tagli su $K_S^0(+ -)$ per migliorare l’accordo dati/MC é una strategia che abbiamo tentato, ma senza successo, poiché in questo caso l’accordo migliora per il taglio in questione, ma peggiora notevolmente per il taglio correlato su $\tau/\sigma(\tau)$.

Un’altra differenza notevole (a livello del 10%) é sul taglio del $\chi_{B^0}^2$, differenza che potrebbe risultare rilevante anche sul segnale Monte Carlo, che invece -necessariamente- usiamo nell’ottimizzazione. Questo giustifica il fatto che nell’ottimizzazione che facciamo per individuare la migliore selezione applichiamo un taglio sul $\chi_{B^0}^2$ piú lasco ($\chi_{B^0}^2 < 20$ invece della scelta suggerita dall’ottimizzazione multidimensionale, $\chi_{B^0}^2 < 12.5$).

Variable	Segnale MC	Dati	Segnale+Fondi da MC	Discrepanza passo per passo
Prima dello skim	1634	924940000	924950857.5	-
Dopo la preselezione	171.784	378569	401554.614	6.070 %
Efficienza di preselez.	10.51 %	0.0409 %	0.0434 %	6.070 %
M_{REC}	146.098	215921	230087	0.461 %
M_{MISS}	145.354	206614	220265	0.043 %
LAT_γ	133.218	171974	186415	1.679 %
$Mass_{K_S^0(00)}$	111.588	113448	124768	1.459 %
$Mass_{\pi^0}$	100.222	78387	90329	4.780 %
E_γ	86.086	58113	64460	-3.743 %
$Mass_{K_S^0(+ -)}$	76.756	19749	23238	6.081 %
$lfsig_{K_S^0}$	69.072	5481	7380	14.427 %
$Rdec_{K_S^0(+ -)}$	68.626	5279	7066	-0.584 %
χ_B^2	63.74	3136	4686	11.642 %
Veto su $\chi_{c0,c2}$	53.402	2748	4055	-1.269 %
Efficienza di selez.	31.09 %	0.726 %	0.927 %	39.1 %
Efficienza overall	3.268 %	2.971e-6	4.117e-6	47.5 %

Tabella B.1: Decremento dell’efficienza di selezione per i vari tagli, stimata dal Monte Carlo (segnale, fondo di generico $B\bar{B}$ e continuo riscaldati ognuno alla luminosità *on resonance*) e direttamente sui dati. L’ultima colonna quantifica la discrepanza fra i due diversi approcci.

D’altro canto, ci aspettiamo che questa discrepanza condizioni in maniera quasi esclusiva i Monte Carli di fondo $B\bar{B}$ e continuo. Il numero di $K_S^0(+ -)$ o di π^0 finti é scorrettamente riprodotto nel Monte Carlo, ma il segnale contiene solo un numero molto piccolo di combinazioni spurie di questi (soprattutto dopo l’applicazione dell’algoritmo di scelta del miglior candidato), mentre é ragionevole aspettarsene un contributo di notevole entità nel fondo.

Una stima approssimativa del numero di eventi da usare come valori attesi sul campione di dati per i *toy Monte Carlo* ed i *Mock Fit* viene allora ottenuta con la seguente procedura:

- usiamo il numero di eventi di segnale direttamente come stimati dal segnale Monte Carlo
- riscaldiamo il numero di eventi di fondo $B\bar{B}$ in base ad un fattore di correzione stimato dai dati dal nostro campione di dati *on resonance* e dai campioni Monte Carlo di fondo continuo e $B\bar{B}$ (confrontando gli eventi nelle “Sideband” di questi tre campioni, utilizzando l’Eq. B.1, dove le “Sideband” sono definite come in Sez. 4.5).

- stimiamo il numero di eventi $q\bar{q}$ ($q = u, d, s, c$), come differenza fra il numero di eventi che passano la selezione sul campione di dati e gli eventi attesi di segnale e fondo $B\bar{B}$ come appena stimati.

$$CORR_{FACT} = \frac{n(data\ sidebands)}{n(B\ background\ MC\ sidebands) + n(continuum\ background\ MC\ sidebands)} \quad (B.1)$$

In questa maniera stimiamo un $CORR_{FACT}$ di 0.653 e cosí riscaliamo il numero di eventi aspettato in base alla selezione sul Monte Carlo di fondo $B\bar{B}$ da 51.4 ± 3.5 a 34 eventi. Poiché 2749 é il numero di eventi che passano la selezione sul nostro campione *on resonance*, usiamo nei toy Monte Carlo e nei mock fit i seguenti valori per i numeri di eventi aspettati:

- $N_{sig} = 52$
- $N_{bb} = 34$
- $N_{bkg} = 2663$

Questi valori sono inoltre consistenti con i risultati ottenuti dal fit finale, in cui tutti i valori relativi al numero di eventi di ciascuna componente sono lasciati liberi di essere determinati sui dati (ved. Tab. 6.17).

Appendice C

Parametrizzazione delle pdf

C.1 Sistematiche in $B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$ con un $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$

Riportiamo qui gli errori su S e C dovuti alla parametrizzazione delle *pdf* del segnale e del fondo $B\bar{B}$ sui rispettivi campioni Monte Carlo, come descritto in Sez. 6.5.1.

A partire da Tab. C.1 a Tab. C.3 mostriamo il contributo relativo a m_{Miss} , m_{Rec} , ed l_2 . Per Δt , i parametri ed i loro errori sono presi da B -Reco. Gli errori associati sono dati a partire da Tab. C.4 a Tab. C.7, includendo la parte relativa alla conoscenza delle efficienze di *tag*, le relative asimmetrie, le diluzioni D e ΔD . Nelle tabelle, per completezza riportiamo anche gli errori su N_{sig} .

Da Tab. C.8 fino a Tab. C.14 mostriamo le analoghe tabelle per il fondo $B\bar{B}$.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$m_{Rec} \text{ mean}$	5.3 ± 0.0008	0.00045	0.000158	0.000684	0.000461	0.0664	0.0128
$m_{Rec} \sigma_L$	0.0416 ± 0.0009	0.00155	0.000938	0.000901	0.000668	0.104	0.0442
$m_{Rec} \sigma_R$	0.0252 ± 0.0006	0.000878	0.000477	0.00067	0.000427	0.033	0.0155
$m_{Rec} \alpha_L$	0.325 ± 0.012	0.00167	0.00132	0.000529	0.000252	0.102	0.0523
$m_{Rec} \alpha_R$	0.237 ± 0.006	0.000629	0.000446	0.000962	0.000862	0.0396	0.00602
<i>mean from MC</i>		0.012	0.012	0.015	0.015	0.67	0.67
errore su m_{Rec}		0.012	0.012	0.015	0.015	0.69	0.67

Tabella C.1: Contributo all'errore sistematico derivante dalla parametrizzazione di m_{REC} sul segnale.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$m_{Miss} \text{ mean}$	5.28 ± 0.0009	0.0199	0.0174	0.00587	0.00171	0.00853	0.211
$m_{Miss} \sigma_L$	0.0062 ± 0.0006	0.0217	0.0158	0.00715	0.00294	0.864	0.679
$m_{Miss} \sigma_R$	0.0064 ± 0.0006	0.00192	0.00105	0.00122	0.00165	0.376	0.124
$m_{Miss} \alpha_L$	0.001 ± 0.046	0.000142	0.00321	0.000138	0.00385	0.0248	0.525
$m_{Miss} \alpha_R$	0 ± 0.02	0.000142	0.000471	0.000138	0.000908	0.0248	0.0127
$m_{Miss} \text{ errors}$		0.0295	0.0237	0.00933	0.00547	0.9430	0.8926

Tabella C.2: Contributo all'errore sistematico derivante dalla parametrizzazione di m_{Miss} sul segnale.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$norml_{12}mean1_{Cat1}$	0.475 ± 0.0195	0.000579	0.000726	0.00168	0.00129	0.0228	0.0199
$norml_{12}mean1_{Cat2}$	0.393 ± 0.0129	0.000681	4.44e-05	0.00468	0.00461	0.175	0.141
$norml_{12}mean1_{Cat3}$	0.424 ± 0.0277	0.00142	0.00112	0.00644	0.00697	0.392	0.387
$norml_{12}mean1_{Cat4}$	0.412 ± 0.0227	0.0107	0.00791	0.00151	0.000644	0.25	0.201
$norml_{12}mean1_{Cat5}$	0.407 ± 0.0229	0.00238	0.00238	0.000454	3.34e-05	0.164	0.106
$norml_{12}mean1_{Cat6}$	0.505 ± 0.0256	0.00219	0.00195	0.00101	0.000533	0.035	0.0453
$norml_{12}mean1_{NoTag}$	0.41 ± 0.017	0.000126	0.000126	0.000121	0.000121	0.329	0.271
$norml_{12}mean2_{Cat1}$	0.202 ± 0.00937	0.00207	0.00166	0.000272	5.99e-05	0.0353	0.0119
$norml_{12}mean2_{Cat2}$	0.205 ± 0.0102	0.000589	5.27e-05	0.00057	0.000225	0.0179	0.0321
$norml_{12}mean2_{Cat3}$	0.262 ± 0.0108	0.000572	0.000485	0.0016	0.0017	0.0573	0.0146
$norml_{12}mean2_{Cat4}$	0.261 ± 0.0101	0.000144	0.000266	0.00131	0.00137	0.101	0.0487
$norml_{12}mean2_{Cat5}$	0.25 ± 0.0109	0.000452	0.000306	0.0013	0.00117	0.0739	0.0283
$norml_{12}mean2_{Cat6}$	0.294 ± 0.0099	0.000805	0.000566	0.000426	0.000168	0.229	0.179
$norml_{12}mean2_{NoTag}$	0.279 ± 0.00829	0.000126	0.000118	0.000121	0.000114	0.136	0.0791
$norml_{12}sigma1_{Cat1}$	0.142 ± 0.00907	0.000515	0.000414	0.000803	0.000817	0.0379	0.0111
$norml_{12}sigma1_{Cat2}$	0.153 ± 0.00517	0.00125	0.000442	0.00238	0.00234	0.101	0.0618
$norml_{12}sigma1_{Cat3}$	0.142 ± 0.00783	0.000573	0.000357	0.00148	0.0013	0.109	0.058
$norml_{12}sigma1_{Cat4}$	0.137 ± 0.00674	0.00489	0.00453	0.00125	0.000843	0.034	0.00499
$norml_{12}sigma1_{Cat5}$	0.135 ± 0.00713	0.000924	0.00068	0.000464	0.000471	0.0323	0.0126
$norml_{12}sigma1_{Cat6}$	0.0992 ± 0.00932	0.000218	5.07e-05	0.000393	0.000118	0.0657	0.0137
$norml_{12}sigma1_{NoTag}$	0.132 ± 0.00463	0.000142	0.000141	0.000138	0.000137	0.028	0.027
$norml_{12}sigma2_{Cat1}$	0.0984 ± 0.00635	0.0016	0.00141	0.00037	0.000177	0.0147	0.0333
$norml_{12}sigma2_{Cat2}$	0.0835 ± 0.0077	0.00171	0.00142	0.000528	0.000321	0.0101	0.0341
$norml_{12}sigma2_{Cat3}$	0.106 ± 0.00568	0.000498	0.000348	0.000702	0.000618	0.0373	0.00597
$norml_{12}sigma2_{Cat4}$	0.0995 ± 0.00557	0.000425	1.29e-05	0.00107	0.000851	0.0657	0.015
$norml_{12}sigma2_{Cat5}$	0.0992 ± 0.00576	0.000777	0.000483	0.000377	0.000118	0.0273	0.0195
$norml_{12}sigma2_{Cat6}$	0.101 ± 0.00486	2.86e-05	0.00018	0.000253	1.67e-05	0.0367	0.015
$norml_{12}sigma2_{NoTag}$	0.0987 ± 0.00437	0.000126	0.000138	0.000121	0.000133	0.00954	0.0349
$norml_{12}f1_{Cat1}$	0.487 ± 0.0529	0.00349	0.00294	0.00115	0.000952	0.0148	0.0344
$norml_{12}f1_{Cat2}$	0.735 ± 0.0553	0.00237	0.00164	0.00274	0.00211	0.108	0.0549
$norml_{12}f1_{Cat3}$	0.492 ± 0.111	0.00255	0.00261	0.0071	0.0072	0.387	0.316
$norml_{12}f1_{Cat4}$	0.527 ± 0.101	0.00566	0.00436	0.0026	0.00176	0.347	0.265
$norml_{12}f1_{Cat5}$	0.57 ± 0.105	0.00242	0.00199	0.00191	0.00166	0.208	0.143
$norml_{12}f1_{Cat6}$	0.247 ± 0.0644	0.00139	0.00105	0.00163	0.00122	0.262	0.197
$norml_{12}f1_{NoTag}$	0.514 ± 0.0872	0.000126	0.000126	0.000121	0.000121	0.412	0.336
errori su l_2		0.0152	0.0121	0.0127	0.0124	1.038	0.836

Tabella C.3: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione dei parametri di l_2 sul segnale determinati sul campione MC di segnale

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$\mu_{tag} Cat.1$	0.0034 ± 0.0164	0.000455	0.000233	0.00624	0.00608	0.0259	0.0179
$\mu_{tag} Cat.2$	-0.0287 ± 0.0156	0.00178	0.00139	0.00329	0.00324	0.00924	0.0367
$\mu_{tag} Cat.3$	-0.0025 ± 0.0139	0.00107	0.000881	0.00107	0.000898	0.02	0.025
$\mu_{tag} Cat.4$	-0.0089 ± 0.0916	0.0116	0.00957	0.00929	0.00805	0.0927	0.04
$\mu_{tag} Cat.5$	-0.0201 ± 0.016	0.00738	0.00654	0.00104	0.000855	0.0189	0.027
$\mu_{tag} Cat.6$	0.0089 ± 0.0191	0.00239	0.00194	0.000335	1.59e-05	0.0142	0.0311
errori su μ_{tag}		0.0141	0.0112	0.0118	0.0107	0.102	0.075

Tabella C.4: Cambiamenti nel valore di S e C come risultato della variazione dei parametri dell'asimmetria di tag in base all'incertezza statistica associata, determinata sul campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$D_{tag} Cat.1$	0.936 ± 0.0094	0.003	0.00294	0.00703	0.00698	0.0208	0.0228
$D_{tag} Cat.2$	0.9 ± 0.0101	0.00525	0.00492	0.00188	0.00163	0.026	0.0176
$D_{tag} Cat.3$	0.692 ± 0.0111	0.00115	0.000887	0.00194	0.00168	0.021	0.0227
$D_{tag} Cat.4$	0.543 ± 0.014	0.00547	0.00441	0.000528	0.000288	0.024	0.0207
$D_{tag} Cat.5$	0.338 ± 0.0146	0.00203	0.00164	0.0035	0.00337	0.0228	0.0221
$D_{tag} Cat.6$	0.182 ± 0.0183	0.00278	0.00258	0.00428	0.00399	0.0318	0.012
$\Delta D_{tag} Cat.1$	0.0057 ± 0.018	0.000938	0.000699	0.00865	0.00851	0.025	0.0187
$\Delta D_{tag} Cat.2$	0.041 ± 0.019	0.00415	0.00392	0.00105	0.000818	0.0121	0.0315
$\Delta D_{tag} Cat.3$	0.0285 ± 0.019	0.000755	0.000532	0.00146	0.00129	0.0229	0.0225
$\Delta D_{tag} Cat.4$	0.0018 ± 0.0227	0.000237	7.8e-06	0.00197	0.00185	0.017	0.0291
$\Delta D_{tag} Cat.5$	-0.125 ± 0.0225	0.00194	0.00168	0.00174	0.0015	0.0173	0.0266
$\Delta D_{tag} Cat.6$	-0.0843 ± 0.0272	0.000541	0.000145	0.000358	0.000345	0.0567	0.00419
D_{tag}		0.01012	0.0090	0.0131	0.0127	0.094	0.076

Tabella C.5: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione della diluizione e dell'asimmetria di diluizione del segnale, categoria per categoria, in base all'errore statistico associato sul campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$b_{core} Cat1$	-0.0481 ± 0.044	0.00708	0.00644	0.00527	0.00554	0.0226	0.0229
$b_{core} Cat2$	-0.103 ± 0.0428	0.00553	0.00526	0.000754	0.000472	0.0231	0.0212
$b_{core} Cat3$	-0.197 ± 0.0336	0.00162	0.00117	0.000575	0.000383	0.0199	0.0279
$b_{core} Cat4$	-0.215 ± 0.0355	0.00103	0.000567	0.00189	0.00185	0.0569	0.0132
$b_{core} Cat5$	-0.202 ± 0.0343	0.00373	0.00318	0.000419	0.000177	0.0171	0.0283
$b_{core} Cat6$	-0.151 ± 0.0413	0.000652	0.000331	7.38e-05	0.000192	0.0174	0.032
$b_{core} NoTag$	-0.206 ± 0.0269	0.000138	6.4e-05	0.000133	6.08e-05	0.0491	0.000152
σ_{core}	1.06 ± 0.0279	0.00396	0.00334	0.000712	0.000432	0.0647	0.013
b_{tail}	-1.24 ± 0.206	0.0029	0.002	0.000577	0.000323	0.0512	0.000191
f_{tail}	0.0937 ± 0.0119	0.00255	0.00196	0.000299	6.59e-05	0.0878	0.0339
f_{out}	0.00434 ± 0.00087	0.000504	0.000207	0.000198	4.87e-05	0.0119	0.0349
errori sulla funz. di ris.		0.0114	0.0100	0.0058	0.0059	0.1495	0.0793

Tabella C.6: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione dei parametri della funzione di risoluzione di 1 sigma

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$\epsilon_{tag} Cat.1$	0.0875 ± 0.0012	0.000577	0.000262	0.000431	0.000149	0.0686	0.0183
$\epsilon_{tag} Cat.2$	0.109 ± 0.0014	0.000497	0.000349	0.000738	0.000654	0.0587	0.012
$\epsilon_{tag} Cat.3$	0.171 ± 0.0017	0.000294	2.04e-05	1.22e-05	0.000246	0.0685	0.0177
$\epsilon_{tag} Cat.4$	0.136 ± 0.0016	0.00108	0.000734	0.000282	3.34e-06	0.0176	0.0309
$\epsilon_{tag} Cat.5$	0.147 ± 0.0007	0.000114	0.000153	0.000135	0.00012	0.0109	0.0367
$\epsilon_{tag} Cat.6$	0.0992 ± 0.0012	0.000171	0.000107	0.000349	8.92e-05	0.0328	0.0162
errori su ϵ_{tag}		0.00131	0.00087	0.00097	0.00073	0.1198	0.0580

Tabella C.7: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione delle efficienze di tag sul segnale in base all'incertezza statistica determinata sul campione.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$(B \bar{B}) m_{Miss} cutoff$	5.3 ± 0.00183	0.000509	0.000278	5.71e-06	0.000274	0.0252	0.0132
$(B \bar{B}) m_{Miss} shape$	-22.4 ± 5.39	0.000384	0.00016	0.000224	0.000117	0.0376	0.00493
$(B \bar{B}) m_{Rec} pl$	-0.18 ± 0.00243	0.00264	0.00137	0.000824	7.2e-05	0.127	0.044
errori su m_{Miss} e m_{Rec}		0.0027	0.0014	0.00085	0.00031	0.135	0.046

Tabella C.8: Contributo all'errore sistematico derivante dalle parametrizzazioni di m_{MISS} ed m_{REC} del fondo $B\bar{B}$.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$(B \bar{B}) norml_{12}mean$	0.366 ± 0.0287	0.0119	0.00852	0.000844	0.000313	0.329	0.352
$(B \bar{B}) norml_{12}sigmaL$	0.113 ± 0.018	0.0099	0.0125	0.00106	0.000622	0.301	0.61
$(B \bar{B}) norml_{12}sigmaR$	0.157 ± 0.0182	0.00103	0.000465	0.000289	6.03e-06	0.0845	0.0215
errori su l_2		0.0155	0.0151	0.00139	0.00070	0.454	0.705

Tabella C.9: Contributo all'errore sistematico derivante dalla parametrizzazione di l_2 per il fondo $B\bar{B}$.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.1$	0.0034 ± 0.0164	0.000133	0.000118	0.000229	1.35e-05	0.0218	0.0218
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.2$	-0.0287 ± 0.0156	0.000285	3.41e-05	0.000144	9.86e-05	0.0227	0.021
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.3$	-0.0025 ± 0.0139	0.000143	0.000119	0.000155	9.93e-05	0.0235	0.0218
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.4$	-0.0089 ± 0.0916	0.000191	5.96e-05	0.000231	1.09e-05	0.0237	0.0199
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.5$	-0.0201 ± 0.016	0.000136	0.000136	0.000141	0.000121	0.0228	0.0244
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.6$	0.0089 ± 0.0191	0.000136	0.000141	0.000133	0.000135	0.0237	0.0244
errori su μ_{tag}		0.0141	0.0119	0.0118	0.0107	0.102	0.0748

Tabella C.10: Variazioni di S e C come risultato dello spostamento dei valori delle asimmetrie di tag per il fondo $B\bar{B}$ in base ai valori dell'incertezza sistematica determinata sul campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.1$	0.936 ± 0.0094	0.000146	0.000132	0.000132	0.000136	0.0246	0.0237
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.2$	0.9 ± 0.0101	0.000146	0.000128	0.000135	0.00013	0.0243	0.0234
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.3$	0.692 ± 0.0111	0.000142	0.000143	0.000137	0.000139	0.0248	0.0247
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.4$	0.543 ± 0.014	0.000142	0.000142	0.000136	0.000139	0.0248	0.0247
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.5$	0.338 ± 0.0146	0.000144	0.000141	0.000138	0.000137	0.0249	0.0246
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.6$	0.182 ± 0.0183	0.000136	0.00014	0.000131	0.000137	0.0236	0.0245
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.1$	0.0057 ± 0.018	0.000133	0.000124	0.000149	5.86e-05	0.023	0.0218
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.2$	0.041 ± 0.019	0.000249	2.02e-06	0.000138	0.000105	0.0224	0.0212
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.3$	0.0285 ± 0.019	0.000141	0.000119	0.000147	0.000105	0.0231	0.022
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.4$	0.0018 ± 0.0227	0.000143	0.00011	0.00014	9.53e-05	0.0247	0.0214
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.5$	-0.125 ± 0.0225	0.000143	0.000128	0.000142	0.000121	0.0241	0.023
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.6$	-0.0843 ± 0.0272	0.00014	0.000125	0.00014	0.000117	0.0245	0.0215
errori sulla diluizione		0.0101	0.0090	0.0131	0.0127	0.0936	0.0763

Tabella C.11: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione della diluizione e dell'asimmetria di diluizione del fondo $B\bar{B}$, categoria per categoria, in base all'errore statistico associato sul campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$(B \bar{B}) b_{core} Cat1$	-0.0481 ± 0.044	4.78e-05	0.000202	0.000115	0.000128	0.0216	0.022
$(B \bar{B}) b_{core} Cat2$	-0.103 ± 0.0428	0.000241	1.16e-05	0.000133	0.00011	0.0223	0.0213
$(B \bar{B}) b_{core} Cat3$	-0.197 ± 0.0336	0.000128	0.000146	0.000124	0.000141	0.0235	0.024
$(B \bar{B}) b_{core} Cat4$	-0.215 ± 0.0355	0.000152	9.89e-05	0.000151	9.18e-05	0.0226	0.0211
$(B \bar{B}) b_{core} Cat5$	-0.202 ± 0.0343	0.000155	0.000118	0.000133	0.000132	0.0235	0.0241
$(B \bar{B}) b_{core} Cat6$	-0.151 ± 0.0413	0.000133	0.000118	0.000123	0.000119	0.0219	0.0217
$(B \bar{B}) b_{core} NoTag$	-0.206 ± 0.0269	0.000126	0.000126	0.000121	0.000121	0.0217	0.0219
$(B \bar{B}) \sigma_{core}$	1.06 ± 0.0279	0.000136	0.000114	0.000124	0.000118	0.0217	0.0219
$(B \bar{B}) b_{tail}$	-1.24 ± 0.206	0.00021	4.49e-05	0.000127	0.000117	0.0221	0.0215
$(B \bar{B}) f_{out}$	0.00434 ± 0.00087	0.000131	0.000127	0.000127	0.000122	0.0232	0.0217
errori totali		0.0114	0.010	0.0058	0.0059	0.1495	0.0793

Tabella C.12: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione dei parametri della funzione di risoluzione del fondo $B\bar{B}$ di 1 sigma

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
C del fondo $B \bar{B}$	0.073 ± 0.5	0.00373	0.000449	0.00323	0.00548	0.078	0.204
S del fondo $B \bar{B}$	-0.0994 ± 0.5	0.0135	0.00905	0.000177	0.000696	0.166	0.17
errori totali		0.0140	0.0090	0.0032	0.0055	0.183	0.266

Tabella C.13: Variazioni di S e C dopo aver variato in maniera conservativa il contenuto di CP del fondo $B\bar{B}$ (± 0.5)

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$	$\Delta N_S(+)$	$\Delta N_S(-)$
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.1$	0.0875 ± 0.0012	0.00018	7.13e-05	0.000153	8.95e-05	0.021	0.0226
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.2$	0.109 ± 0.0014	0.000283	3.13e-05	9.93e-05	0.000143	0.0215	0.0221
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.3$	0.171 ± 0.0017	0.000132	0.000119	0.000132	0.000111	0.0221	0.0215
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.4$	0.136 ± 0.0016	0.000101	0.00015	0.000111	0.000132	0.0217	0.0219
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.5$	0.147 ± 0.0007	0.00013	0.000122	0.000123	0.000119	0.0218	0.0219
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.6$	0.0992 ± 0.0012	0.000125	0.000126	0.000119	0.000123	0.0219	0.0217
$(B \bar{B}) \epsilon_{good}$	0.87 ± 0.0232	0.0011	0.000769	0.000235	9.56e-05	0.061	0.0146
errori sulle eff. di tag		0.0012	0.00082	0.000384	0.00031	0.0809	0.0557

Tabella C.14: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione dell'efficienza di tag sul fondo $B\bar{B}$ in base alla relativa incertezza statistica determinata sul campione di B -Reco.

C.2 Sistematiche nel fit combinato

In questa sezione riportiamo gli errori sistematici dovuti alla parametrizzazione delle *pdf* per il fit combinato.

Parameter	Values	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$m_{Miss} \text{ mean}$	5.28 ± 0.0009	0.00631	0.00541	0.00103	0.00116
$m_{Miss} \sigma_L$	0.0062 ± 0.0015	0.0204	0.01	0.00587	0.00137
$m_{Miss} \sigma_R$	0.0064 ± 0.0013	0.000436	0.000731	0.00611	0.00386
$m_{Miss} \alpha_L$	0 ± 0.18	2.78e-05	0.0154	0.0321	2.98e-05
$m_{Miss} \alpha_R$	0 ± 0.02	2.78e-05	2.33e-05	0.0004	2.98e-05
Total		0.021	0.011	0.011	0.006

Tabella C.15: Contributo all'errore sistematico derivante dalla parametrizzazione sul segnale di m_{Miss} .

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$m_{Rec} \text{ mean}$	5.3 ± 0.0008	0.000264	0.000135	7.34e-05	0.000148
$m_{Rec} \sigma_L$	0.0416 ± 0.0009	0.000375	0.000247	0.000281	0.000264
$m_{Rec} \sigma_R$	0.0252 ± 0.0006	1.58e-07	7.51e-05	0.000269	0.000248
$m_{Rec} \alpha_L$	0.325 ± 0.012	3.3e-05	3.23e-05	0.000395	0.000379
$m_{Rec} \alpha_R$	0.237 ± 0.006	0.000204	0.000131	0.000387	0.000394
Totale		0.0005	0.0003	0.0007	0.0007

Tabella C.16: Contributo all'errore sistematico derivante dalla parametrizzazione di m_{REC} sul segnale.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
l_2mean1_{Cat1}	0.475 ± 0.0195	0.000211	0.0002	0.00103	0.00103
l_2mean1_{Cat2}	0.393 ± 0.0129	0.000532	0.000436	0.00195	0.002
l_2mean1_{Cat3}	0.424 ± 0.0277	0.000258	0.000167	0.00231	0.00255
l_2mean1_{Cat4}	0.412 ± 0.0227	0.00218	0.0016	0.000188	0.000117
l_2mean1_{Cat5}	0.407 ± 0.0229	0.000423	0.000412	2.61e-05	3.33e-05
l_2mean1_{Cat6}	0.505 ± 0.0256	0.000526	0.0004	0.000343	0.000261
l_2mean1_{NoTag}	0.41 ± 0.017	2.39e-05	2.39e-05	2.57e-05	2.57e-05
l_2mean2_{Cat1}	0.202 ± 0.00937	0.000188	0.000137	0.000378	0.000378
l_2mean2_{Cat2}	0.205 ± 0.0102	0.000292	5.72e-05	0.000474	0.000361
l_2mean2_{Cat3}	0.262 ± 0.0108	0.000107	6.65e-05	0.0004	0.000444
l_2mean2_{Cat4}	0.261 ± 0.0101	0.000119	4.66e-05	0.000376	0.000488
l_2mean2_{Cat5}	0.25 ± 0.0109	3.43e-05	7.29e-06	0.000483	0.000502
l_2mean2_{Cat6}	0.294 ± 0.0099	0.000174	0.000128	0.000109	0.000149
l_2mean2_{NoTag}	0.279 ± 0.00829	2.54e-05	2.39e-05	2.57e-05	2.73e-05
$l_2sigma1_{Cat1}$	0.142 ± 0.00907	2.99e-05	2.62e-05	0.000201	0.000211
$l_2sigma1_{Cat2}$	0.153 ± 0.00517	0.000104	7.45e-05	0.00115	0.00105
$l_2sigma1_{Cat3}$	0.142 ± 0.00783	0.000138	0.000111	0.000511	0.000534
$l_2sigma1_{Cat4}$	0.137 ± 0.00674	0.000995	0.000842	0.000619	0.000572
$l_2sigma1_{Cat5}$	0.135 ± 0.00713	0.000134	0.000132	0.000157	0.000267
$l_2sigma1_{Cat6}$	0.0992 ± 0.00932	3.96e-05	6.51e-06	6.48e-05	9.26e-05
$l_2sigma1_{NoTag}$	0.132 ± 0.00463	2.76e-05	2.73e-05	2.93e-05	2.97e-05
$l_2sigma2_{Cat1}$	0.0984 ± 0.00635	4.87e-05	7.3e-06	0.000386	0.000405
$l_2sigma2_{Cat2}$	0.0835 ± 0.0077	0.000964	0.000612	0.000461	0.000359
$l_2sigma2_{Cat3}$	0.106 ± 0.00568	0.000121	5.08e-05	0.000211	0.000199
$l_2sigma2_{Cat4}$	0.0995 ± 0.00557	5.84e-05	3.11e-05	0.000395	0.000349
$l_2sigma2_{Cat5}$	0.0992 ± 0.00576	0.000186	9.87e-05	4.45e-05	8.69e-05
$l_2sigma2_{Cat6}$	0.101 ± 0.00486	4.57e-05	3.77e-06	5.02e-05	1.02e-05
$l_2sigma2_{NoTag}$	0.0987 ± 0.00437	3.3e-05	2.65e-05	2.85e-05	3.54e-05
l_2f1_{Cat1}	0.487 ± 0.0529	0.000296	0.000209	0.00115	0.000918
l_2f1_{Cat2}	0.735 ± 0.0553	0.00182	0.00139	0.000655	0.000436
l_2f1_{Cat3}	0.492 ± 0.111	0.000532	0.000479	0.00254	0.00247
l_2f1_{Cat4}	0.527 ± 0.101	0.00113	0.000856	0.000895	0.000651
l_2f1_{Cat5}	0.57 ± 0.105	0.000503	0.000377	0.000614	0.000601
l_2f1_{Cat6}	0.247 ± 0.0644	0.000261	0.000198	0.00051	0.000498
l_2f1_{NoTag}	0.514 ± 0.0872	2.39e-05	2.39e-05	2.57e-05	2.57e-05
Totale		0.004	0.003	0.005	0.005

Tabella C.17: Errore sistematico dalla parametrizzazione di l_2 del segnale.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$\epsilon_{tag} Cat.1$	0.0875 ± 0.0012	0.000104	4.12e-05	3.81e-05	0.000102
$\epsilon_{tag} Cat.2$	0.109 ± 0.0014	0.000237	0.000218	0.000378	0.000477
$\epsilon_{tag} Cat.3$	0.171 ± 0.0017	2.04e-05	2.49e-05	2.54e-05	8.64e-05
$\epsilon_{tag} Cat.4$	0.136 ± 0.0016	0.000301	0.000186	0.000281	0.00027
$\epsilon_{tag} Cat.5$	0.147 ± 0.0007	3.93e-05	1.94e-05	5.23e-05	5.19e-06
$\epsilon_{tag} Cat.6$	0.0992 ± 0.0012	3.51e-05	1.97e-05	7.27e-05	0.000135
Totale		0.0004	0.0003	0.0005	0.0006

Tabella C.18: Variazioni di S e C come risultato della variazione dell'efficienza di *tag* sul segnale in base all'incertezza statistica associata al campione di *B-Reco*.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$b_{core} Cat1$	-0.0481 ± 0.044	0.00135	0.00126	0.00407	0.0036
$b_{core} Cat2$	-0.103 ± 0.0428	0.00046	0.00034	0.000952	0.000828
$b_{core} Cat3$	-0.197 ± 0.0336	0.000834	0.000844	0.0017	0.0017
$b_{core} Cat4$	-0.215 ± 0.0355	0.0022	0.00157	0.000608	0.000501
$b_{core} Cat5$	-0.202 ± 0.0343	0.00053	0.000432	0.000685	0.000752
$b_{core} Cat6$	-0.151 ± 0.0413	0.000706	0.000457	0.000318	0.00028
$b_{core} NoTag$	-0.206 ± 0.0269	2.61e-05	1.99e-05	2.14e-05	2.8e-05
σ_{core}	1.06 ± 0.0279	0.0058	0.00515	0.000149	0.000286
b_{tail}	-1.24 ± 0.206	0.00308	0.00226	0.0022	0.00189
f_{tail}	0.0937 ± 0.0119	0.00622	0.00543	0.000568	0.000615
f_{out}	0.00434 ± 0.00087	0.000262	0.000183	0.000931	0.000907
Totale		0.010	0.008	0.005	0.005

Tabella C.19: Variazioni di S e C come risultato della variazione della funzione di risoluzione di 1σ

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$D_{tag} \text{ Cat.1}$	0.936 ± 0.0094	0.00157	0.00142	0.00108	0.00123
$D_{tag} \text{ Cat.2}$	0.9 ± 0.0101	0.00539	0.00469	0.00207	0.00189
$D_{tag} \text{ Cat.3}$	0.692 ± 0.0111	6.23e-06	2.93e-07	0.00127	0.00123
$D_{tag} \text{ Cat.4}$	0.543 ± 0.014	0.00518	0.00452	0.0017	0.00211
$D_{tag} \text{ Cat.5}$	0.338 ± 0.0146	0.0019	0.00152	0.00103	0.000853
$D_{tag} \text{ Cat.6}$	0.182 ± 0.0183	0.00277	0.00234	0.000735	0.000988
$\Delta D_{tag} \text{ Cat.1}$	0.0057 ± 0.018	0.000577	0.000569	0.00372	0.00348
$\Delta D_{tag} \text{ Cat.2}$	0.041 ± 0.019	0.00533	0.00485	0.00298	0.00281
$\Delta D_{tag} \text{ Cat.3}$	0.0285 ± 0.019	0.00155	0.0013	0.00352	0.00308
$\Delta D_{tag} \text{ Cat.4}$	0.0018 ± 0.0227	0.00118	0.00108	0.00328	0.00304
$\Delta D_{tag} \text{ Cat.5}$	-0.125 ± 0.0225	0.000368	0.000305	0.00134	0.00127
$\Delta D_{tag} \text{ Cat.6}$	-0.0843 ± 0.0272	9.25e-05	5.02e-05	0.000694	0.000795
Totale		0.010	0.009	0.008	0.007

Tabella C.20: Variazioni di S e C come risultato della variazione dei parametri per la diluizione e per le asimmetrie di diluizione in base all'incertezza statistica associata al campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$\mu_{tag} \text{ Cat.1}$	0.0034 ± 0.0164	0.00012	8.2e-05	0.00658	0.00662
$\mu_{tag} \text{ Cat.2}$	-0.0287 ± 0.0156	0.00241	0.0023	0.00437	0.00442
$\mu_{tag} \text{ Cat.3}$	-0.0025 ± 0.0139	0.00196	0.00193	0.00333	0.00341
$\mu_{tag} \text{ Cat.4}$	-0.0089 ± 0.0916	0.021	0.0216	0.0165	0.0181
$\mu_{tag} \text{ Cat.5}$	-0.0201 ± 0.016	0.00195	0.00194	0.0026	0.00272
$\mu_{tag} \text{ Cat.6}$	0.0089 ± 0.0191	0.000318	0.000306	0.000555	0.000502
Totale		0.021	0.022	0.019	0.020

Tabella C.21: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione delle asimmetrie di tag del segnale in base all'incertezza statistica determinata sul campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$(B \bar{B}) m_{Miss} \text{ cutoff}$	5.3 ± 0.00183	0.000177	7.04e-05	0.000138	0.000111
$(B \bar{B}) m_{Miss} \text{ shape}$	-22.4 ± 5.39	0.00139	0.00108	0.000603	0.000524
$(B \bar{B}) m_{Rec} \text{ p1}$	-0.18 ± 0.00243	0.00089	0.000336	0.000348	0.000175
Total		0.0017	0.001	0.0007	0.0006

Tabella C.22: Contributo all'errore sistematico proveniente dalla parametrizzazione di m_{Miss} e di m_{Rec} sul fondo $B\bar{B}$.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$(B \bar{B}) l_2 mean$	0.366 ± 0.0287	0.00396	0.00291	0.00139	0.00111
$(B \bar{B}) l_2 \sigma_L$	0.113 ± 0.018	0.00236	0.00271	0.000783	0.000959
$(B \bar{B}) l_2 \sigma_R$	0.157 ± 0.0182	0.000804	0.000385	0.00028	0.000177
Totale		0.005	0.004	0.002	0.002

Tabella C.23: Contributo in termini di incertezza sistematica derivante dalla parametrizzazione di l_2 sul fondo $B\bar{B}$.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.1$	0.0875 ± 0.0012	4.1e-05	1.46e-05	1.04e-05	4.94e-05
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.2$	0.109 ± 0.0014	0.000177	0.000111	2.06e-06	5.87e-05
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.3$	0.171 ± 0.0017	2.83e-05	2.72e-05	3.14e-05	2.82e-05
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.4$	0.136 ± 0.0016	2.01e-05	3.54e-05	2.05e-05	3.9e-05
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.5$	0.147 ± 0.0007	2.82e-05	2.73e-05	3.02e-05	2.94e-05
$(B \bar{B}) \epsilon_{tag} Cat.6$	0.0992 ± 0.0012	2.75e-05	2.8e-05	2.87e-05	3.09e-05
$(B \bar{B}) \epsilon_{good}$	0.87 ± 0.0232	0.000319	0.000224	0.000105	0.00014
Totale		0.004	0.003	0.001	0.002

Tabella C.24: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione delle efficienze di tag del fondo $B\bar{B}$ in base all'incertezza statistica determinata sul campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$(B \bar{B}) b_{core} Cat1$	-0.0481 ± 0.044	2.85e-05	2.69e-05	1.95e-05	4.05e-05
$(B \bar{B}) b_{core} Cat2$	-0.103 ± 0.0428	0.000135	7.29e-05	4.78e-05	1.06e-05
$(B \bar{B}) b_{core} Cat3$	-0.197 ± 0.0336	2.68e-05	2.87e-05	2.9e-05	3.06e-05
$(B \bar{B}) b_{core} Cat4$	-0.215 ± 0.0355	3.74e-05	1.8e-05	4.74e-05	1.22e-05
$(B \bar{B}) b_{core} Cat5$	-0.202 ± 0.0343	3.32e-05	2.23e-05	3.17e-05	2.79e-05
$(B \bar{B}) b_{core} Cat6$	-0.151 ± 0.0413	2.97e-05	2.58e-05	3.09e-05	2.88e-05
$(B \bar{B}) b_{core} NoTag$	-0.206 ± 0.0269	2.78e-05	2.77e-05	2.98e-05	2.99e-05
$(B \bar{B}) \sigma_{core}$	1.06 ± 0.0279	1.54e-05	4.03e-05	3.83e-05	2.16e-05
$(B \bar{B}) b_{tail}$	-1.24 ± 0.206	0.000114	5.22e-05	3.81e-05	2.09e-05
$(B \bar{B}) f_{tail}$	0.0937 ± 0.0119	0.000112	5.36e-05	2.99e-05	2.96e-05
$(B \bar{B}) f_{out}$	0.00434 ± 0.00087	2.72e-05	2.83e-05	3.17e-05	2.79e-05
S del fondo $B \bar{B}$	-0.0994 ± 0.358	0.0034	0.0029	0.000451	0.000445
C del fondo $B \bar{B}$	0.073 ± 0.193	0.000467	0.000283	0.000752	0.000553
Totale		0.003	0.003	0.001	0.001

Tabella C.25: Cambiamenti in S e C come risultato della variazione dei parametri della funzione di risoluzione del fondo $B\bar{B}$ di 1σ

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.1$	0.936 ± 0.0094	2.86e-05	2.69e-05	2.8e-05	3.16e-05
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.2$	0.9 ± 0.0101	3.33e-05	2.22e-05	2.99e-05	2.97e-05
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.3$	0.692 ± 0.0111	2.77e-05	2.78e-05	2.95e-05	3.01e-05
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.4$	0.543 ± 0.014	2.76e-05	2.79e-05	2.9e-05	3.06e-05
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.5$	0.338 ± 0.0146	2.79e-05	2.76e-05	2.96e-05	3e-05
$(B \bar{B}) D_{tag} Cat.6$	0.182 ± 0.0183	2.78e-05	2.77e-05	2.97e-05	2.99e-05
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.1$	0.0057 ± 0.018	2.65e-05	3.18e-05	5.35e-05	2.23e-05
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.2$	0.041 ± 0.019	0.000145	8.28e-05	5.21e-05	5.74e-06
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.3$	0.0285 ± 0.019	2.87e-05	2.69e-05	3.44e-05	2.52e-05
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.4$	0.0018 ± 0.0227	2.82e-05	2.17e-05	4.38e-05	2.87e-05
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.5$	-0.125 ± 0.0225	2.89e-05	2.66e-05	3.33e-05	2.63e-05
$(B \bar{B}) \Delta D_{tag} Cat.6$	-0.0843 ± 0.0272	2.8e-05	2.75e-05	3.19e-05	2.77e-05
Totale		0.0002	0.0001	0.0001	0.0001

Tabella C.26: Cambiamento in termini di S e C come risultato della variazione della diluizione e dell'asimmetria di diluizione del fondo $B\bar{B}$ in base all'incertezza statistica associata.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.1$	0.0034 ± 0.0164	2.08e-05	3.46e-05	1.21e-05	7.13e-05
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.2$	-0.0287 ± 0.0156	0.000179	0.000113	2.86e-06	5.94e-05
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.3$	-0.0025 ± 0.0139	2.87e-05	2.68e-05	3.64e-05	2.32e-05
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.4$	-0.0089 ± 0.0916	5.32e-05	2.27e-06	2.96e-05	8.85e-05
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.5$	-0.0201 ± 0.016	2.84e-05	2.71e-05	3.46e-05	2.5e-05
$(B \bar{B}) \mu_{tag} Cat.6$	0.0089 ± 0.0191	2.77e-05	2.78e-05	3.03e-05	2.93e-05
Totale		0.0002	0.0001	0.0001	0.0001

Tabella C.27: Cambiamento in termini di S e C come risultato della variazione delle efficienze di tag del fondo $B\bar{B}$ in base all'incertezza statistica associata al campione di B -Reco.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$m_{ES} mean$	0.746 ± 0.0926	0.00196	0.00219	0.000371	0.000361
$m_{ES} \sigma$	2.69 ± 0.0739	0.00162	0.0016	0.000241	0.000275
$m_{ES} \alpha$	$5.28 \pm 2.85e - 05$	0.000209	0.000123	0.000175	0.000198
$m_{ES} N$	$0.00257 \pm 2.13e - 05$	0.000475	0.000437	0.000156	0.0002
Total		0.003	0.003	0.0005	0.0005

Tabella C.28: Contributo all'errore sistematico che viene dalla parametrizzazione di m_{ES} sul segnale.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
$\Delta E \text{ mean}$	0.00753 ± 0.000471	0.000413	0.000355	0.000197	0.000253
$\Delta E \sigma_L$	0.0139 ± 0.000378	0.000545	0.000523	0.000324	0.000329
$\Delta E \sigma_R$	0.0134 ± 0.000372	0.000272	0.000243	0.00103	0.000981
$\Delta E \alpha_L$	0.166 ± 0.00498	0.000475	0.000464	0.000269	0.000318
$\Delta E \alpha_R$	0.152 ± 0.00551	0.000151	0.000134	0.00139	0.00141
Totale		0.0009	0.0008	0.0018	0.0018

Tabella C.29: Contributo all'errore sistematico su S e C in base all'incertezza statistica associata alla parametrizzazione di ΔE del segnale.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
<i>Fisher mean</i>	-0.0405 ± 0.0166	0.0015	0.00137	6.97e-05	0.000161
<i>Fisher σ_L</i>	0.675 ± 0.0109	0.000291	0.000218	6.2e-05	0.000126
<i>Fisher σ_R</i>	0.553 ± 0.0105	0.00158	0.00144	0.00125	0.00127
Totale		0.002	0.002	0.001	0.001

Tabella C.30: Contributo all'errore sistematico che deriva dalla parametrizzazione sulla distribuzione del fisher del segnale.

Parametro	Valore	$\Delta S(+)$	$\Delta S(-)$	$\Delta C(+)$	$\Delta C(-)$
In comune per il segnale					
ϵ_{tag}		0.0004	0.0003	0.0005	0.0006
Funz. risoluz.		0.010	0.008	0.005	0.005
D & ΔD		0.010	0.009	0.008	0.007
μ		0.022	0.022	0.019	0.020
segnale $K_S^0(\pi^0\pi^0)$					
m_{Miss}		0.021	0.011	0.011	0.006
m_{Rec}		0.0005	0.0003	0.0007	0.0007
l_2		0.004	0.003	0.005	0.005
$BB K_S^0(\pi^0\pi^0)$					
m_{Miss} & m_{Rec}		0.0017	0.001	0.0007	0.0006
l_2		0.005	0.004	0.002	0.002
segnale $K_S^0(\pi^+\pi^-)$					
m_{ES}		0.003	0.003	0.0005	0.0005
ΔE		0.0009	0.0008	0.0018	0.0018
Fisher		0.002	0.002	0.001	0.001
Totale		0.035	0.028	0.024	0.024

Tabella C.31: Elenco e somma dei contributi agli errori sistematici che derivano dalle parametrizzazioni scelte per le *pdf*

Bibliografia

- [1] G. Buchalla, A. J. Buras e M. E. Lautenbacher, “ *Weak Decays Beyond Leading Logarithms*,” Rev. Mod. Phys. **68** (1996) 1125 hep-ph/9512380.
- [2] A. J. Buras e L. Silvestrini, “ *Non-leptonic two-body B decays beyond factorization*,” Nucl. Phys. B **569** (2000) 3, hep-ph/9812392.
- [3] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*, Addison-Wesley Publishing Company (1995)
- [4] questo argomento è contenuto, ad esempio, in H. Frauenfelder and E. M. Henley, *Subatomic physics, second edition* Prentice Hall (1991)
- [5] B. Aubert *et al.* [the BABAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **87** 091801 (2001).
- [6] L. Wolfenstein, “ *Parametrization Of The Kobayashi-Maskawa Matrix*,” Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 1945.
- [7] M. Bona *et al.* [UTfit Collaboration], “*The 2004 UTfit collaboration report on the status of the unitarity triangle in the standard model*,” arXiv:hep-ph/0501199.
- [8] Si veda, ad esempio, J. J. Sakuray, *Modern Quantum Mechanics, revised edition* Addison-Wesley (1985)
- [9] si veda per esempio L.Landau, E.Lifshitz, *Quantum Mechanics*
- [10] P. Harrison and H.R. Quinn, *The BABAR Physics Book*, SLAC-R-504 (1998)
- [11] S Eidelman *et al.* [Particle Data Group Coll.], “ *Review of particle physics*,” Phys.Lett. B 592/1-4 (2004)
- [12] K.G.Wilson, Phys. Rev. 179 (1969) 1499; K.G.Wilson and W.Zimmerman, Commun. Math. Phys. 24 (1972) 87

- [13] H. Lehmann, K. Symanzik, W. Zimmermann, Zur Formulierung quantisierter Feldtheorien, *Il Nuovo Cimento* **1**, p. 205, (1954)
- [14] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert e C.T. Sachrajda, “ *QCD factorization for exclusive, non-leptonic B meson decays: General arguments e the case of heavy-light final states*,” *Nucl. Phys. B* **591** (2000) 313; “ *QCD factorization for $B \rightarrow \pi K$ decays*,” [hep-ph/0007256](#).
- [15] G.Zweig, CERN Report No.8419/TH412 (1964)
- [16] L.H. Ryder, *Quantum Field Theory, second edition*, Cambridge University Press (1996)
- [17] L. Maiani e M. Testa *Phys. Lett.* **B245** (1990) 585
- [18] E.Fermi “*Trends to a theory of beta radiation. (In italian)*”, *Nuovo Cim.* **11** (1934) 1.
- [19] M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli e L. Silvestrini, “ *Charming penguins in B decays*,” *Nucl. Phys. B* **501** (1997) 271, [hep-ph/97 03353](#); M. Ciuchini, R. Contino, E. Franco, G. Martinelli e L. Silvestrini, “ *Charming-penguin enhanced B decays*,” *Nucl. Phys. B* **512** (1998) 3, [hep-ph/9708222](#).
- [20] J. D. Bjorken, “ *Topics In B Physics*,” *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **11** (1989) 325.
- [21] A. Furman, R. Kaminski, L. Lesniak and B. Loiseau, “Long-distance effects and final state interactions in $B \rightarrow \pi \pi K$ and $B \rightarrow K \text{ anti-K } K$ decays,” [arXiv:hep-ph/0504116](#).
- [22] C. Bobeth, M. Bona, A. J. Buras, T. Ewerth, M. Pierini, L. Silvestrini and A. Weiler, “Upper bounds on rare K and B decays from minimal flavor violation,” [arXiv:hep-ph/0505110](#).
- [23] B. Aubert *et al.* (BaBar Collaboration), *The First Year of the BaBar experiment at PEP-II*, BABAR-CONF-00/17, presentato alla International Conference on High Energy Physics, Osaka (Japan) (2000).
- [24] R.Santonico, R.Cardarelli *Nucl. Instr. and Meth.* **A409**, 377 (1981).

- [25] W. D. Hulsbergen, “Decay chain fitting with a Kalman filter,” arXiv:physics/0503191.
- [26] R. Kalman, Journal of Basic Engineering , 35 (1960)
- [27] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “Measurement of the branching fraction and the CP-violating asymmetry for the decay $B^0 \rightarrow K^0(S) \pi^0$,” arXiv:hep-ex/0503011.
- [28] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “Measurement of the $B^0 \rightarrow K^0(S) K^0(S)$ $K^0(S)$ branching fraction,” arXiv:hep-ex/0408065.
- [29] K. Sumisawa, “Measurement of time-dependent CP-violating asymmetries in $B^0 \rightarrow K^0(S) K^0(S) K^0(S)$ decay,” arXiv:hep-ex/0503023.
- [30] si veda per esempio Kerson Huang, Statistical Mechanics, Wiley Editor
- [31] The Quantum Theory of Fields (Vol. II), Steven Weinberg, Cambridge Univ. Press
- [32] H. Albrecht *et al.* [ARGUS Collaboration], Phys. Lett. B 185,218 (1987) e Phys. Lett. B 241, 278 (1990)
- [33] N. Brambilla *et al.*, “Heavy quarkonium physics,” arXiv:hep-ph/0412158.
- [34] H. F. A. Group(HFAG), “Averages of *b*-hadron properties as of winter 2005,” arXiv:hep-ex/0505100.